Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 13 (1922)
Heft: 4

Artikel: Wattmètre pour courants de haute fréquence
Autor: Joye, P. / Brasey, E.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1058295

Wattmètre pour courants de haute fréquence.

Par *P. Joye*, directeur et *E. Brasey*, assistant à l'Institut de Physique de l'Université de Fribourg.

Au cours de recherches sur l'hystérésis du fer à haute fréquence nous avons été amenés à mesurer la puissance d'un courant alternatif dont la fréquence était de l'ordre le 10^4. Nous avons essayé, en premier lieu, un wattmètre thermique construit par la Maison Chauvin et Arnoux, à Paris.

En le calibrant, nous nous trouvâmes en face de points de calibration absolument irréguliers au premier abord, mais pouvant cependant se classer en une famille de courbes paraboliques, qui a pour variable indépendante l'intensité I et pour paramètre la tension E. En un mot, pour une puissance donnée, l'appareil fournit des indications différentes suivant le rapport des deux grandeurs E et I. Empressons-nous d'ajouter que si l'on applique l'appareil à la mesure de la puissance maximum pour laquelle il est construit ($E = 750$ volts, $I = 100$ amp.), le défaut observé altère peu l'exactitude des mesures. Comme nous nous trouvions dans des conditions d'emploi bien différentes ($E = 50 - 100$ volts, $I = 5 - 10$ amp.), on comprend que les erreurs aient pris plus d'importance.

De plus, le fil de chauffe étant relativement gros, il pouvait se faire, qu'à haute fréquence, la répartition du courant dans les circuits fût différente de la répartition en courant continu et faussât nos résultats.

La faible sensibilité, la consommation non négligeable du courant dans l'appareil et l'importance des corrections aux faibles puissances nous obligeaient à renoncer à son emploi; la nécessité où l'on se trouvait d'éliminer du circuit toute résistance dont l'action aurait été de déformer la courbe de tension, écartait la méthode de l'électromètre-wattmètre.

Nous nous sommes donnés pour tâche:

1⁰ de rechercher la raison des erreurs systématiques observées dans la courbe de calibration;

2⁰ d'essayer de les rendre négligeables;

3⁰ de construire un wattmètre plus sensible pouvant convenir à des fréquences très élevées, et fondé sur le même principe que l'appareil de Chauvin et Arnoux.

I.

Supposons que deux appareils thermiques soient parcourus, le premier par un courant $(C' E - C'' I)$ [1]), et le second par un courant $(C' E + C'' I)$, C' et C'' étant des facteurs constants; E et I les valeurs efficaces de la tension et de l'intensité du courant. Les déviations d'un indicateur thermique étant proportionnelles au carré de l'intensité efficace, les valeurs lues: I' et I'' seront données par les relations:

$$(I')^2 = (C' E)^2 + (C'' I)^2 - 2\, C' C'' E I \cos\varphi$$
$$(I'')^2 = (C' E)^2 + (C'' I)^2 + 2\, C' C'' E I \cos\varphi$$

On voit immédiatement que la différence de ces deux valeurs

$$(I'')^2 - (I')^2 = 4\, C' C'' E I \cos\varphi = 4\, C' C'' W$$

est proportionnelle à la puissance W.

Si, pour les indicateurs thermiques utilisés, le rapport $\dfrac{(\text{intensité efficace})^2}{\text{déviation}}$ reste rigoureusement constant, on peut alors construire un appareil réalisant lui-même la différence $[(I'')^2 - (I')^2]$ et dont l'échelle, proportionnelle, sera graduée en unités de puissance. Dans le „Wattmètre calorique à compensation" de Chauvin et Arnoux

[1]) La somme doit être prise vectoriellement en raison du décalage.

basé sur ce principe, la mesure des courants I'' et I' est donnée par l'allongement de deux fils; la différence des deux allongements, enregistrée par une poulie de faible diamètre, produit, par une transmission mécanique qui l'amplifie, le déplacement de l'aiguille indicatrice de l'appareil.

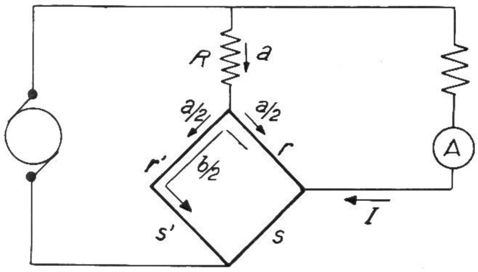

fig. 1

Le montage de la fig. 1 permet d'obtenir simultanément dans deux conducteurs différents r et r' les courants

$$\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{2}\right) \text{ et } \left(\frac{a}{2}-\frac{b}{2}\right)$$

à la seule condition que

$$r+s=r'+s'.$$

Cette dernière condition doit être remplie pour que le courant a se divise en deux courants égaux. De plus, le circuit doit être complètement dépourvu de self.

