Zeitschrift: Wissen und Leben
Herausgeber: Neue Helvetische Gesellschaft
Band: 13 (1913-1914)

Artikel: Zum Fermatproblem
Autor: Meyer, Hermann
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-749342

ZUM FERMATPROBLEM

In den letzten Jahren hat, aller sonstigen Regel entgegen, ein mathematisches Hauptproblem, das Fermatproblem, in weitesten Kreisen auch der Nichtfachmathematiker Beachtung gefunden. Allerdings nicht seiner selbst wegen; die große Popularität, die ihm binnen kurzer Zeit geworden, verdankt es vielmehr dem Umstand, dass 1907 ein Darmstädter Mathematiker, Dr. Wolfskehl, durch Legat einen Preis von 100,000 Mark gestiftet hatte zu Gunsten desjenigen, der zuerst einen allgemeinen Beweis für den Fermatschen Satz erbringe. Kurze Zeit schon, nachdem dieses Vermächtnis bekannt geworden war, liefen bei der mit der Preisangelegenheit betrauten Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen angebliche Problemlösungen in sehr großer Zahl ein, unzulängliche Arbeiten aus allen möglichen Berufskreisen. Die Göttinger Instanz suchte — was begreiflich war — dem Segen Einhalt zu tun, verfiel jedoch auf ein recht sonderbares Auskunftsmittel. Sie erklärte nämlich im offiziellen Preisausschreiben, keine Manuskripte anzunehmen, sondern nur Arbeiten berücksichtigen zu wollen, „die in periodischen Zeitschriften, als Monographien, oder in Buchform im Buchhandel käuflich erschienen seien". Alle Lösungsversuche sollten also vor irgendwelcher Prüfung gedruckt werden. Und ferner bestimmten die Göttinger, dass der Preis frühestens zwei Jahre nach der Veröffentlichung der zu krönenden Abhandlung zuerkannt werden solle. Mit diesen Bestimmungen wurde die Preisausschreibung nun aber in eine bloße Prämierungsangelegenheit umgewandelt, indem die Bedingung der vorgängigen Drucklegung natürlich zur Folge hat, dass die Namen der Bewerber den Preisrichtern zum vornherein bekannt werden.

Mit dem Problem selbst hat es folgende Bewandtnis. Im Altertum schon kannte man eine allgemeine Formel für die Lösung der Aufgabe, zu zwei Zahlenquadraten ein drittes Zahlenquadrat zu finden, das gleich der Summe der beiden ersten ist (also $x^2 + y^2 = z^2$). Die Formel gibt — mit andern Worten — an, welche ganze Zahlen den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks entsprechen, so dass nach dem pythagoreischen Lehrsatz die Summe der Quadrate der beiden kleineren Zahlen gleich ist dem Quadrate der größeren.

Diese Lösung überlieferte Diophant in seiner Arithmetik. Nun fand Fermat, der Toulouser Gerichtsrat und größte Mathematiker des siebzehnten Jahrhunderts, dass die Summe von zwei gleichgradigen Zahlenpotenzen nur im Falle der *Quadrate* gleich einer dritten Zahlenpotenz des gleichen Grades sein könne, dass es hingegen unmöglich sei, zwei Zahlen zu finden, deren *dritte* Potenzen zusammengezählt wieder eine dritte Potenz ausmachen, und dass die nämliche Unmöglichkeit für alle höheren Grade bestehe. Dieser Schluss auf die Unmöglichkeit, für die Formel $x^n + y^n = z^n$ ganzzahlige Lösungen zu finden, wenn der Exponent n größer als 2 ist, also für Dreipotenzengleichungen dritten und aller höheren Grade, ist der berühmte Fermatsche Satz. Fermat selbst behauptete in einer seiner Randbemerkungen, womit er sein Handexemplar der Diophantschen Arithmetik beschrieb, für diesen Satz, zu dem er offenbar durch Probieren gelangt war, einen „wunderbaren Beweis" aufgefunden zu haben. Von dem wunderbaren Beweis war jedoch weder in Fermats hinterlassenen Papieren noch in seiner Korrespondenz etwas zum Vorschein gekommen, und es ist deshalb mehr als bloß zweifelhaft, dass Fermat die Lösung wirklich gefunden hat. Die seitherigen Erfahrungen lassen viel eher annehmen, dass Fermat bei der Niederschrift jener Bemerkung zwar geglaubt habe, den Weg zur Lösung schon abzusehen, der spätere Versuch der Lösung selbst ihn dann aber enttäuschte. Tatsächlich liegt von Fermat nichts vor. Aber auch in den seit Fermat verflossenen drei Jahrhunderten ist das Problem Problem geblieben, obschon ihm alle Mathematiker begegnen mussten und es an Anstrengungen von ganz Großen, wie Euler zum Beispiel, nicht fehlte. So ist es begreiflich, dass man auch in neuerer Zeit die Chancen für die Problemerledigung nicht hoch einschätzte und der Darmstädter Preisstifter die Gültigkeit seines Preisanerbietens auf ein volles Jahrhundert befristete.

