

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 20 (1929)  
**Heft:** 3

**Artikel:** Neue Methoden zur graphischen Bestimmung von Wechselstrom-Ortskurven  
**Autor:** Brunn, Albert von  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1056806>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 18.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# SCHWEIZ. ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

# BULLETIN

## ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

Generalsekretariat des Schweiz. Elektrotechnischen Vereins und des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke } REDAKTION } Secrétariat général de l'Association Suisse des Electriciens et de l'Union de Centrales Suisses d'électricité  
Zürich 8, Seefeldstr. 301

Verlag und Administration } Fachschriften-Vorlag & Buchdruckerei A.-G. } Editeur et Administration  
Zürich 4, Stauffacherquai 36/38

Nachdruck von Text oder Figuren ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit Quellenangabe gestattet | Reproduction interdite sans l'assentiment de la rédaction et sans indication des sources

XX. Jahrgang  
XX<sup>e</sup> Année

Bulletin No. 3

Februar I 1929  
Février I

### Neue Methoden zur graphischen Bestimmung von Wechselstrom-Ortskurven<sup>1)</sup>.

Von Albert von Brunn, Ingenieur, Zürich-Oerlikon.

513

Der Autor resumiert die im Bulletin S. E. V. 1922, S. 385 u. ff. und S. 449 u. ff. entwickelten Methoden zur Lösung von Wechselstromaufgaben. Er entwickelt den „Fehlspannungssatz“, der die graphische Lösung auch solcher Probleme gestattet, bei denen die beiden Kirchhoffschen Gesetze zusammen die Strom- und Spannungsverteilung bestimmen. Dann leitet er ein neues Transformator-Diagramm ab, das Zeit- und Potentialdiagramm zugleich ist und konstruiert mit Hilfe des Fehlspannungssatzes das Diagramm des „allgemeinen“ Transformators. Ferner wird ein Verfahren entwickelt, das gestattet, auf graphischem Wege aus den Admittanzdiagrammen zweier in Serie geschalteter Admittanzen unmittelbar das resultierende Admittanzdiagramm zu bestimmen („Doppelinversion“). Er wendet die „Doppelversion“ auf Beispiele an und zeigt, dass elektrische Resonanz nicht nur zwischen Induktivität und Kapazität, sondern ganz allgemein auch zwischen Stromerzeuger und -Verbraucher möglich ist.

L'auteur résume les méthodes développées dans le Bulletin A. S. E. 1922, pages 385 et 499, pour résoudre certains problèmes de la technique du courant alternatif. Il démontre ensuite un théorème spécial, le „Fehlspannungssatz“, qui permet aussi la solution des problèmes où la répartition du courant et de la tension découle de l'ensemble des deux lois de Kirchhoff, et non de chacune d'elle séparément. L'auteur déduit un nouveau diagramme du transformateur, à la fois diagramme de temps et de potentiel, et établit à l'aide du „Fehlspannungssatz“ le diagramme du transformateur „généralisé“. Il développe ensuite un procédé permettant de déterminer graphiquement sans autre, en partant des diagrammes de deux admittances branchées en série, le diagramme d'admittance résultant („Doppelinversion“). L'auteur applique ce procédé à des exemples et montre que la résonance électrique n'est pas possible seulement entre une inductivité et une capacité, mais d'une façon toute générale aussi entre générateurs et consommateurs de courant.

Es ist eine eigentümliche Tatsache, dass der Elektroingenieur zur Lösung von Wechselstromproblemen, die an sich schon grosse Ansprüche an sein Vorstellungsvermögen stellen, eine Methode verwendet, die mit ganz abstrakten Grössen, nämlich mit komplexen Zahlen, arbeitet. Die theoretische Elektrotechnik steht damit in einem gewissen Gegensatz zu fast allen anderen Ingenieurwissenschaften, die, insbesondere in der neuesten Zeit, eifrig bemüht sind, die analytischen Rechenmethoden durch graphische zu ersetzen. Zuzufolge der grossen Ansprüche an das abstrakte Denken ist es auch ganz begreiflich, dass sich die symbolische Methode (wie das Rechnen mit diesen komplexen Grössen genannt wird) relativ wenig Freunde erworben hat und dass der Prozentsatz der praktisch tätigen Elektroingenieure, welche diese Methode beherrschen, gering ist.

<sup>1)</sup> Eingang bei der Redaktion: 14. Juni 1928.

Verfolgt man die Entwicklung der theoretischen Elektrotechnik, so ergibt sich, dass anfänglich versucht wurde, mit graphischen Mitteln die auftretenden Probleme zu bewältigen. Zuzufolge der Kompliziertheit der Aufgaben musste man aber entweder die Lösung überhaupt aufgeben, oder man begnügte sich mit Näherungsmethoden. Ich erinnere hier nur an die Entwicklung des Diagrammes der Asynchronmaschine und die zur Ermöglichung seiner Aufstellung benötigte Vernachlässigung der primären Kupferverluste.

Die damaligen graphischen Methoden genügten den Ansprüchen der sich rasch entwickelnden Elektrotechnik nicht mehr, so dass man sich genötigt sah, nach andern Mitteln zu suchen. Man war und ist auch heute noch froh, dass man in der symbolischen Methode ein Verfahren gefunden hatte, mit welchem alle vorkommenden Aufgaben sicher und genau gelöst werden können. (Eine besondere Vertiefung und Weiterentwicklung hat diese Methode in der interessanten Arbeit<sup>2)</sup> von Dr. O. Bloch: „Die Ortskurven der graphischen Wechselstromtechnik“ erfahren. Die ausgezeichnete Darstellung kann jedem Theoretiker wärmstens empfohlen werden.) Wenn nun auch heute die symbolische Methode einen hohen Grad der Vollkommenheit erreicht hat, so haftet ihr doch der schon oben erwähnte Nachteil der Undurchsichtigkeit an, und es ist ihr auch von verschiedenen Seiten vorgeworfen worden, dass durch sie das physikalische Empfinden zu wenig gefördert wird.

In der vorliegenden Arbeit wird nun gezeigt, dass viele und praktisch besonders wichtige Probleme in durchsichtiger und einfacher Weise vollkommen graphisch gelöst werden können. Der Aufsatz stellt die Weiterentwicklung einer schon in einer früheren Arbeit<sup>3)</sup> veröffentlichten Methode dar, deren Grundlagen des besseren Verständnisses wegen hier wiederholt werden.

Wegen Raummangel musste der Inhalt dieser Arbeit um ca. die Hälfte reduziert und die Entwicklung einer Reihe praktisch wichtiger Diagramme weggelassen werden.

### 1. Festsetzungen für die Darstellung durch Vektoren.

Dass man sinusförmig variierende Ströme und Spannungen durch Vektoren darstellen kann, wird hier als bekannt vorausgesetzt. *Wie man Ströme und Spannungen auf ein Zählsystem beziehen muss, um ihre Richtung mathematisch erfassen zu können, so muss konsequenterweise jeder Vektor auf ein Bezugssystem bezogen werden, andernfalls ist sein Richtungssinn nicht eindeutig bestimmbar und deshalb ein genaues Arbeiten mit Vektoren ausgeschlossen.*

Da es im allgemeinen nicht möglich ist, in einem elektrischen Netze ein *einheitliches* Bezugssystem für einen ganzen Leiterkreis einzuführen, *legen wir jedem einzelnen Leiterelement ein besonderes Bezugssystem bei*, dessen Richtung wir durch einen kleinen Pfeil, den sogenannten *Bezugspfeil*, markieren. Prinzipiell könnten diese Pfeile beliebig eingetragen werden, *im Interesse der Einfachheit und Bequemlichkeit liegt es aber, sie nach bestimmten Regeln einzuzichnen*. Es ist für das Arbeiten mit Vektoren vorteilhaft, sich einige wichtige Sätze zu merken. Wie jeder Strom oder jede Spannung ihr mathematisches Vorzeichen wechselt, wenn das Zählsystem umgekehrt wird, so gilt auch für Vektoren der *Umkehrungssatz*:

*Kehren wir das Bezugssystem eines Leiterelementes um, so müssen wir auch seine Strom- und Spannungsvektoren je um  $180^\circ$  umkehren.*

Da für einen geschlossenen Stromkreis die algebraische Summe aller Spannungen gleich Null ist, vorausgesetzt, dass letztere alle auf dasselbe Zählsystem bezogen werden, so gilt auch für Vektoren der *Spannungssatz*:

*Beziehen wir alle Stromvektoren der Leiterelemente eines geschlossenen Stromkreises auf Bezugspfeile, welche zusammen einen einheitlichen Umlaufsinn festlegen, so bilden alle diese Vektoren ein geschlossenes Polygon.*

<sup>2)</sup> Dr. Otto Bloch: „Die Ortskurven der graphischen Wechselstromtechnik“, Verlag von Rascher & Cie., Zürich 1917.