Si a est proportionnel à la tension et b proportionnel à l'intensité, et que r et r' soient les fils de chauffe de deux instruments thermiques quelconques, nous sommes en mesure de déterminer la valeur de W.

Notons qu'en coupant une des connexions de la résistance R, l'appareil fonctionne comme un simple ampèremètre. Si au contraire, laissant R en place, nous relions le circuit de consommation au sommet inférieur du losange, nous constituons un voltmètre. Ces deux montages sont prévus dans le wattmètre Chauvin et Arnoux avec la différence qu'un seul des deux thermiques donne les indications d'intensité ou de tension.

II.

Les lois de Kirchhoff permettent de trouver les relations existant entre E et I d'une part et a et b d'autre part. Connaissant les résistances r, r', s, s', R, la tension E et l'intensité *dans le circuit de consommation,* nous allons calculer l'intensité des courants partiels circulant dans les divers bras du montage; r' et s' parcourus toujours par le même courant interviennent dans le calcul sous forme de somme: nous écrirons $r'+s'=\varrho'$ et nous écrirons par analogie: $r+s=\varrho$.

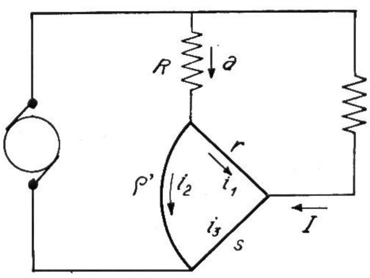

fig. 2

Nous pouvons écrire: (voir fig. 2)

$$R\,a+r\,i_1=E \qquad a=i_1+i_2$$

$$r\,i_1+s\,i_3=\varrho'\,i_2 \qquad I+i_1=i_3$$

et tirer la valeur de a de i_1 et i_2:

$$a=\frac{(\varrho+\varrho')\,E+rs\,I}{R\,(\varrho+\varrho')+r\varrho'}; \qquad i_1=\frac{\varrho'\,E-R\,s\,I}{R\,(\varrho+\varrho')+r\,\varrho'}; \qquad i_2=\frac{\varrho E+(R+r)\,s\,I}{R\,(\varrho+\varrho')+r\,\varrho'}$$

Nous remarquons immédiatement que la valeur de *a dépend principalement de E* mais n'est cependant jamais indépendante de I, le coefficient $r\cdot s$ n'étant jamais nul.

Le courant a se répartit dans les bras ϱ et ϱ' en deux courants:

$$a_\varrho=a\,\frac{\varrho'}{\varrho+\varrho'} \quad \text{et} \quad a_{\varrho'}=a\,\frac{\varrho}{\varrho+\varrho'}.$$

Le courant que nous avons désigné par $\frac{b}{2}$ est donné par la formule $\frac{b}{2} = \frac{s\,I}{\varrho + \varrho'}$. On vérifie aisément que $\left(a_\varrho - \frac{b}{2}\right) = i_1$ et $\left(a_{\varrho'} + \frac{b}{2}\right) = i_2$.

Nous savons que si $\varrho = \varrho'$, les indications de l'appareil sont égales à $a\,b \cdot \cos\varphi$.

Dans ce cas

$$a = \frac{2\,\varrho\,E + rs\,I}{\varrho\,(2\,R + r)} = \frac{E}{R + \frac{r}{2}} + \frac{r}{2\,R + r}\,b\,.$$

Formons la relation

$$a\,b \cdot \cos\varphi = \frac{s}{\varrho\left(R + \frac{r}{2}\right)} \cdot E\,I\cos\varphi + \frac{r}{2\,R + r} \cdot b^2\,.$$

Elle nous montre, que le produit $a\,b \cdot \cos\varphi$, c'est-à-dire la déviation W ne représente pas rigoureusement la puissance du circuit: $E\,I \cdot \cos\varphi$.

L'étude qui suit a pour but de calculer, dans un cas général, la grandeur de la différence $\frac{r}{2\,R + r} \cdot b^2$ et de déterminer les conditions dans lesquelles elle est négligeable.

Constantes de l'appareil.

Ces constantes sont:

$$K_1 = \frac{I_M}{b_M}\,, \quad K_2 = \frac{E_M}{a_M}$$

d'où $E_M\,I = K_1\,K_2 \cdot a_M\,b_M$ relation que nous pouvons étendre à toute l'échelle de mesure à condition que l'erreur $\frac{r\,b^2}{2\,R + r}$ soit négligeable.