Ende 1910 erregte es daher Aufsehen, als im Berliner *Tag* eine Nachricht erschien, wonach die in Nowawes bei Berlin lebenden Privatgelehrten Eugen und Ulrich Dühring den Beweis des Fermatschen Satzes gefunden hätten. Der Verfasser der Einsendung, ein Fachmathematiker, Prof. Dr. Metger, verwies auf eine dahin auszulegende Andeutung, die Eugen Dühring in einer

Artikelserie (Zum Hohn auf drei mathematische Jahrhunderte[1]) getan, nach der aber die Lösung gerade wegen der Wolfskehlschen Preisstiftung und der sogenannten Preisausschreibung ***nicht*** veröffentlicht werden sollte. „Die beiden Dühring — erklärte Prof. Metger — sind unzweifelhaft Mathematiker von allererstem Rang. Sie haben in ihren Grundmitteln[2]) die Wissenschaft um weittragende Methoden bereichert und sie haben außerdem, was man bisher für unmöglich erklärte, für die Gleichungen von einem höheren als dem vierten Grade eine allgemeine Lösung gefunden. Wenn sie also jetzt erklären, dass sie das Fermatsche Problem gelöst haben, so kann man fest davon überzeugt sein, dass sie Recht haben". Auf diese Metgersche Äußerung hin bestätigte Eugen Dühring ganz bestimmt, was er zuvor mehr nur hatte durchblicken lassen. „Er besitze — so erklärte er[3]) — nicht nur den betreffenden Beweis bezüglich der Zahlen, sondern mehr als das, nämlich eine algebraische, also weit allgemeinere als zahlentheoretische Darlegung, dass und warum der Möglichkeit beim zweiten Grade die Unmöglichkeit bei allen höheren Graden zur Seite geht; die Dreipotenzengleichung zweiten Grades lässt sich rationalisieren, die der höheren bis in die Unendlichkeit hinein nie." Der Beweis soll jedoch zunächst nicht veröffentlicht werden. Dühring Vater und Sohn haben Verschweigung und Plagiierung ihrer früheren Leistungen zur Genüge erfahren. Da kommt ihnen die Göttinger Preisstiftung — mit der sie persönlich aus Gesinnungsgründen nichts zu tun haben können — bloß quer, indem die gegenwärtige Preisjägerei das denkbar größte Entwendungsrisiko darstellt. Die beiden verspüren begreiflicherweise wenig Lust, nun etwa durch vorzeitige Veröffentlichungen die Anerkennung für die wissenschaftliche Leistung einem Plagiator zuzuwenden, der ihre Lösung in anderer Einkleidung geschickt zu verwenden verstände und sich dafür obendrein noch durch den Göttinger Preis vor aller Welt auszeichnen und legitimieren lassen könnte. Vor der Veröffentlichung sollten wirkliche

---

[1]) *Personalist*, Nr. 256 ff. (*Personalist*-Verlag in Nowawes bei Berlin).

[2]) *Neue Grundmittel und Erfindungen zur Analysis, Algebra, Funktionsrechnung und zugehörigen Geometrie*, I. und II. Teil (1884, 1903). Verlag von O. R. Reisland.

[3]) *Personalist*, Nr. 271.