<sup>3)</sup> A. von Brunn: „Die Bedeutung des Bezugssinnes im Vektordiagramm“, Bulletin S. E. V. 1922, Seite 385 und ff. und 449 und ff.

In analoger Weise lautet der *Stromsatz* :

Beziehen wir die Stromvektoren aller in einem Verzweigungspunkte verknüpften Leiterelemente auf Bezugspfeile, welche entweder alle dem Verzweigungspunkte zu-, oder aber alle von ihm weggerichtet sind, so bilden alle diese Vektoren ein geschlossenes Polygon. Genau so wie man die Umlaufspannung nur bilden kann, wenn man alle Vektoren auf einen einheitlichen Umlaufsinn bezieht, so kann der Vektor der *Summenspannung* mehrerer in Reihe geschalteter Leiterteile nur gebildet werden, wenn die *Spannungsvektoren der einzelnen Leiterelemente auf Bezugspfeile bezogen werden, die zusammen einen einheitlichen Durchlaufsin*n festlegen. Die in diesen Sätzen enthaltene Bedingung bezüglich der Bezugspfeile lässt sich ohne weiteres erfüllen, wenn man *unter Beachtung des Umkehrungssatzes* alle diejenigen Bezugspfeile umkehrt, die der gestellten Bedingung nicht entsprechen. Um dem Leser die Anwendung der obigen Sätze zu erleichtern, wollen wir, bevor wir in unsern Entwicklungen weiterfahren, eine sehr einfache Aufgabe lösen.

Es sei in Fig. 1 ein in Stern geschalteter Drehstromgenerator *G* auf drei in Dreieck geschaltete gleiche ohmsche Widerstände belastet. Es seien die drei Generatorenspannungen  $E_1, E_2, E_3$  (Fig. 2) gegeben und es sollen die Widerstandsspannungen sowie die Ströme der Widerstände und der drei Generatorphasen bestimmt werden. Die Bezugspfeile zeichnen wir beim Generator vom Sternpunkt *S* wegweisend ein, bei den drei ohmschen Widerständen aber so, dass sie einen einheitlichen Umlaufsinn festlegen. (Man könnte die Bezugspfeile auch ganz beliebig eintragen und würde am Ende auch zum gleichen Ergebnis gelangen, doch wäre die Arbeit sehr umständlich.) Entsprechend den symmetrisch eingetragenen Bezugspfeilen der drei Generatorphasen erscheinen die an sich symmetrischen drei Generatorphasenspannungen als drei symmetrische Vektoren  $E_1, E_2$  und  $E_3$ . Zur Ermittlung der Spannung  $E_4$  des Widerstandes 4 verwenden wir den Spannungssatz, der besagt, dass die Spannungsvektoren  $E_2, E_1$  und  $E_4$  ein geschlossenes Polygon ergeben müssten, falls die Bezugspfeile von 2, 1 und 4 einen einheitlichen Umlaufsinn festlegen würden. Dies ist aber nicht der Fall, denn wenn wir den Weg über *B S A D E B* (Fig. 1) zurücklegen, tritt uns der Bezugspfeil von Phase 2 entgegen, während die andern *in* unserem angenommenen Umlaufsinn weisen. Die Schwierigkeit ist sofort behoben, wenn wir (dank des Umkehrungssatzes) den Bezugspfeil 2 und mit ihm den Vektor  $E_2$  um  $180^\circ$  umkehren. Es müssen dann nach dem Spannungssatz die Vektoren minus  $E_2$  plus  $E_1$  plus  $E_4$  ein geschlossenes Polygon bilden. Aus dieser Bedingung ergibt sich ohne weiteres die Lage von  $E_4$  (siehe Fig. 2), denn  $E_4$  ist von den drei Vektoren der einzige unbekannte. Da die Umkehrung nur vorübergehend notwendig ist, belässt man den Bezugspfeil und trägt den

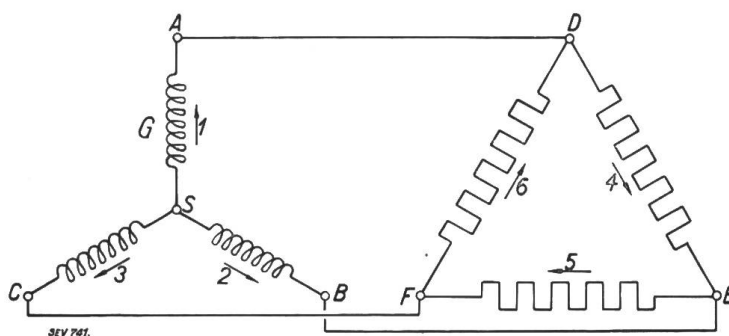


Fig. 1.

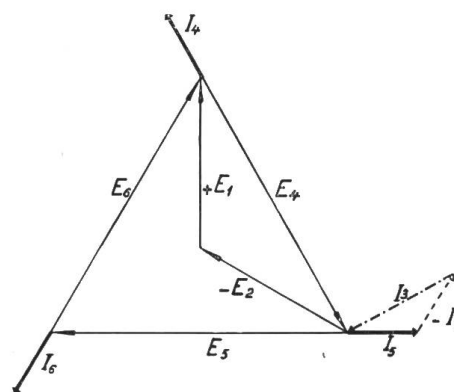
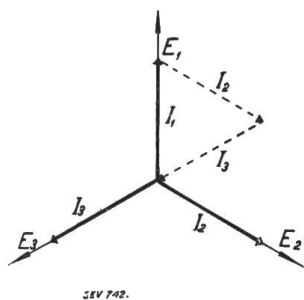


Fig. 2.

einheitlichen Umlaufsinn festlegen. (Man könnte die Bezugspfeile auch ganz beliebig eintragen und würde am Ende auch zum gleichen Ergebnis gelangen, doch wäre die Arbeit sehr umständlich.) Entsprechend den symmetrisch eingetragenen Bezugspfeilen der drei Generatorphasen erscheinen die an sich symmetrischen drei Generatorphasenspannungen als drei symmetrische Vektoren  $E_1, E_2$  und  $E_3$ . Zur Ermittlung der Spannung  $E_4$  des Widerstandes 4 verwenden wir den Spannungssatz, der besagt, dass die Spannungsvektoren  $E_2, E_1$  und  $E_4$  ein geschlossenes Polygon ergeben müssten, falls die Bezugspfeile von 2, 1 und 4 einen einheitlichen Umlaufsinn festlegen würden. Dies ist aber nicht der Fall, denn wenn wir den Weg über *B S A D E B* (Fig. 1) zurücklegen, tritt uns der Bezugspfeil von Phase 2 entgegen, während die andern *in* unserem angenommenen Umlaufsinn weisen. Die Schwierigkeit ist sofort behoben, wenn wir (dank des Umkehrungssatzes) den Bezugspfeil 2 und mit ihm den Vektor  $E_2$  um  $180^\circ$  umkehren. Es müssen dann nach dem Spannungssatz die Vektoren minus  $E_2$  plus  $E_1$  plus  $E_4$  ein geschlossenes Polygon bilden. Aus dieser Bedingung ergibt sich ohne weiteres die Lage von  $E_4$  (siehe Fig. 2), denn  $E_4$  ist von den drei Vektoren der einzige unbekannte. Da die Umkehrung nur vorübergehend notwendig ist, belässt man den Bezugspfeil und trägt den

entsprechenden Vektor *aber mit dem Minuszeichen* versehen in das Hilfsdiagramm ein. In ganz analoger Weise erhalten wir die Vektoren  $E_5$  und  $E_6$ . Zur Probe ersehen wir, dass die Vektoren  $E_4$ ,  $E_5$  und  $E_6$  ein geschlossenes Polygon ergeben, in Uebereinstimmung mit der Tatsache, dass die Bezugspfeile 4, 5 und 6 einen einheitlichen Umlaufsinn festlegen.