Soient r, r' les résistances des thermiques, $E_M\,I_M$, les valeurs maxima pour lesquelles on construit l'appareil, et $a_M\,b_M$ les valeurs maxima que l'on peut donner à a et b. (Ces deux dernières se déduisent facilement du courant maximum que supporte chacun des fils.)

On a: $$b = \frac{s}{r + s}\,I\,; \quad s = r \cdot \frac{1}{K_1 - 1}$$

La relation $a = \dfrac{E + r\frac{b}{2}}{R + \frac{r}{2}}$ ne permet pas de fixer une valeur de R définitive, à cause de l'élément variable b.

a) Si nous calculons R en négligeant la présence de b, on a: $R = \frac{E}{a} - \frac{r}{2}$.

Or, en réalité, le bras r est parcouru par un courant $\left(\frac{a}{2} - \frac{b}{2}\right)$; la chute de tension sur ce bras est alors $r\left(\frac{a}{2} - \frac{b}{2}\right)$ au lieu de $r \cdot \frac{a}{2}$ que suppose notre formule; la chute de tension sur R s'accroît de la différence précédente, $r\frac{b}{2}$, et le courant qui la traverse devient $(a + \varepsilon)$; l'indication du wattmètre va donc être trop élevée.

Pour a constant, b croissant, l'erreur de tension égale à $\frac{rb}{2}$ augmente; l'erreur de puissance qui s'obtient en multipliant cette valeur par $I \cos \varphi$ augmentera proportionnellement au carré de b.

b) Si maintenant on calcule R en négligeant la chute de tension sur r, c'est-à-dire si l'on prend $R = \frac{E}{a}$, l'erreur de tension est $-r\left(\frac{a}{2} - \frac{b}{2}\right)$. Pour a constant et b croissant, cette erreur, en valeur absolue, diminue et s'annulera pour $b = a$; l'erreur de puissance sera cette fois le produit de deux fonctions, l'une croissante, l'autre décroissante.

Etudions d'une manière générale la forme de cette courbe d'erreur en admettant pour la chute de tension sur r une valeur intermédiaire: $u \cdot r\, a$, u étant une fraction variable dont nous chercherons à fixer la valeur la plus favorable en supposant le décalage nul. Nous calculons R en supposant $E = R\,a + u \cdot r\,a$. En réalité, la tension E donne naissance à un courant a' tel que

$$E = R\,a' + r\left(\frac{a'}{2} - \frac{b}{2}\right)$$

On a entre a et a' la relation

$$R\,a + u \cdot r\,a = R\,a' + r\left(\frac{a'}{2} - \frac{b}{2}\right)$$

d'où

$$a' - a = \frac{r}{2\,(R + u\,r)}\left[b - (1 - 2\,u)\,a'\right]$$

L'indication du wattmètre pour un courant proportionnel à b et pour une tension E, est $W' = a'\,b$ cette indication est trop élevée de

$$W' - W = (a' - a) \cdot b = \frac{r}{2\,(R + u\,r)}\left[b^2 - (1 - 2\,u)\,a\,b\right]$$

Notons qu'on a une déviation de toute l'échelle, n divisions pour $a = a_M$ et $b = b_M$. Donc $n = a_M\,b_M$ et nous pouvons écrire

$$W' - W = \frac{n\,r}{2 \cdot a_M\,b_M (R + ur)} \cdot \left[b^2 - (1 - 2u)\,a\,b\right] = \frac{n\,r}{2 \cdot b_M\,E_M} \cdot \left[b^2 - (1 - 2u)\,a\,b\right]$$

En admettant — pour le calcul de l'erreur seulement — $a_M = a'_M$.

La fraction n'étant composée que de constantes, il nous suffit d'étudier en fonction du nombre de divisions lues à l'appareil, c'est-à-dire, en fonction de $a\,b$ la variation de $z = b \cdot [b - a \cdot (1 - 2u)]$.

Le rapport $\frac{z}{a\,b} = (2\,u - 1) + \frac{b}{a}$ n'est pas constant; pour une même lecture au wattmètre, la correction prendra des valeurs différentes suivant le rapport de l'intensité à la tension.