Garantien gegen deren Plagiierung geschaffen werden. Und in weiteren Artikeln begann Dühring selbst mit den sichernden Vorkehrungen.

Ohne die entscheidende spezielle Wendung kenntlich zu machen, erklärte Dühring zunächst allgemein, weshalb die Problemlösung drei Jahrhunderte hindurch vergeblich gesucht worden sei und weshalb sie auch jetzt von anderer Seite nicht zu erwarten stehe. Der Fehler liege an den bisherigen Methoden, die für das Fermatsche Problem untauglich seien. Der zahlentheoretische Weg führe nicht zum Ziel; nicht, wie bisher, als Zahlenproblem sei der Nachweis der Fermatunmöglichkeit zu fassen, sondern als algebraische Aufgabe. Diese Erklärung verdeutlichte Dühring, indem er durch geeignete Beispiele die Überlegenheit seiner algebraischen Methoden darlegte. Es gibt für die sogenannten pythagoreischen Zahlen, wie einleitend schon angedeutet wurde, eine alte, sehr einfache Berechnungsformel: Man findet die fraglichen Quadratzahlen, indem man von zwei beliebigen Zahlen das doppelte Produkt, die Differenz und die Summe der Quadrate nimmt also setzt: $x = 2ab$, $y = a^2 - b^2$, $z = a^2 + b^2$, wobei a und b beliebige Zahlen sein können. Wählt man als Zahlenbeispiel $a = 2$ und $b = 1$, so erhält man für $x^2 + y^2 = z^2$ die Quadratzahlengleichung $4^2 + 3^2 = 5^2$ oder $16 + 9 = 25$. Bei der Kennzeichnung seiner algebraischen Methoden gab nun Dühring eine von ihm abgeleitete Formel bekannt für die rationale Lösung der Forderung, die Summe zweier Quadrate in einen *Kubus* zu verwandeln, also der Gleichung $x^2 + y^2 = z^3$. Diese Formel ist derjenigen für die pythagoreischen Zahlen ähnlich, wenn auch nicht ganz so einfach. Nimmt man wiederum die beliebigen Zahlenelemente a und b, so findet man nach der Dühringschen Formel $x = a^3 - 3ab^2$, $y = b^3 - 3a^2 b$, $z = a^2 + b^2$. Wählt man das Zahlenbeispiel $a = 2$ und $b = 1$, so erhält man für x^2, y^2 und z^3 die Zahlen 2^2, 11^2 und 5^3 oder 4, 121 und 125. Dühring gab außerdem noch eine andere „singuläre" Lösung, nämlich $x = a\,(a^2 + b^2)$, $y = b\,(a^2 + b^2)$, $z = a^2 + b^2$, bei der das Zahlenbeispiel $a = 2$ und $b = 1$ folgendes Ergebnis zeigt: 10^2, 5^2 und 5^3 oder 100, 25 und 125. Ferner erklärte er, dass er eine Ableitung besitze, welche die beiden angegebenen Lösungen für $x^2 + y^2 = z^3$ mit einem Schlage ergebe, und forderte die

Fachmathematiker heraus, ihm auf rein algebraischem Wege die Sache nachzutun. Wenn dieses und noch ähnliche später anzugebende Probleme öffentlich gelöst seien, so werde er zu weiteren Veröffentlichungen seiner Methoden bereit sein.