Die Ermittlung der Ströme macht uns keine Schwierigkeiten. Da wir keine ohmschen Spannungs-„Abfälle“ eintragen, sondern die Vektoren  $E_4$ ,  $E_5$  und  $E_6$  *ohmsche Gegenkräfte*<sup>4)</sup> sind, welche den die drei Widerstände durchfliessenden Strömen stets *entgegengerichtet* sind, so erhalten wir die *Stromvektoren*, wenn wir die entsprechenden ohmschen Spannungsvektoren  $E_4$ ,  $E_5$  und  $E_6$  nach rückwärts verlängern und die Stromwerte auf der Verlängerung *nach rückwärts* abtragen. Bezeichnen wir den Widerstand einer Phase mit  $R$ , so ist:

$$I_4 = -\frac{E_4}{R}, \quad (1)$$

wobei das *Minuszeichen* die *entgegengesetzte* Richtung von  $E_4$  bezeichnet.

Um von den Widerstandsströmen zu den *Leitungs- und Generator-Phasenströmen* zu gelangen, verfahren wir in ähnlicher Weise wie bei der Ermittlung der Widerstandsspannungen. Betrachten wir z. B. den Verzweigungspunkt  $F$  (Fig. 1), so sind ihm die Bezugspfeile 5 und 3 *zugerichtet*, während 6 von ihm *wegweist*. Es bilden demnach die Vektoren  $I_3$ ,  $I_5$  und  $-I_6$  ein geschlossenes Polygon. Addiert man also (wie es in Fig. 2 geschehen ist) an  $I_5$  vektoriell den Strom  $-I_6$ , so muss  $I_3$  die Schlusseite des Polygons bilden. In ganz analoger Weise erhält man die Vektoren  $I_1$  und  $I_2$ . Da der Sternpunkt  $S$  ein Verzweigungspunkt ist, von dem alle Bezugspfeile (1, 2, 3) *wegweisen*, so müssen (zur Probe) die Stromvektoren  $I_1$ ,  $I_2$  und  $I_3$  ein geschlossenes Polygon bilden (siehe Fig. 2).

Das Diagramm zeigt (wie zu erwarten war), dass die Widerstandsspannungen  $\sqrt{3}$  mal grösser als die Generatorphasenspannungen und die Linienströme  $\sqrt{3}$  mal grösser als die Widerstandsströme sind. Auffallend aber ist, dass die Generatorspannungen und Ströme zusammen je *in Phase* liegen, während die Widerstandsspannungen und Ströme je *in Gegenphase* sind. Physikalisch aber wird uns die Sachlage sofort klar, wenn wir uns daran erinnern, dass wir im Diagramm nur *innere* (und keine aufgedrückte) *elektrische Kräfte* eingetragen haben. *Beim Durchfluss des Stromes durch den Widerstand tritt eine elektrische Kraft auf, welche den Stromdurchfluss hemmt, im Generator aber wirkt eine elektrische Kraft, welche den Stromdurchfluss fördert.* Wir sehen hieraus, dass diese Methode uns Diagramme liefert, aus welchen ohne weiteres erkennbar ist, ob ein Stromkreiselement *generatorisch* oder *motorisch* arbeitet. Hätten wir statt der ohmschen *induktive* Widerstände verwendet, so müsste z. B. der Strom  $I_4$  der Spannung  $E_4$  um  $90^\circ$  *voreilen*. (Wir tragen ja keine aufgedrückten Spannungen ein, sondern nur innere Kräfte und der inneren E. M. K. einer Drosselspule eilt der Strom bekanntlich um  $90^\circ$  vor.) In analoger Weise verdrehen sich dann auch die andern zwei Ströme  $I_5$  und  $I_6$ , und zwar geraten sie gegenüber ihrer früheren Lage um  $90^\circ$  *in Nacheilung*. Da die Ströme  $I_1$ ,  $I_2$  und  $I_3$  durch die Ströme  $I_4$ ,  $I_5$  und  $I_6$  bestimmt werden, so erfahren auch sie eine Verschiebung um  $90^\circ$  *nach rückwärts*, so dass z. B.  $I_1$  jetzt der Spannung  $E_1$  um  $90^\circ$  *nacheilt*. *Diese Tatsache entspricht aber den wirklichen physikalischen Verhältnissen, denn der induktiv belastete Generator arbeitet selber wie eine Kapazität, also kapazitiv.* Wir konstatieren, dass uns das Diagramm auch darüber Aufschluss erteilt, ob ein Stromkreiselement *induktiv* oder *kapazitiv* arbeitet.

Diese hier betrachteten Stromlagen, in welchen der Stromvektor liegen kann, sind nur vier Spezialfälle. Im allgemeinen kann der Stromvektor relativ zum Spannungs-

<sup>4)</sup> Dr. O. Bloch: „Die O. d. gr. W. T.“, Seite 10, und Dr. M. Kloss: „Vorzeichen- und Richtungsregeln für Wechselstromvektordiagramme“, aus: „Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern“, II. Band, Seite 169, Jahrgang 1922.

vektor irgend eine beliebige Lage einnehmen. Diese wird durch den Winkel  $\varphi$  gekennzeichnet, den der Stromvektor mit dem Spannungsvektor bildet (Fig. 3). Der Winkel  $\varphi$  kann zwischen  $0^\circ$  und  $360^\circ$  variieren. Zur Klassifikation der jeweiligen Lage des Stromvektors zerlegen wir die Spannungsebene in vier Quadranten (Fig. 3), die wir folgendermassen bezeichnen:

Quadrant I	$0^\circ - 90^\circ$	generatorisch-induktiv
„ II	$90^\circ - 180^\circ$	motorisch-induktiv
„ III	$180^\circ - 270^\circ$	motorisch-kapazitiv
„ IV	$270^\circ - 360^\circ$	generatorisch-kapazitiv.

Den Winkel  $\varphi$  zählen wir vom Spannungsvektor aus gerechnet *positiv* im *Gegenuhrzeiger*-sinn.

Damit sich der Leser mit der neuen Einteilung vertraut machen kann, wollen wir einige bekannte elektrische Maschinen nach dem neuen System klassifizieren (wobei wir auch Gleichstrommaschinen nennen, weil Gleichstrom ein „Wechselstrom“ ist mit der Periodenzahl Null und der Phasenverschiebung  $0^\circ$  oder  $180^\circ$ ).

- a)  $\varphi = 0$ : Synchrongenerator mit  $\cos \varphi = +1$ , kompensierter asynchroner Generator (bei  $\cos \varphi = +1$ ), alle Gleichstromgeneratoren, eine Akkumulatorenbatterie die *entladen* wird usw.
- b)  $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ : Untererregter Synchrongenerator, Asynchrongenerator, Einphasen-nutzbremsschaltung System Oerlikon usw.
- c)  $\varphi = 90^\circ$ : Drosselspule, leerlaufender Asynchronmotor, leerlaufender *untererregter* Synchronmotor usw.  
(oder annäh.  $90^\circ$ )
- d)  $90^\circ < \varphi < 180^\circ$ : Asynchronmotor, untererregter Synchronmotor und untererregter Einankerumformer usw.
- e)  $\varphi = 180^\circ$ : Ohmscher Widerstand, Synchronmotor mit  $\cos \varphi = -1$ , kompensierter Asynchronmotor mit  $\cos \varphi = -1$ , normal erregter Einankerumformer mit  $\cos \varphi = -1$ , alle Gleichstrommotoren, Akkumulatorenbatterie, die *geladen* wird.
- f)  $180^\circ < \varphi < 270^\circ$ : Uebererregter Synchronmotor, überhaupt alle überkompensierten Motoren, z. B. Synchron-Induktionsmotoren, übererregter Einankerumformer usw.
- g)  $\varphi = 270^\circ$ : Kondensator, leerlaufendes Kabel, übererregte *leerlaufende* Maschinen, z. B. leerlaufende übererregte Synchrongeneratoren, welche der Phasenverbesserung dienen (Phasenkompensator, Synchronkondensator) usw.  
(oder annäh.  $270^\circ$ )
- h)  $270^\circ < \varphi < 360^\circ$ : Uebererregter Synchrongenerator (wie er normalerweise in den Kraftwerken arbeitet), überkompensierter asynchroner Generator usw.