On pourrait être tenté de donner à u une valeur assez grande pour que $\frac{z}{a\,b}$ puisse être considéré comme constant, à $\frac{1}{10}$ près par exemple, et de contrebalancer cette erreur, devenue grande, mais relativement proportionnelle, par une autre erreur de signe contraire et rigoureusement proportionnelle qu'on peut obtenir en modifiant légèrement la valeur calculée du shunt d'intensité s. On serait simplement ramené à l'effet qu'on obtient pour $(2u - 1) = 1$, c'est-à-dire pour $u = o$ et l'avantage de cette modification serait nul. Il est très simple de s'en convaincre.

Pour le montrer, nous supposerons a variable sous forme paramétrique, b étant la variable proprement dite que nous désignerons par x. Nous sommes donc simplement ramenés à l'étude de la courbe: $z = x^2 - a \cdot (1 - 2u) \cdot x$.

C'est une parabole dont le paramètre est indépendant de u et de a et qui passe par le point de coordonnées (o,o); pour une échelle donné, les paraboles du faisceau obtenu en faisant varier u, sont donc identiques de forme et passent toutes par l'origine. Le rôle de u est de fixer le point de la parabole qui coïncide avec l'origine.

Les limites de x sont o et b_M, cette dernière valeur étant ordinairement prise égale à a_M. Notre courbe d'erreur (en fonction de b) se composera donc d'un segment de parabole compris entre l'origine et un point d'abscisse a_M.

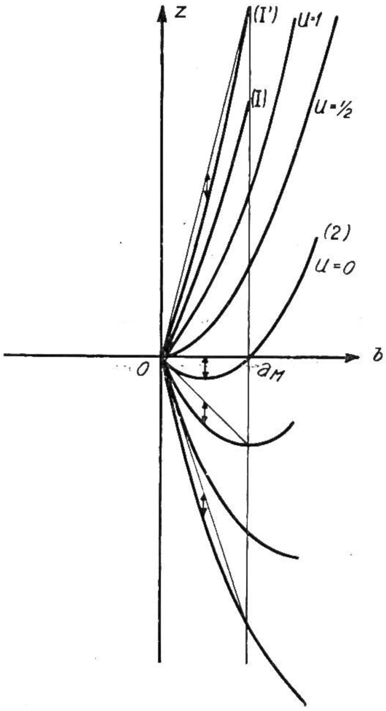

fig. 3

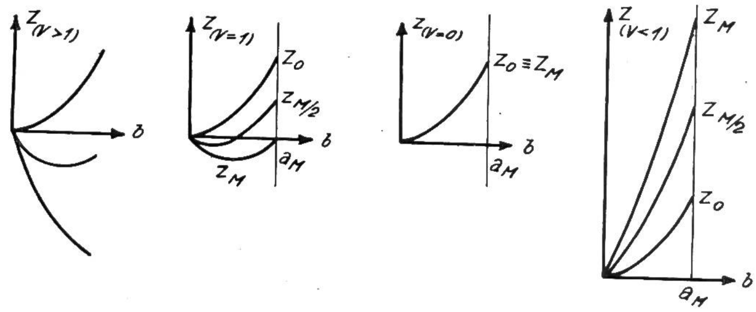

fig. 4

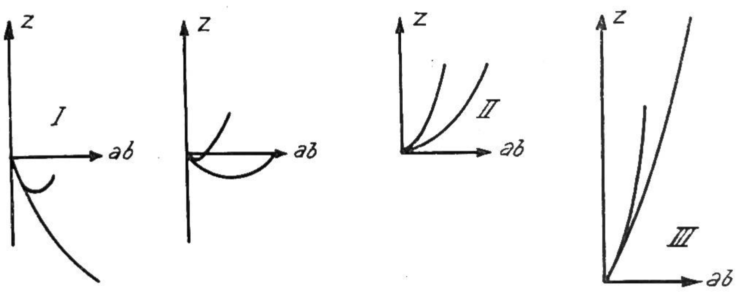

fig. 5

Il est illusoire, comme on l'a dit plus haut, d'adopter les courbes (I) ou (I') qui sont approximativement rectilignes dans l'espoir qu'une modification du shunt d'intensité les ramènerait à une courbe d'amplitude minime et négligeable. En réalité, la courbe résultante sera toujours la courbe (II). La vérification est immédiate, géométriquement et analytiquement. On remarque, en effet, que la flèche de tous les arcs de courbe compris entre les abcisses o et b_M garde la même valeur quelque soit la courbe choisie.