Im *Tag* Nr. 33 (1913), meldete sich der Berliner Mathematikprofessor Dr. Krohs, der sich schon durch eine frühere hochmathematische Arbeit als Kenner der Dühringschen mathematischen Errungenschaften ausgewiesen hatte[1]), zum Wort. Er teilte mit, dass er die von Dühring geforderte Ableitung besitze, und gab das von ihm gefundene Ergebnis an. Die gleiche algebraische Methode gestattet — nach Prof. Krohs — überdies die Lösung von $x^2 + y^2 = z^4$, von $x^2 + y^2 = z^5$ etc. Für $x^2 + y^2 = z^5$ liefere die Lösungsformel zum Beispiel für $a = 1$ und $b = 2$ die Potenzengleichung $1121^2 + 404^2 = 17^5$ oder $1\,256\,641 + 163\,216 = 1\,419\,857$, die sich gewiß nicht durch bloßes Ausprobieren finden lasse. Dabei wird $z = (a^4 + b^4)$. Ferner erklärt Prof. Krohs, dass die schon von Euler erwähnte und von Dühring als Zweipotenzengleichung bezeichnete bisher aber noch nie allgemein behandelte Aufgabe $x^3 - y^2 = 2$ sich nunmehr algebraisch erledigen lasse; es lasse sich dabei beweisen, dass außer der früher durch Probieren leicht gefundenen Lösung $x = 3$ und $y = 5$ keine weitere rationale Lösung möglich sei. Prof. Krohs schloss seinen Artikel mit den Worten: „Das alles aber spricht für Dühring. Die angegebenen Resultate wurden mir, indem ich mich mit Hilfe seiner Andeutungen im *Personalist* von der zahlentheoretischen Beschränkung der Aufgaben frei machte, allerdings erst nach manchem Fehlversuch und angestrengtem Nachdenken. Die Anwendung meiner Methode auf das eigentliche Fermatproblem hat mir die Gewissheit gegeben, dass Dühring die vielumstrittene Lösung besitzt".

Die Problemlösungsangelegenheit, die nun so weit gediehen ist, verdient nicht nur des Problems wegen Beachtung. Es handelt sich nicht nur um eine Höchstleistung auf mathematischem Gebiet. Es handelt sich außerdem auch um die Einführung einfacherer, sicherer Rechnungsmethoden. Prof. Krohs erklärte schon früher in seiner oben erwähnten mathematischen Abhandlung

[1]) *Die algebraisch lösbaren irreduziblen Gleichungen fünften Grades.* Berlin 1901. R. Gaertners Verlagsbuchhandlung.

„Die algebraisch lösbaren irreduziblen Gleichungen fünften Grades“ auf bloß dreißig Seiten nach Dühringscher Methode die Schwierigkeiten einwandfrei erledigt zu haben, ohne vom Leser mehr als die Vorkenntnisse eines Realabiturienten zu verlangen, während sonst dazu eine recht beträchtliche Menge schwieriger zahlen- und substitutionstheoretischer Kenntnisse nötig gewesen wären, die einen ziemlichen Band gefüllt hätten. Heute werden Vereinfachung und größere Anschaulichkeit in der Mathematik vorab in den Elementen von Fachmathematikern als Hauptprogrammpunkte anerkannt. Wenn nun, wie Prof. Krohs andeutet, die Bemühungen um das Fermatproblem in dieser Hinsicht größte Fortschritte erwarten lassen, so gewinnt die Frage, ob eine baldige Veröffentlichung der Dühringschen Lösung möglich werde oder nicht, ein ganz allgemeines Interesse. Denn Vereinfachung der mathematischen Mittel, leichtere Zugänglichkeit, abkürzende Wege zur Höhe sind nicht bloß eine Angelegenheit der Fachmathematik, sondern des menschlichen Wissens überhaupt.

ZÜRICH HERMANN MEYER

□ □ □

DIE WANDMALEREIEN DER UNIVERSITÄT

„Sehen Sie denn nicht ein, lieber Herr Bovet, dass Sie mit Ihrer scharfen Kritik der Entwürfe Bodmer und Huber der Sezession in Luzern Vorspanndienste leisten? Und betrübt es Sie nicht, dass sowohl das *Volksrecht* wie die *Bülacher Wochenzeitung* Ihrem Votum Beifall spenden?“

Diese Argumentation beunruhigt mich nicht. Abgesehen davon, dass ich keiner Partei angehöre, kann ich nicht einsehen, was die Politik mit diesen Wandmalereien zu tun hätte . . . „Aber die Sezession?!“ Ja, wer beweist mir denn, dass zwischen den Entwürfen Bodmer und Huber einerseits und der Sezession anderseits gar kein Raum vorhanden ist für eine andere Auffassung der Kunst? Seit wann sind denn die Herren Bodmer und Huber der Inbegriff der „modernen Malerei“? Da würden sich die besten Künstler in der Schweiz schön bedanken, und nicht zuletzt Herr Hodler selbst.