Die oben angegebenen Vektorensätze gestatten uns, eine grosse Anzahl von praktischen Problemen zu lösen, wie es z. B. die Bestimmung der Widerstandsspannungen und Ströme bei der Aufgabe nach Fig. 1 war. Aehnliche Fragen treten sehr häufig im Prüffeld und in Schaltanlagen auf. Die Lösung einer Reihe solcher Probleme findet der Leser in meiner eingangs erwähnten Arbeit im zweiten Teile. Nun gibt es in der Praxis aber noch viele Aufgaben, deren graphische Behandlung mittels der obigen Vektorensätze erhebliche Schwierigkeiten bereitet. Der Lösung solcher Probleme dienen die nachfolgenden Methoden.

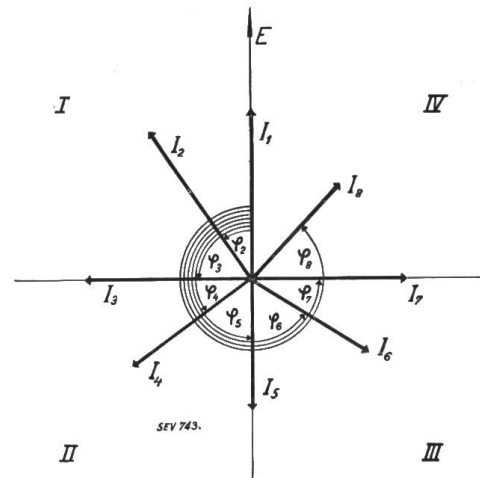


Fig. 3.  
Zerlegung der Stromebene in die charakteristischen 4 Quadranten.

## 2. Der Fehlspannungssatz.

Bei der Behandlung von Wechselstromproblemen tritt häufig der Fall ein, dass man weder den Strom- noch den Spannungssatz *allein* bei der Lösung des Problems anwenden kann, weil beide Gesetze in *gegenseitiger Wechselwirkung* den Vorgang beherrschen. Hierdurch wird die Lösung im allgemeinen sehr erschwert. Wir wollen, um uns nicht in Abstraktionen zu verlieren, ein einfaches Beispiel

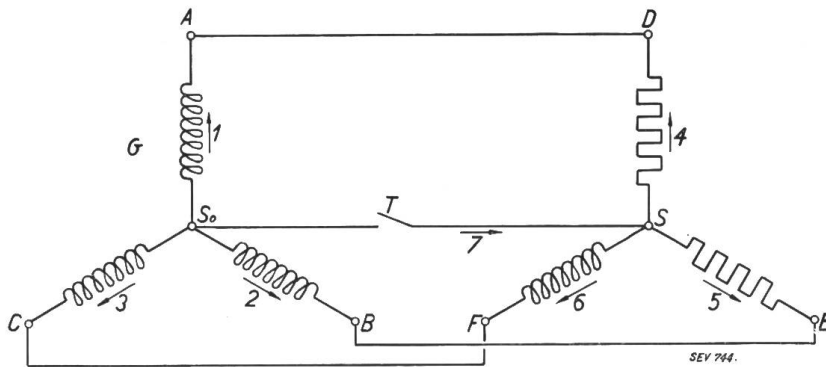


Fig. 4.

Unsymmetrische Belastung eines Dreiphasensystems.

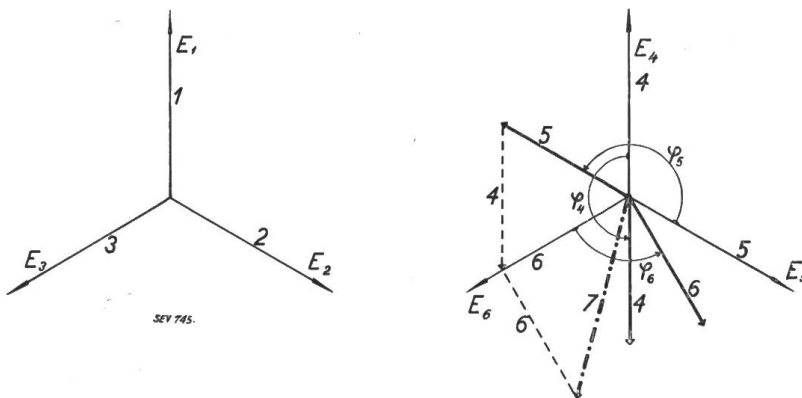


Fig. 5.

Unsymmetrische Belastung eines Dreiphasensystems.

dieser Art im folgenden behandeln. Es seien in Fig. 4 zwei einander gleiche ohmsche Widerstände 4 und 5 und eine Drosselspule 6 von gleichem Scheinwiderstand miteinander in Stern an einen Generator  $G$  geschaltet. Die beiden Sternpunkte  $S$  und  $S_0$  seien über dem Schalter  $T$  direkt miteinander verbunden.

Unsere Aufgabe bestehe darin, die Strom- und Spannungsverhältnisse der ganzen Schaltung bei *offenem* und *geschlossenem* Schalter  $T$  zu bestimmen. Wir sehen sofort ein, dass die Lösung äusserst einfach ist, wenn der Schalter  $T$  geschlossen ist, denn in diesem Fall ergibt der Spannungssatz (unter Berücksichtigung des Umkehrungssatzes), dass  $E_1 = E_4$ ,  $E_2 = E_5$  und  $E_3 = E_6$  ist (siehe Fig. 5).

Die Ströme lassen sich ohne weiteres einzeichnen: Die ohmschen Ströme 4 und 5 erscheinen zu ihren Spannungen je in *Gegenphase*, während Strom 6 seiner E. M. K. um  $90^\circ$  *voreilt*. Die Unsymmetrie der Anordnung bewirkt, dass die Stromsumme nicht gleich Null wird, sondern dass durch den Mittelleiter 7 der Summenstrom von 4, 5 und 6, nämlich Strom 7, fließt. Damit ist aber der erste Teil unserer Aufgabe schon gelöst, und wir untersuchen jetzt was geschieht, wenn der Schalter  $T$  unterbrochen wird. Da der Summenstrom nicht mehr abfließen kann, muss er gleich Null werden. Dies bedingt aber eine ganz andere Verteilung der Phasenströme und fordert deshalb auch eine entsprechende Veränderung der Lage der Phasenspannungen. Diese Veränderung der Spannungslagen wird aber dadurch möglich, dass der Spannungssatz die Lage des Sternpunktes  $S$  nach dem Öffnen von  $T$  nicht mehr unmittelbar diktiert. Der Spannungssatz verlangt jetzt nur noch (wie man leicht einsieht), dass die Vektordifferenz von 1 und 2 gleich sei derjenigen von 4 und 5 usw.; er sagt aber nichts aus darüber, wie gross z. B. 4 oder 5 an sich sein sollen. *Der Sternpunkt muss und kann sich also so weit verschieben, bis die einzelnen Phasen solche Spannungen besitzen, dass die Vektorsumme der diesen Spannungen entsprechenden Ströme gleich Null wird.* Man könnte die Lösung in der Weise durchführen, dass man für verschiedene beliebig angenommene Stern-

punkte die Spannungs- und Stromvektoren konstruieren würde und so lange probierte, bis derjenige Sternpunkt gefunden wäre, für den sich das Strompolygon schliesst. Das Verfahren hat aber die grossen Nachteile, dass es sehr viel Zeit erfordert und keine genauen Resultate liefert. Um aber in methodischer Weise zum Ziele zu gelangen, müssten wir die analytische Methode zu Hilfe nehmen, wenn uns hier nicht ein ebenso einfaches wie interessantes Gesetz den Schlüssel zur Lösung bieten würde. Nimmt man nämlich, wie dies in Fig. 6

geschehen ist, für den Punkt  $S$  (Fig. 4) versuchsweise verschiedene Sternpunktlagen  $S'$  bzw.  $S''$  bzw.  $S'''$  an und konstruiert man für jede der drei Sternpunktlagen den entsprechenden resultierenden Summenstromvektor  $I_R$  bzw.  $I'_R$  bzw.  $I''_R$  in bekannter Weise, so zeigt sich die interessante Erscheinung, dass diese Ströme jeweils proportional sind der Entfernung der Punkte  $S'$  bzw.  $S''$  bzw.  $S'''$  von einem bestimmten Punkte  $S$  der Spannungsebene (Fig. 6) und weiters, dass der Winkel  $\varphi'_\Delta$  bzw.  $\varphi''_\Delta$  bzw.  $\varphi'''_\Delta$  den  $I'_R$  mit der Strecke  $SS'$  ( $=E'_\Delta$ ), bzw.  $I''_R$  mit  $SS''$  ( $=E''_\Delta$ ), bzw.