Notre recherche de la courbe la plus favorable dépendra donc d'autres considérations. Suivant le choix de u nous aurons, en appelant v un nombre positif, trois types d'équation suivant que $(2u - 1) \lesseqgtr o$.

$$z = b^2 - a\,v\,b \quad (1) \qquad\qquad z = b^2 \quad (2) \qquad\qquad z = b^2 + a\,v\,b \quad (3)$$

En faisant varier a paramètriquement de a_M à o, nous obtenons, dans chacun de ces cas un faisceau de courbes dont les courbes extrêmes et la courbe pour la valeur médiane $\frac{a_M}{2}$ sont:

$$\text{pour } a = a : z_M = b^2 - a_M v\, b \;(1) \qquad z_M = b^2 \;(2) \qquad z_M = b^2 + a_M v\, b \;(3)$$

$$a = \frac{a_M}{2} : z_{M/2} = b^2 - \frac{a_M\, v}{2}\, b \qquad z_{M/2} = b^2 \qquad z_{M/2} = b^2 + \frac{a_M\, v}{2}\, b$$

$$a = o : z_0 = b^2 \qquad z_0 = b^2 \qquad z_0 = b^2$$

Lorsque, pour I constant, E augmente, la valeur de z donnée par (1) diminue, par (2) reste constante et par (3) augmente.

Des faisceaux précédents rapportés à b comme axe des abcisses, il est facile de déduire graphiquement les mêmes faisceaux rapportés à $a\, b$, c'est-à-dire les courbes d'erreur proprement dites. Il suffit, les ordonnées conservant leur valeur, de réduire les abcisses de chaque courbe $z_{M,t}$ dans le rapport $\frac{1}{t}$.

Celui de ces faisceaux qui conviendra le mieux comme courbe d'erreur sera celui qui, pour une valeur donné de la puissance, présentera le moins d'écart entre la courbe inférieure et la courbe supérieure du faisceau. Une puissance donnée, qui est la fraction $\frac{1}{t}$ de la puissance totale que peut mesurer l'instrument $\frac{I_M\, E_M}{t}$ peut être le produit de E_M et de $\frac{I_M}{t}$ ou au contraire, de $\frac{E_M}{t}$ et de I_M.

Cherchons dans les 3 cas donc la différence de $z_M\left(\frac{b_M}{t}\right)$ et de $z_{M,t}\,(b_M)$

$$z_M = b^2 - a_M v b \;(1) \qquad z_M = b^2 \;(2) \qquad z_M = b^2 + a_M v\, b \;(3)$$

$$z_{M,t} = b^2 - \frac{a_M\, v}{t}\, b \qquad z_{M,t} = b^2 \qquad z_{M,t} = b^2 + \frac{a_M\, v}{t}\, b$$

$$z_M\left(\frac{b_M}{t}\right) = \frac{b_M^2}{t^2} - \frac{a_M\, v\, b_M}{t} \qquad z_M\left(\frac{b_M}{t}\right) = \frac{b_M^2}{t^2} \qquad z_M\left(\frac{b_M}{t}\right) = \frac{b_M^2}{t^2} + \frac{a_M\, v b_M}{t}$$

$$z_{M,t}(b_M) = b_M^2 - \frac{a_M\, v\, b_M}{t} \qquad z_{M,t}\,(b_M) = b_M^2 \qquad z_{M,t}\,(b_M) = b_M^2 + \frac{a_M\, v\, b_M}{t}$$

$$z_{M,t}(b_M) - z_M\left(\frac{b_M}{t}\right) = b_M^2\left(1 - \frac{1}{t^2}\right) \qquad z_{M,t}\,(b_M) - z_M\left(\frac{b_M}{t}\right) \qquad z_{M,t}\,(b_M) - z_M\left(\frac{b_M}{t}\right) =$$

$$= \frac{b_M^2}{t^2}\,(t^2 - 1) \qquad = \frac{b_M^2}{t^2}\,(t^2 - 1) \qquad \frac{b_M^2}{t^2}\,(t^2 - 1)$$

La différence cherchée est indépendante de v c'est-à-dire de u; les figures précédentes permettent de s'en rendre compte. Déterminons encore, pour les différents faisceaux, les limites entre lesquelles sont comprises les valeurs de z.

Pour 1) le minimum de z_M est $\left(-\frac{a_M\, v}{4}\right)$
et le maximum de z_0 est b_M^2 } amplitude $= b_M^2 + \frac{a_M\, v}{4}$

Pour 2) le maximum des z est b_M^2
et leur minimum est o } amplitude $= b_M^2$

Pour 3) le maximum de z_M est $b_M^2 + a_M\, b_M\, v$
et le minimum des z est o } amplitude $= b_M^2 + a_M\, b_M\, v$

Nous choisirons donc le faisceau d'amplitude minimum. C'est en même temps celui pour lequel la correction: 1° dépend uniquement de l'intensité du courant dont le wattmètre indique la puissance; 2° est indépendante du décalage; 3° reste toujours de même signe.

