Zeitschrift: Archives des sciences [1948-1980]

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 10 (1957)

Heft: 3

Artikel: Un paradoxe géométrique relatif au report d'un angle

Autor: Rossier, Paul

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-738713

facilite bien des choses et abrège beaucoup de démonstrations et d'énoncés.

L'extension à l'espace (et à l'hyperespace) est immédiate et ne présente aucune difficulté.

Paul Rossier. — *Un paradoxe géométrique relatif au report d'un angle.*

Soient a, b et c trois rayons d'un faisceau, j et k les rayons absolus d'une métrique cayleyenne établie dans ce faisceau. Reporter l'angle cayleyen $a\,b$ à partir de c, c'est contruire le rayon d tel que les birapports $(a, b, j, k,)$ et (c, d, j, k) soient égaux.

Pour effectuer la construction, coupons la figure par une droite quelconque p. Elle coupe a, b et k aux points (pa), (pb), et (pk). Joignions les deux points (pa) et (pb) à un point quelconque Q de j. La droite Q (pa) coupe c en un point R. Menons R (pk); elle coupe Q (pb) en un point du rayon cherché d. La double projection montre l'égalité requise des deux birapports.

Ainsi, le report d'un angle est justiciable de la règle au moyen de la construction précédente. Or en géométrie élémentaire, on montre que le report de l'angle ne peut pas être effectué à la règle. Il semble donc y avoir là une contradiction.

Il n'en est rien. La métrique élémentaire des angles est bien cayleyenne, mais elle est elliptique, c'est-à-dire que les rayons absolus j et k sont imaginaires conjugués. Si l'on utilise des éléments imaginaires dans une construction, c'est toujours par paires conjuguées et les deux éléments de la paire jouent des rôles identiques. Dans la construction donnée ci-dessus, les deux rayons absolus ne sont pas traités de la même façon: on distingue le point $p\,k$ alors que son homologue $p\,j$ n'est pas considéré; le point Q est choisi arbitrairement sur j et aucun point arbitraire de k n'intervient de la même façon.

Le paradoxe est donc expliqué. La construction, valable en géométrie hyperbolique, ne l'est pas dans le cas elliptique. En géométrie élémentaire, le report de l'angle est fait au moyen d'un compas; mais alors on résoud d'un coup un double problème: report d'un angle dans les deux sens.

E. Poldini. — *Etude géophysique électrique de la région de Montfleury.* (Canton de Genève).

(Voir *Archives des Sciences*, vol. 10, fasc. 3, p. 429). 1957.