$I'''_R$  mit  $SS'''$  ( $=E'''_\Delta$ ) bildet, in jedem Fall gleich gross, also von der Lage des angenommenen Sternpunktes unabhängig ist. Da für den Punkt  $S$  der resultierende Stromvektor verschwindet, so erfüllt dieser Punkt die obige Bedingung:  $S$  ist daher der gesuchte Sternpunkt. Alle andern angenommenen Sternpunkte sind falsch und heissen deshalb *Fehlpunkte*. Die Distanz vom Fehlpunkt zum Sternpunkt hat die Dimension einer Spannung und soll deshalb die *Fehlspannung* ( $E'_\Delta$ ,  $E''_\Delta$  usw.) genannt werden. Der jedem Fehlpunkt entsprechende Summenstrom ( $I'_R$ ,  $I''_R$  usw.) soll mit *Fehlstrom* bezeichnet werden. Die Phasenverschiebung zwischen Fehlspannung und Fehlstrom heisst *Fehlwinkel* ( $\varphi'_\Delta = \varphi''_\Delta = \varphi'''_\Delta = \varphi_\Delta$ ). Unsere ersten (allerdings noch unbewiesenen) Resultate lauten:

*Der Fehlstrom ist proportional der Fehlspannung.*

*Der Fehlwinkel ist für jeden Fehlpunkt derselbe, er ist also unabhängig von der Lage des letzteren.*

Der Beweis dieser Sätze führt zu einem weiteren ebenso interessanten als wichtigen Resultat. In Fig. 7 ist für dasselbe Beispiel der Sternpunkt  $S$  und ein Fehlpunkt  $S'$  eingetragen. Statt nun den Fehlstrom  $I_\Delta$  als Summenstrom der den Spannungen  $E_4$ ,  $E_5$  und  $E_6$  entsprechenden Phasenströme zu konstruieren, gelangt man zum gleichen Resultat, wenn man die Spannungen  $E_4$  bzw.  $E_5$  bzw.  $E_6$  in ihre Komponenten  $E_\Delta$  und  $E'_4$  bzw.  $E_\Delta$  und  $E'_5$  bzw.  $E_\Delta$  und  $E'_6$  zerlegt. Die Vektorsumme der diesen Komponenten entsprechenden Ströme muss ebenfalls den Summenstrom  $I_\Delta$  ergeben. Von diesen 6 Spannungskomponenten greifen wir drei heraus, nämlich  $E'_4$ ,  $E'_5$  und  $E'_6$ . Es sind dies, wie man aus der Fig. 7 ohne weiteres sieht, die Phasenspannungen für den wahren Sternpunkt  $S$ , deren Ströme ( $I'_4$ ,  $I'_5$  und  $I'_6$ ) definitionsgemäss die Vektorsumme Null ergeben. Es bleiben also noch die restlichen 3 Spannungskomponenten. Diese sind nun aber jedesmal identisch mit der Fehlspannung  $E_\Delta$ . Die entsprechenden Stromvektoren heissen  $I'_4$ ,  $I'_5$  und  $I'_6$  und deren Vektorsumme ist der Fehlstrom  $I_\Delta$ . Man kann sich also den Fehlstrom  $I_\Delta$  auf folgende Art entstanden denken:

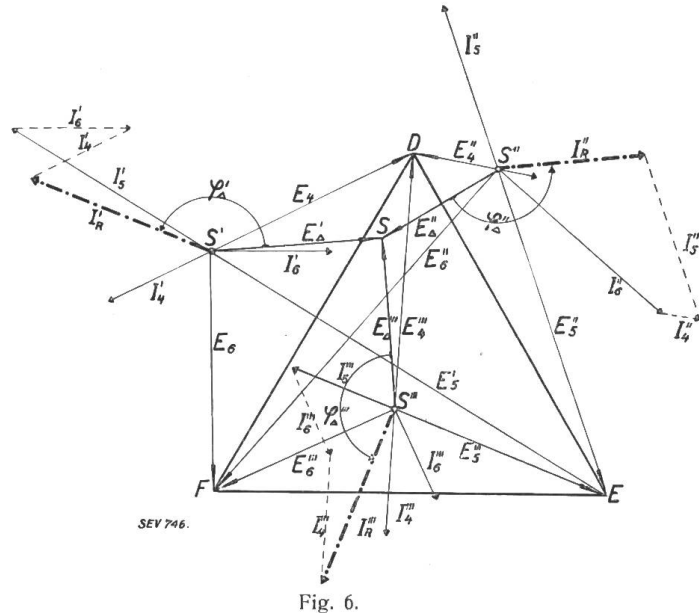


Fig. 6.



Schaltet man die 2 ohmschen Widerstände und die Drosselspule zusammen parallel an die Fehlspannung  $E_{\Delta}$ , so wird das System einen Gesamtstrom aufnehmen, welcher identisch ist mit dem Fehlstrom.

Man erhält dasselbe Diagramm wie es schon in Fig. 7 enthalten ist. Der erste Widerstand wird den Strom  $I'_4$ , der zweite den Strom  $I'_5$  und die Drosselspule den Strom  $I'_6$  aufnehmen. Der Summenstrom wird in der Tat  $I_{\Delta}$  sein. Diese Tatsache bringen wir im *Fehlspannungssatz* zum Ausdruck:

Man erhält den Fehlstrom, wenn man alle (sonst in Stern geschalteten) Impedanzen einander parallel schaltet und auf sie die Fehlspannung wirken lässt. Aus diesem Satz gehen die zwei zuerst genannten Sätze ohne weiteres hervor. Durch den Fehlspannungssatz ist uns ein sehr bequemes Mittel zur Lösung dieser und ähnlicher Aufgaben in die Hand gegeben. Das vorliegende Problem, nämlich das Aufsuchen des Sternpunktes, kann jetzt einfach folgendermassen gelöst werden: Wir nehmen einen beliebigen Punkt der Spannungsebene (z. B.  $S'$ , Fig. 7) als

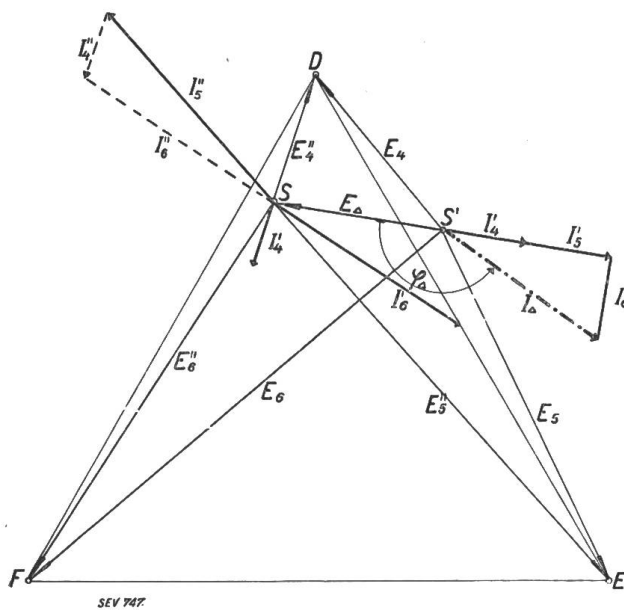


Fig. 7.