Le paramètre qui lui correspond est

$$v = o$$

Or $\quad v = 1 - 2\,u \qquad$ d'où $\quad u = \frac{1}{2} \qquad$ et $R = \frac{E}{a} - \frac{r}{2}$

Pour exprimer les résultats précédents en divisions de l'appareil, il suffit de se rappeler que nous avons trouvé pour l'erreur de puissance

$$W' - W = \frac{n\,r}{2\,b_M E_M}\,[b - a\,(1 - 2\,u)] \cdot b$$

dont nous avons étudié le facteur variable $z = [b - a\,(1 - 2\,u)] \cdot b$; nos résultats sont donc à multiplier par $\frac{n\,r}{2\,b_M E_M}$

L'erreur maximum exprimée en divisions de l'appareil est donc

$$W' - W = \frac{n\,r}{2\,b_M\,E_M}\,b_M^2 \qquad = \frac{n\,r}{2\,E_M}\,b_M$$

Nous voyons que la fraction d'échelle $\frac{r\,b_M}{2\,E_M}$ qui représente l'erreur est égale à la tension aux bornes du thermique lorsqu'il est parcouru par le courant b_M, divisée par le double de la tension maximum pour laquelle on prévoit l'appareil.

La valeur habituelle de $r\,b_M$ pour un ampèremètre thermique ordinaire est d'environ 1 volt. Si nous voulons que l'erreur systématique signalée ne dépasse pas les erreurs de lecture (qu'on peut évaluer dans un appareil à aiguille à $\frac{1}{1000}$ de l'échelle entière) la limite inférieure de E_M est donnée par la relation

$$\frac{r\,b}{2\,E} = \frac{1}{1000} \qquad \text{d'où} \quad E = 500\,r\,b \qquad E = 500 \text{ volts.}$$

Donc un wattmètre constitué par deux ampèremètres thermiques ordinaires pourra être considéré comme exempt d'erreur, s'il est prévu pour une tension maximum qui n'est pas inférieure à 500 volts.

Par contre, ce même wattmètre calculé pour 100 volts présentera une erreur maximum de $\frac{r\,b}{2\,E_M} = \frac{1}{200}$ de l'échelle, supérieure aux erreurs de lecture.

Rappelons que l'erreur maximum peut se présenter aussi bien pour une lecture de 10 que pour une lecture de 100 divisions, si ces lectures sont obtenues toutes les deux pour I_M.

En résumé:

Le montage réalisant le principe du wattmètre thermique conduit à une erreur systématique inévitable qui est rendue minime lorsque la résistance additionnelle du circuit de tension est calculé par la formule $R = \frac{E_M}{a_M} - \frac{r}{2}$. La fraction d'échelle qu'atteint l'erreur maximum est alors

$$\frac{r\,\frac{b_M}{2}}{E_M}$$

On peut la réduire en constituant le wattmètre par des thermiques qui, à sensibilité égale, présentent un minimum de tension aux bornes.

Pour un type d'appareil donné, cette erreur diminue à mesure qu'augmente la tension maximum pour laquelle on le calcule.

III.

Formule générale du wattmètre.

La condition $\varrho = \varrho'$ n'est pas toujours réalisable rigoureusement. Nous avons trouvé plus haut pour $\varrho \neq \varrho'$

$$i_1 = \frac{\varrho' E - R s I}{R(\varrho + \varrho') + r\varrho'} \quad \text{et} \quad i_2 = \frac{\varrho E + (R + r) s I}{R(\varrho + \varrho') + r\varrho'}$$

Formons la différence $i_2^2 - i_1^2$ que nous indiquera l'appareil

$$i_2^2 - i_1^2 = \frac{2\,[R(\varrho + \varrho') + r\varrho]\, s E I \cos\varphi + (\varrho^2 - \varrho'^2) E^2 + (2R + r) r s^2 I^2]}{[R(\varrho + \varrho') + r\varrho']^2}$$

d'où

$$E I \cos\varphi = \frac{[R(\varrho + \varrho') + r\varrho']^2}{2\,[R(\varrho + \varrho') + r\varrho]\, s} \cdot \left(i_2^2 - i_1^2 - \frac{(2R + r) r s I^2}{2\,[R(\varrho + \varrho') + r\varrho]} - \frac{\varrho^2 - \varrho'^2}{2\,[R(\varrho + \varrho') + r\varrho]\, s} \cdot E^2\right.$$

C'est la formule générale du wattmètre. Nous allons la simplifier en admettant que l'ordre de grandeur de $(\varrho - \varrho')$ est de quelques $^0/_{00}$.

