Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 29 (1947)

Artikel: Sur une application d'un théorème de calcul intégral à l'étude des répratitions module 1

Autor: Ammann, André

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-742281

Récapitulation.

Les granites du Sackhorn sont formés d'albite plus ou moins séricitisée, d'orthose un peu perthitique variant entre le type normal et le type sodifère, de quartz souvent cataclastique et de biotite brune, le plus souvent décomposée et remplacée soit par des matières opaques, soit par une muscovite séricitеuse, soit par une chlorite.

Ces roches sont assez fortement écrasées, la séricitisation de l'albite et la décomposition de la biotite allant en croissant avec l'intensité de l'écrasement.

Ces granites contiennent de 15,8% à 31,0% d'orthose, de 36,2% à 45,8% d'albite, de 20,2% à 36,5% de quartz et de 8,0% à 14,0% de biotite.

Les rapports P (plagioclase: somme des feldspaths) et Q (quartz: somme des éléments blancs) varient respectivement de 55,4% à 76,1%, et de 22,5% à 41,3%.

La variété aplitique est plus riche en quartz (54,7%) et plus pauvre en éléments ferro-magnésiens (0,8%).

Université de Genève.
Laboratoire de Minéralogie.

Séance du 3 juillet 1947.

En ouvrant la séance M. le Président annonce que M. Robert Soudan a déposé un pli cacheté sur le bureau.

André Ammann. — *Sur une application d'un théorème de calcul intégral à l'étude des répartitions module 1.*

1. Nous commencerons par définir une notion à laquelle nous avons été conduit en étudiant la répartition module 1 de certaines suites infinies de nombres réels et que nous avons appelée l'unifiance. Elle se rapproche par certains côtés de l'équirépartition des suites qui, comme on le sait, a fait l'objet déjà de nombreuses recherches.

Lorsqu'on soustrait d'un nombre réel y le plus grand entier qui ne lui est pas supérieur, on obtient un nombre $\bar{y}$ du segment 01 ($0 \leqslant \bar{y} < 1$) qui est alors appelé son reste. Nous dirons qu'on réduit une suite de nombres réels donnés y_i au segment 01, si on lui associe la suite des restes $\bar{y}_i$. La notion d'unifiance se rapporte à la distribution de ces restes.

2. Un intervalle fermé à gauche, dont les extrémités sont sur 01, sera désigné par δ. C'est l'ensemble des nombres y pour lesquels on a $0 \leqslant a \leqslant y < b \leqslant 1$. Nous représenterons sa longueur par c. La fonction $\pi^\delta(y)$ de période 1, qui est égale à 1 lorsque $\bar{y}$ est sur δ et à 0 dans le cas contraire, sera la fonction caractéristique pour cet intervalle. A toute suite y_i de nombres réels nous associerons la suite $p_i^\delta = \pi^\delta(y_i)$ qui est égale à 1 si $\bar{y}_i$ est sur δ et à 0 partout ailleurs. On formera également la suite

$$f_i^\delta = \frac{1}{i} \sum_1^i p_j^\delta$$

des fréquences de passage des $\bar{y}_i$ sur l'intervalle δ. Si cette suite converge vers c pour chaque intervalle δ, on dit que la suite $\bar{y}_i$ est équirépartie sur 01. *Elle y sera dite « unifiante » si la suite f_i^δ admet pour chaque δ le point d'accumulation c.* Il résulte de cette définition que chaque suite équirépartie est aussi une suite unifiante. La réciproque évidemment n'est pas vraie. On peut remarquer qu'une suite unifiante $\bar{y}_i$ est nécessairement partout dense: S'il existait un intervalle δ sur lequel il n'y eût aucun point $\bar{y}_i$, les fréquences f_i^δ pour cet intervalle seraient identiquement nulles.

3. *Propriété de l'unifiance.* Nous la donnons sans démonstration: Pour qu'une suite $\bar{y}_i$ soit unifiante, il faut et suffit que la suite f_i^δ admette le point d'accumulation c pour tous les intervalles δ dont les extrémités appartiennent à un ensemble partout dense sur 01.

4. Nous n'avons envisagé jusqu'ici qu'une seule suite y_i. Nous allons considérer maintenant la famille des suites y_i formées à partir d'une suite infinie de fonctions $y_i(x)$ en donnant des valeurs particulières à la variable. Chaque valeur de x donne alors lieu à une répartition. *En faisant des hypothèses*

convenables sur les fonctions $y_i(x)$ *nous avons démontré l'unifiance pour presque tous les* x *des suites* y_i. Nous allons dans le numéro suivant traiter le cas des fonctions linéaires.