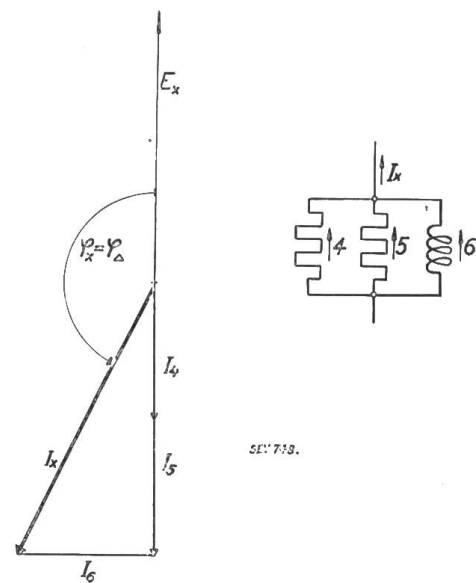


Fig. 8.

Sternpunkt an und konstruieren für ihn in bekannter Weise den Fehlstrom  $I_{\Delta}$ . Um den Fehlwinkel und die Fehlspannung zu erhalten, nehmen wir eine beliebige Spannung  $E_x$  an (Fig. 8) und denken uns an diese Spannung unsere bekannten Widerstände in *Parallelschaltung* (Hilfsimpedanz) angeschlossen. Die beiden ohmschen Widerstände werden je von den Strömen  $I_4$  bzw.  $I_5$ , die Drosselspule vom Strome  $I_6$  durchflossen werden. Der Summenstrom ist  $I_x$  und der Winkel  $\varphi_x$  zwischen  $E_x$  und  $I_x$  ist unser gesuchter Fehlwinkel  $\varphi_{\Delta}$ . Tragen wir diesen Winkel von  $I_{\Delta}$  (Fig. 7) nach rückwärts ab (also im Uhrzeigersinn), so erhalten wir die Richtung von  $E_{\Delta}$ . Da die 3 parallel geschalteten Impedanzen eine neue aber *konstante* Impedanz ergeben, so verhält sich:

$$\frac{E_{\Delta}}{I_{\Delta}} = \frac{E_x}{I_x}, \quad (2)$$

woraus sich  $E_{\Delta}$  berechnet zu:

$$E_{\Delta} = E_x \frac{I_{\Delta}}{I_x}. \quad (3)$$

Trägt man den Vektor  $E_{\Delta}$  von  $S'$  aus ab, so liegt seine Spitze in dem gesuchten Sternpunkt  $S$ . Zur Probe wird man gut tun, auch für  $S$  den Fehlstrom zu konstruieren, um sich zu überzeugen, ob letzterer wirklich gleich Null wird.

Wir sehen, dass das Öffnen des Schalters  $T$  (Fig. 4) eine starke Sternpunktverlagerung hervorgerufen hat. Eine *Nutzanwendung* findet diese Erscheinung bei den *optischen Phasenzyklusindikatoren*, bei welchen die ohmschen Widerstände durch Glühlampen gebildet werden. *Diejenige Lampe, welche der andern in der Phase vorseilt bleibt dann dunkel*, da sie zu wenig Strom erhält. Statt der Drosselspule wird bei einigen Ausführungen auch ein Kondensator verwendet. Der Sternpunkt verlagert sich dann in die gegenüberliegende Ecke bei  $E$  (Fig. 7) und die Verhältnisse werden dann gerade umgekehrt, indem die in der Phase nachteilige Lampe dunkel bleibt. (Da Glühlampen keinen von der Stromstärke unabhängigen Widerstand haben, fällt die Verlagerung nicht genau auf den von uns berechneten Punkt.)

Wir wollen hier auf eine *wichtige Einschränkung* aufmerksam machen, die der Fehlspannungssatz dadurch erfährt, dass wir bei der Beweisführung die Spannungen und Ströme in ihre *Komponenten* zerlegt haben. Diese Zerlegung ist eine Anwendung des *Superpositionsprinzips*, das bekanntlich nur gilt, *wenn die Impedanzen weder Funktion des Stromes noch der Spannung sind*. Diese Bedingung ist aber genügend. *Es ist nicht erforderlich, dass die Impedanz konstant sei, sie darf auch Funktion eines von Strom und Spannung unabhängigen Parameters sein*. Zum bessern Verständnis dieses Satzes wollen wir den Begriff der Impedanz näher ins Auge fassen.

### 3. Impedanz und Admittanz.

Unter der *Impedanz eines Stromkreiselementes* verstehen wir ganz allgemein das *Vektorverhältnis seiner Klemmenspannung zu dem das Element durchfliessenden Strom*. Der Begriff der Impedanz lässt sich am leichtesten *anschaulich* erfassen, denn er enthält nicht nur den Quotienten aus Spannung und Strom als algebraische Grössen, sondern die Impedanz ist auch charakterisiert durch den Winkel der Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom. Das reine Zahlenverhältnis, nämlich den Quotienten aus Spannung und Strom bezeichnen wir als *Grösse* der Impedanz, die Grösse der Phasenverschiebung aber als *Charakter* der Impedanz. Wir wollen den Begriff der Impedanz in dem Sinne erweitern, dass wir auch dann noch von einer Impedanz sprechen, wenn sich das Vektorverhältnis von Spannung zu Strom nach einem beliebigen Gesetz parameterartig verändert. In diesem Sinne stellen also auch der Asynchronmotor und die Synchronmaschine Impedanzen dar. Es besteht jedoch zwischen diesen beiden ein *wesentlicher* Unterschied. Wird beim Asynchronmotor die Spannung gesteigert, so steigen (falls wir von der Sättigung absehen) der Leerlauf- und Kurzschlussstrom *proportional* an, wodurch sich auch der Heylandsche Kreis *proportional* vergrössert. Bei der Synchronmaschine aber wächst mit steigender Spannung der Arbeitskreis des Primärstromes *nicht proportional*, sondern nach einem ganz andern Gesetz. Impedanzen der ersten Art nennen wir *proportionale*. Auf sie darf der Fehlspannungssatz ohne weiteres angewandt werden, bei den Impedanzen der zweiten Art ist seine Anwendung *nicht* gestattet.

Den Begriff der *Impedanz* können wir am einfachsten definieren als *vektoriellen Widerstand*.<sup>5)</sup> *Resistanz* und *Reaktanz* sind nur *Spezialfälle* der Impedanz.

*Der reziproke Wert der Impedanz ist die Admittanz, nämlich das Vektorverhältnis von Strom zu Spannung oder einfach die vektorielle Leitfähigkeit*. Spezialfälle davon sind die *Konduktanz* und die *Suszeptanz*. Von allen diesen Bezeichnungen verwenden wir nur die *Impedanz* und die *Admittanz*.

### 4. Die kurze elektrische Leitung.

#### Die Doppel-Inversion.

Unter einer kurzen elektrischen Leitung verstehen wir eine solche, bei der sich der Einfluss der Verteilung der Induktivität, Kapazität und des ohmschen Wider-

<sup>5)</sup> In der Praxis findet man für den Begriff der *Impedanz* auch den Ausdruck *Wechselstromwiderstand*; in analoger Weise müsste man dann die *Admittanz* als *Wechselstromleitfähigkeit* bezeichnen.

standes längs der Leitung praktisch nicht bemerkbar macht, so dass man sich die Induktivität und den ohmschen Widerstand in eine einzige Impedanz konzentriert denken kann, während die Kapazität vollkommen vernachlässigt werden darf. Die Leitung kann dann als eine einzige (feste) Impedanz  $Z$  (Fig. 9) aufgefasst werden.

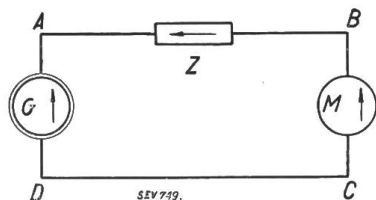


Fig. 9.  
Prinzipielles Schema der kurzen Leitung.

Von allen Leitungsproblemen interessiert uns am meisten die folgende Frage: Der Generator  $G$  liefere eine feste Spannung  $E$ . Am Ende der Leitung befinde sich eine variable aber *proportionale* Impedanz  $M$ , die durch ihr Admittanzdiagramm (bezogen auf die feste Spannung  $E$ ) gegeben sei. Es interessiert uns vor allem zu erfahren, welche Spannung an den Klemmen von  $M$  herrscht und welchen Strom die Impedanz  $M$  unter dieser Spannung aufnehmen wird. Auf den ersten Blick erscheint die Lösung recht schwierig.