Notons $\varrho - \varrho' = d$. Nous pouvons admettre $\frac{d}{\varrho} = \frac{d}{\varrho'} = \delta$

Remarquons encore que

$$\frac{\varrho}{\varrho + \varrho'} = \frac{1}{2 - \delta} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\delta}{2}\right) \quad \text{et} \quad \frac{\varrho'}{\varrho + \varrho'} = \frac{1}{2 + \delta} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\delta}{2}\right)$$

On a, après calcul

$$E I \cos\varphi = \frac{\varrho + \varrho'}{2s} \, \frac{\left(R + \frac{r}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{2r}{4} \frac{\delta}{R + \frac{r}{2}}\right)}{\left(R + \frac{r}{2}\right)\left(1 + \frac{r}{4} \frac{\delta}{R + \frac{r}{2}}\right)} (i_2^2 - i_1^2) - \frac{\left(R + \frac{r}{2}\right) r s I}{2(\varrho + \varrho')\left(R + \frac{r}{2} + \frac{r}{4}\delta\right)}$$

$$- \frac{d E^2}{2s\left(R + \frac{r}{2} + \frac{r}{4}\delta\right)}$$

Les deux derniers termes sont des termes de correction. Nous y remplaçons $(\varrho + \varrho')$ par 2ϱ et négligeons les termes d'ordre secondaire. Il vient:

$$E I \cos\varphi = \frac{\varrho + \varrho'}{4s}\left(2R + r - \frac{3}{2} r \delta\right)(i_2^2 - i_1^2) - \left(\frac{r s}{2\varrho} I^2 + \frac{d E^2}{s(2R + r)}\right)$$

$$= A(i_2^2 - i_1^2) - B.$$

Chaque mesure exige donc la connaissance de ϱ et de ϱ', facile à déduire des indications i_1 et i_2, si l'on a pris soin de dresser une table indiquant la résistance des thermiques en fonction du courant qui les traverse.

Le terme correctif B comprend le terme $\frac{r s}{2\varrho} I^2 = \frac{r b I}{2}$ qui corrige l'erreur fondamentale du wattmètre et un second terme dû à l'inégalité des bras ϱ et ϱ'.

Mesure de la tension lorsque $\varrho \neq \varrho'$.

Du montage indiqué par la fig. 2, nous tirons les équations suivantes:

$$a = i_1 + i_2\,; \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{\varrho'}{\varrho} \quad \text{et} \quad E = a\left(R + \frac{\varrho\,\varrho'}{\varrho + \varrho'}\right)$$

On en tire:

$$\frac{a}{i_2} = \frac{\varrho + \varrho'}{\varrho'} = 2 + \delta\,; \quad \frac{a}{i_1} = \frac{\varrho + \varrho'}{\varrho} = 2 - \delta\,.$$

D'où

$$E = i_1\,(2\,R + \varrho + \delta\,R) = i_2\,(2\,R + \varrho' - \delta\,R)\,.$$

Pour la mesure de l'intensité nous avons déjà trouvé

$$I = \frac{b}{2} \cdot \frac{\varrho + \varrho'}{s} = i_1 \cdot \frac{\varrho + \varrho'}{s} = i_2 \cdot \frac{\varrho + \varrho'}{s}$$

Ces deux montages, en même temps qu'ils indiquent la tension et l'intensité, fournissent un contrôle permanent des deux thermiques l'un par l'autre, mesure de sécurité qu'on ne peut négliger lorsqu'on utilise des thermo-éléments.

IV.

Le wattmètre à haute fréquence.

Dans le wattmètre que nous avons imaginé pour nos mesures, l'échauffement de chacun des fils qui constituent les bras r et r' est mesuré par un couple thermo-électrique selon le dispositif indiqué par Voege[1]). Chaque thermo-élément est relié à un millivoltmètre à suspension à fil et à lecture directe. Les résistances additionnelles et les shunts complétant le montage du wattmètre sont construits en ruban ondulé de Constantan dont la résistance peut être considérée comme indépendante de la fréquence et de la température.