5. Soit $y_i(x) = t_i x$, la suite des nombres réels t_i tendant vers l'infini. Nous démontrerons l'unifiance des suites y_i pour toutes les valeurs de x d'un intervalle $\alpha\beta$ qui n'appartiennent pas à un certain ensemble exceptionnel de mesure nulle. Pour cela nous utiliserons une généralisation presque immédiate du théorème démontré dans une note précédente [1]:

Les hypothèses:

1° $$|f_i(x)| \leqslant 1$$

2° $$f_{i+1}(x) - f_i(x) \longrightarrow 0$$

3° $$\frac{1}{\beta' - \alpha'} \int_{\alpha'}^{\beta'} f_i(x)\, dx \longrightarrow c$$

(pour $\alpha \leqslant \alpha' < \beta' \leqslant \beta$ quels que soient α' β'), entraînent l'existence pour presque chaque x de $\alpha\beta$ d'une suite $i_r[x]$ pour laquelle $f_{i_r}(x) \longrightarrow c$.

On vérifie sans peine que les suites $f_i^\delta(x)$ introduites plus haut satisfont quel que soit δ aux conditions 1° 2° 3°. La troisième résulte en particulier de l'égalité

$$\frac{1}{\beta' - \alpha'} \int_{\alpha'}^{\beta'} p_i^\delta(x)\, dx \longrightarrow c \tag{1}$$

qu'il n'est pas très difficile d'établir.

Si nous formons la réunion de tous les ensembles exceptionnels correspondant aux intervalles δ dont les extrémités sont rationnelles, l'ensemble obtenu est de mesure nulle, et pour toute valeur de x qui ne lui appartient pas la suite $\overline{y_i}$ est unifiante (n° 3).

[1] « Un théorème concernant les suites infinies de fonctions qui deviennent nulles en moyenne sur tout intervalle. »

Je n'avais démontré tout d'abord ce théorème que pour les suites $f_i^\delta(x)$ qui interviennent ici. M. le professeur R. Wavre m'a suggéré d'étendre cette proposition à des suites plus générales de fonctions.

6. La démonstration s'étend à des suites de fonctions très générales. Tout revient évidemment à prouver l'égalité (1). On peut faire les hypothèses suivantes:

Chaque fonction $y(x) = y_i(x)$ est définie sur un système d'intervalles $\alpha_n < x < \beta_n$ intérieurs au segment $\alpha\beta$, en nombre fini ou infini, mais tels que la somme de leurs longueurs soit égale à $\beta - \alpha$. La position de ces intervalles peut dépendre de l'indice i de façon quelconque. Sur chacun d'entre eux la fonction $y(x)$ est croissante ou décroissante. En plus de cela la dérivée $y'(x)$ existe sur chaque branche $(\alpha_n \beta_n)$ et elle est fonction non décroissante de x. Enfin, si l'on désigne par S_n la borne supérieure de $\left|\frac{1}{y'(x)}\right|$ sur l'intervalle $\alpha_n \beta_n$, la limite en i des sommes $S(i) = \sum_1^\infty S_n$ est nulle.

Edouard Frommel, Philippe Gold, Majorie Favre et **Florence Vallette.** — *La force, la durée d'action de la Prostigmine sur la cholinestérase sérique du cobaye. Sa toxicité chez le cobaye et la souris.*

Pour prospecter la force et la durée de l'inhibition de ce corps sur la cholinestérase sérique du cobaye, nous avons disposé nos expériences de telle manière que chaque lot d'animaux ne serve qu'une fois, et ceci pour éviter la spoliation sérique. Dix-huit cobayes testés au point de vue cholinestérasique (méthode de Hall et Lucas) furent répartis en lots de trois, injectés de 100 gammas/kg de l'anticholinestérasique et reponctionnés 10, 20, 30, 60, 120 et 180 minutes après l'injection sous-cutanée.

L'inhibition cholinestérasique donna en pour cent les chiffres moyens suivants et correspondant à l'horaire mentionné: — 39%, — 49%, — 45%, — 50%, — 43% et — 20%.

Dix-huit autres animaux furent traités avec 50 gammas/kg et donnent dans un même horaire les inhibitions suivantes: — 34%, — 41%, — 55%, — 16%, — 17% et — 1%.

Nous rappelons que la dose létale est de 280 gammas/kg chez le cobaye et la souris blanche en injections sous-cutanées.