Denn um den Strom (bei gegebenem Parameterwert) zu bestimmen, müsste man die Klemmenspannung von  $M$  kennen. Diese Klemmenspannung ist nun aber selbst erst wieder durch den Strom bestimmt. Es scheint also, dass man nur durch ein mühsames Näherungsverfahren zum Ziel gelangen könne. Im folgenden werden wir aber eine Methode kennen lernen, die uns bei grosser Einfachheit gestattet, alle gesuchten Grössen in methodischer Weise graphisch zu bestimmen.

Die variable proportionale Impedanz  $M$  sei durch ihr Admittanzdiagramm nämlich die Stromkurve  $K_1$  (bezogen auf  $E$ ), Fig. 10, gegeben. Die Leitungsimpedanz werde dargestellt durch das Verhältnis von  $E$  zu  $I_k$ . Der Strom  $I_k$  ist dann nichts anderes als der *Dauerkurzschlussstrom* der Leitung. Denken wir uns vorläufig die Leitungsimpedanz  $Z$  gleich Null, so wäre die Spannung an den Klemmen von  $M$  gleich  $E$  und der Vektor des Stromes, welcher  $M$  durchflosse, würde auf der Ortskurve  $K_1$  wandern. Durch die Zwischenschaltung von  $Z$  erfährt natürlich die Klemmenspannung von  $M$  einen „Abfall“ und deshalb wird auch die Stromkurve eine andere.

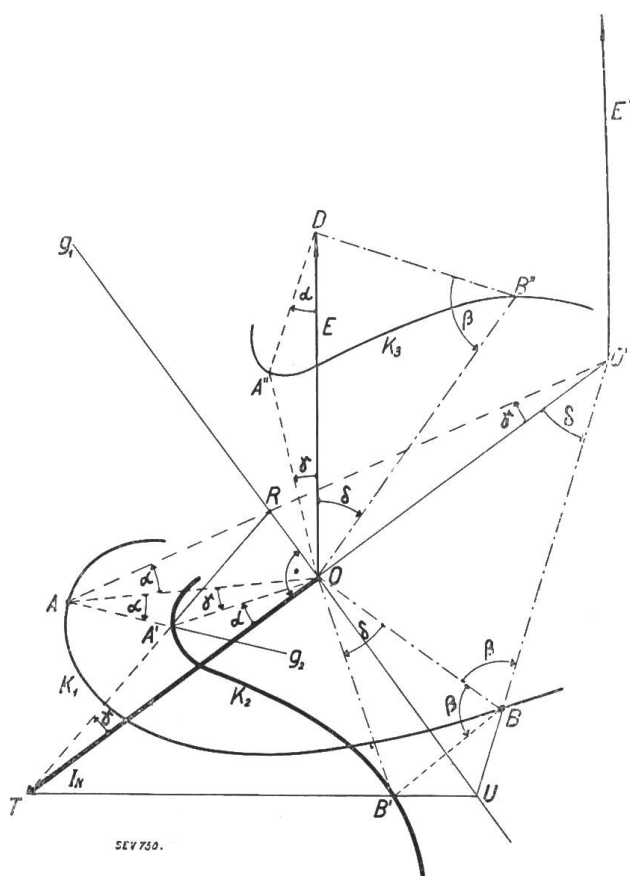


Fig. 10.  
Entwicklung der Doppelinversion.

Wir nehmen vorerst für die Spannungslage von  $B$  (Fig. 9) den Ort  $C$  als *Fehl*punkt an, d. h. wir schliessen die Leitung kurz und erhalten als Fehlstrom den Kurzschlussstrom  $I_k$  (Fig. 10). Die *Hilfsimpedanz* stellt sich dar als *Parallelschaltung* von Motor  $M$  und Leitung  $Z$ . Ihr Diagramm erhalten wir am einfachsten, wenn wir den Kurzschlussstrom  $I_k$  nach rückwärts verschieben, so dass  $\overline{OO'}$  gleich  $\overline{TO}$  (Fig. 10) wird. Tragen wir von  $O'$  aus den Spannungsvektor  $E'$  vertikal nach oben ab (wobei  $E'$  gleich  $E$ ), so stellt die Kurve  $K_1$ , bezogen auf  $E'$ , in der Tat das Admittanzdiagramm der Hilfsimpedanz dar. Die Fehlspannung z. B. für den Strompunkt  $A$  ergibt sich aus der Beziehung:

$$\frac{\overline{OA''}}{I_k} = \frac{E'}{\overline{O'A}} = \frac{E}{\overline{O'A}}, \quad (4)$$

woraus:

$$\frac{\overline{OA''}}{E} = \frac{I_k}{\overline{O'A}}. \quad (5)$$

Mit Bezugnahme auf den *Fehlwinkel* muss sein:

$$\sphericalangle O O' A = \sphericalangle D O A'' = \sphericalangle \gamma \quad (6)$$

und somit sind die Dreiecke  $O D A''$  und  $O' A O$  einander ähnlich. Es ist also auch

$$\sphericalangle A'' D O = \sphericalangle O' A O = \sphericalangle \alpha. \quad (7)$$

Die Fehlspannung  $\overline{OA''}$  stellt die gesuchte Motorspannung für den Strompunkt  $A$  (Fig. 10) dar. Die Verkleinerung der Klemmenspannung bewirkt naturgemäss auch einen entsprechenden Stromrückgang in der Impedanz  $M$ . Da wir diese Impedanz ausdrücklich als proportional angenommen haben, so erfährt demnach auch der Strom einen proportionalen „Abfall“. Entsprechend der Verkleinerung der Spannung im Verhältnis  $OD$  zu  $OA''$ , reduziert sich der Strom im Verhältnis  $OA$  zu  $OA'$ . Die Voreilung der Spannung um den Winkel  $\gamma$  verursacht auch eine solche des Stromvektors, so dass das Dreieck  $OA'A$  ähnlich Dreieck  $OA''D$  ist. Es ist also auch:

$$O A A' = \sphericalangle \alpha. \quad (8)$$

Die Strecke  $\overline{OA'}$  stellt unsern gesuchten Stromvektor dar.

Für die geometrische Konstruktion von  $A'$  ergibt sich eine sehr einfache Lösung. Da die Impedanz  $Z$  konstant ist, entspricht jedem sie durchfliessenden Strome ein bestimmter Spannungsabfall. Dem Strome  $I_k$  entspricht die Spannung  $E = \overline{OD}$ , dem Strome  $\overline{OA'}$  die Spannung  $\overline{DA''}$ , so dass das Dreieck  $OA''D$  ähnlich dem Dreieck  $TA'O$  ist. Es ist also auch:

$$\sphericalangle O T A' = \sphericalangle D O A'' = \sphericalangle \gamma. \quad (9)$$

Fällt man daher auf  $\overline{O'T}$  in  $O$  die Normale  $g_1$ , so schneiden sich die Strahlen  $\overline{OA}$  und  $\overline{TA'}$  im selben Punkte  $R$  auf der Normalen  $g_1$ .

Die Konstruktion der gesuchten Ortskurve  $K_2$  des wahren Stromes geschieht deshalb nach der einfachen *Regel* (Fig. 10):

*Man verschiebe den Kurzschlussstrom  $I_k$  der Leitung nach rückwärts, so dass  $\overline{O'O} = \overline{OT}$  wird und fälle durch  $O$  das Lot  $g_1$  auf diese Strecke. Von einem beliebigen Punkt  $A$  der Admittanzkurve  $K_1$  (welche sich auf  $E$  beziehen muss) ziehe man die Verbindungen nach  $O$  und  $O'$ . Die Letztere schneidet  $g_1$  in  $R$ . Beide Verbindungen schliessen in  $A$  den Winkel  $\alpha$  ein, den wir an  $\overline{OA}$  von  $A$  aus spiegelbildlich abtragen. Es entsteht die Gerade  $g_2$ . Diese schneidet die Verbindungsgerade von  $T$  nach  $R$  in dem gesuchten Punkte  $A'$ .*

Indem man diese Konstruktion für alle Punkte von  $K_1$  durchführt, entsteht die Kurve  $K_2$ , die in ihrer Form von der ersten Kurve im allgemeinen wesentlich abweicht.