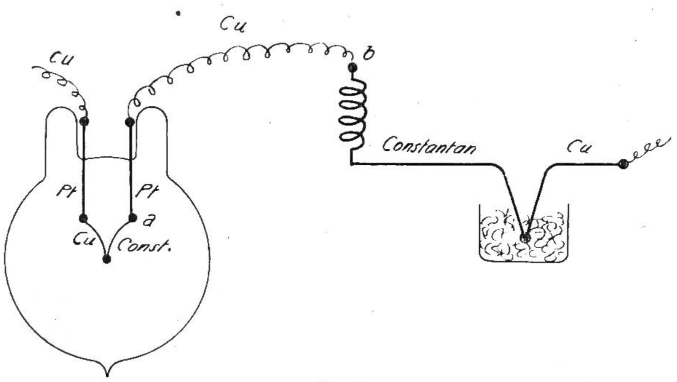

fig. 6

L'appareil ainsi construit remplit les deux conditions posées: indépendance de la fréquence et grande sensibilité.

Nous nous trouvons par contre en face d'une difficulté inhérente à l'emploi de shunts avec des appareils thermiques: c'est-à-dire l'augmentation de résistance du fil de chauffe amenée par le passage du courant. Le courant dans les deux bras du wattmètre étant toujours différent, il est donc impossible de maintenir pratiquement l'égalité $\varrho = \varrho'$ et chaque mesure devra exiger un calcul de correction très ennuyeux.

Nous avons rendu cette nouvelle cause d'erreur négligeable en intercalant dans les bras r et r' des résistances invariables suffisamment grandes qui ne pouvaient cependant pas déformer la courbe.

Il résultera alors de cette amélioration que le terme de correction $\frac{r\,b^2}{2\,E}$ du wattmètre reprend une valeur qui n'est plus négligeable. On en tiendra compte par le calcul et celui-ci sera plus abordable et plus aisé.

[1]) Dr. Voege, E. T. Z. 1906, p. 467.

Dans certains cas où la tension est petite, on doit renoncer à ajouter des résistances.

Enfin dans l'emploi des thermo-éléments, les résultats dépendent de la différence de deux températures. La force électromotrice de la soudure froide *a* qui se trouve dans le thermo-élément est à chaque instant compensée par la force électromotrice d'un couple *b* de mêmes métaux dont l'une des soudures *c* est placée dans la glace fondante.

La présence du couple $a\ o^0$ aurait dû annuler la variation due à la température extérieure s'il n'y avait à travers le verre le fil de platine dont les deux extrémités sont à températures différentes.

Le point commun *b* entre le fil de platine et le fil de Constantan du thermo-élément auxiliaire étant en contact avec un thermomètre à mercure, un étalonnage a fourni les courbes qui, à chaque température relient l'intensité du courant à la déviation du millivoltmètre.

Les thermo-éléments.

L'intensité maximum que peuvent supporter les fils de chauffe est de 13 milliampères pour celui qui mesure la différence $\left(\frac{a}{2} - \frac{b}{2}\right)$ et 20 milliampères pour celui qui mesure $\left(\frac{a}{2} + \frac{b}{2}\right)$. Leur résistance est d'environ 50 Ω resp. 12 Ω, les résistances additionnelles qui ont pour but d'en rendre la variation négligeable, portent la valeur des bras ϱ et ϱ' à 250 Ω.

Nous avons choisi $\frac{a_M}{2} = 12$ milliampères

$\frac{b_M}{2} = 6$ milliampères

de telle sorte que l'indication du premier thermo-élément ne tombe jamais au-dessous de 6 milliampères où la sensibilité devient insuffisante.

La tension aux bornes du shunt est de

$$s\,I = b\,\varrho = 0{,}012 \times 250 = 3 \text{ volts.}$$

On a construit pour chaque thermo-élément un faisceau de courbes d'étalonnage correspondant aux différentes températures de la salle ($8^0 - 20^0$). L'indication de courant nous était fournie par un milliampèremètre de précision. On contrôlait, après chaque série de mesure, la correspondance entre la température de la salle et la courbe indiquée du faisceau, ainsi que l'exactitude de la courbe elle-même.

Beitrag zur näherungsweisen Bestimmung der Ausbaugrösse von Wasserkraftanlagen mit Akkumulierung.

Von *Hans Roth,* Zivilingenieur, Bern.

Die Ausbaugrösse eines Akkumulierwerkes kann auf folgende Weise ermittelt werden: Der mittlere zukünftige Bedarf an Energie, sowie der maximale Bedarf an Effekt wird anhand bisheriger Betriebserfahrungen und als Ergänzung zu bestehenden Anlagen geschätzt. Aus der Differenz des zukünftigen Bedarfes und der Leistungsmöglichkeit der im Betrieb befindlichen Werke im Zeitraum eines Monates lässt sich einerseits die mittlere 24stündige Aushilfsenergie pro Monat, anderseits der aus dem Akkumulierwerk benötigte monatliche Maximaleffekt ermitteln. Die