Wie wir schon oben auseinandergesetzt haben, ist der Spannungsabfall dem Strome proportional. Deshalb beschreibt der Spannungspunkt  $A''$  eine zu  $K_2$  ähnliche Kurve  $K_3$ , die sich aus  $K_2$  in bekannter Weise leicht konstruieren lässt.

Die Kurve  $K_2$  kann man auch aus  $K_1$  mit Hilfe der in der theoretischen Elektrotechnik allgemein bekannten Methoden mittels *zweimaliger Inversion* berechnen. Das hier angegebene Verfahren enthebt uns dieser umständlicheren Arbeit, indem es anhand einer einfachen geometrischen Konstruktion gestattet, diese *doppelte Inversion* in einem einmaligen Arbeitsprozess durchzuführen. Wir wollen deshalb die neue Konstruktionsmethode als *Doppelinversion* bezeichnen. Wir sagen auch die Kurve  $K_2$  sei zu  $K_1$  *doppelt-*

*invers.*  $K_3$  ist zu  $K_2$  immer ähnlich, also zu  $K_1$  auch doppeltinvers. Die doppeltinversen Kurven sind im allgemeinen komplizierter als die ursprünglichen Kurven, aus welchen sie entstanden sind. Einige Kurven aber, z. B. der Kreis, behalten ihren geometrischen Charakter beim Invertieren. Deshalb erscheint auch der Kreis nach der Doppelinversion wiederum als Kreis. Wir nennen den Punkt  $O'$  (Fig. 10) das *Inversionszentrum*; der ihm entsprechende doppeltinverse Punkt liegt im Unendlichen. Dem unendlich fernen Punkt entspricht Punkt  $T$ . Nur ein einziger Punkt der Stromebene, nämlich  $O$ , entspricht sich selbst. Jeder Geraden durch  $O'$  entspricht eine Gerade durch  $T$ , jedem Kreis durch  $O'$  eine Gerade von allgemeiner Lage.

Ist die Ortskurve  $K_1$  ein *Kreis allgemeiner Lage*, so genügt es zur Konstruktion der Kreise  $K_2$  und  $K_3$ , wenn man die Doppelinversion dreier passend verteilter Kreispunkte durchführt, da durch die so erhaltenen Punkte die Kreise  $K_2$  und  $K_3$  genügend bestimmt sind.

### 5. Der Transformator.

Das bekannte Transformatoridiagramm, wie wir es noch heute in den meisten Lehrbüchern finden, stammt aus der Zeit, da die Starkstromtechnik sich noch in ihren Anfängen befand. Es lässt deutlich erkennen, dass die ehemals gebräuchlichen Transformatoren vom elektrischen Energiestrom gewöhnlich nur in einer und derselben Richtung durchflossen wurden. Man konnte damals auch noch mit vollem Rechte von einer Primär- und einer Sekundärseite sprechen. Dieser Unterschied kam auch in der graphischen Darstellung deutlich zum Ausdruck, indem man die Klemmenspannung der Primär- und der Sekundärseite verschieden definierte und sie auch dementsprechend verschieden im Diagramm darstellte<sup>6)</sup>.

Den heutigen Anforderungen genügt dieses Diagramm nicht mehr. In vielen Betrieben befinden sich heute Transformatoren, deren Durchgangsenergie ihre Richtung öfters wechselt. Zur Darstellung solcher Vorgänge eignet sich das im nachfolgenden beschriebene Diagramm bedeutend besser als das alte. Das neue besitzt gegenüber dem alten nicht nur den Vorteil der *vollkommenen Stetigkeit*, sondern es lässt sich auch viel leichter konstruieren, weil der Aufbau in konsequenter Weise anhand einfacher Regeln durchgeführt wird.

Bevor wir mit der Konstruktion des neuen Diagrammes beginnen, wollen wir eine wichtige Festsetzung betreffend die *Eintragung der Bezugspfeile* treffen. Es ist im Prinzip gleichgültig, wie man die Bezugspfeile der Primär- und der Sekundärseite einträgt, da die Eintragung an sich nur eine äusserliche Massnahme ist, die mit den physikalischen Vorgängen selbst gar nichts zu tun hat. Es erweist sich aber für die Konstruktion des Diagrammes aus praktischen Gründen als sehr zweckmässig, wenn man folgende Regel befolgt:

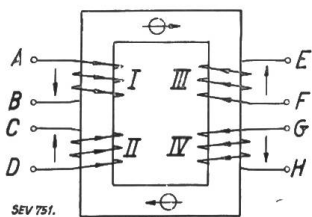


Fig. 11.

Wicklungssinn und Bezugsrichtungen im Transformator.

Besitzt ein Transformator mehrere Wicklungen (Fig. 11), so sollen die Bezugspfeile jeder derselben so eingetragen werden, dass alle Spulen den Kern im gleichen Umlaufsinn magnetisieren, falls sie von Strömen durchflossen werden, die in jeder Spule dem Durchlaufsinne des betreffenden Bezugspfeiles folgen. Aus diesem Satz folgt:

Befinden sich zwei Spulen auf demselben Kern, so sind ihre Bezugspfeile gleichgerichtet, wenn die Spulen gleichsinnig gewickelt sind. Für Spulen, die nicht auf demselben Kern sitzen, gilt genau das Umgekehrte (Fig. 11). Für Dreiphasentransformatoren gilt unsere Abmachung nur für Spulen, die auf dem gleichen Kerne sitzen.

Durch diese Festsetzung wird auch die Richtung der EMK-Vektoren festgelegt. Ändert der Flux  $\Phi$  (Fig. 11) seine Grösse, so haben alle EMKe entweder die Richtung der entsprechenden Bezugspfeile oder es haben alle miteinander die ent-

<sup>6)</sup> E. Arnold: „Die Wechselstromtechnik“ Band II, Seite 38, Auflage 1922.

gegengesetzte Richtung. Hieraus folgt, dass alle Vektoren der Nutzflux-EMKe als miteinander genau in Phase liegend im Diagramm erscheinen.

Die Darstellung der elektrischen Vorgänge im Transformator wird am verständlichsten, wenn man nicht nur das Transformator-Diagramm allein, sondern auch die Diagramme der beiden Maschinen zeichnet, zwischen welche der Transformator geschaltet ist. In Fig. 12 stellen 3 und 4 die beiden Transformatorspulen dar, während mit 1 und 2 die beiden Maschinen bezeichnet sind. Beim Aufbau der Diagramme gehen wir aus von den in 3 bzw. 4 durch den gemeinsamen Nutzflux induzierten EMKe  $E_3$  bzw.  $E_4$  (Fig. 13). Der sekundäre Strom sei  $I_4$ . Dieser erzeugt eine induktive Streu-EMK, sowie eine ohmsche Gegenkraft, welche als Vektorsumme mit  $E_4$  die sekundäre Klemmenspannung  $V_4$  ergeben. Die Primärseite empfängt von Maschine 1 den Leerlaufstrom  $I_{03}$  und den sogenannten Kompensationsstrom  $I_{c4}$ , der die magnetomotorische Kraft von  $I_4$  vollständig kompensiert. Beide zusammen ergeben den wahren Primärstrom  $I_3$ . Der Leerlaufstrom  $I_{03}$  besteht aus einer rein induktiven Magnetisierungs- und einer Wattkomponente (im motorischen Gebiet). Letztere dient zur Deckung der Eisenverluste. An  $E_3$  addieren sich die Streu-EMK und die ohmsche Gegenkraft von  $I_3$  und ergeben die primäre Klemmenspannung  $V_3$ . Entsprechend der Eintragung der Bezugspfeile wird:

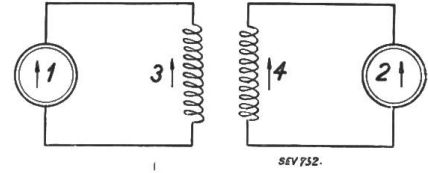


Fig. 12.

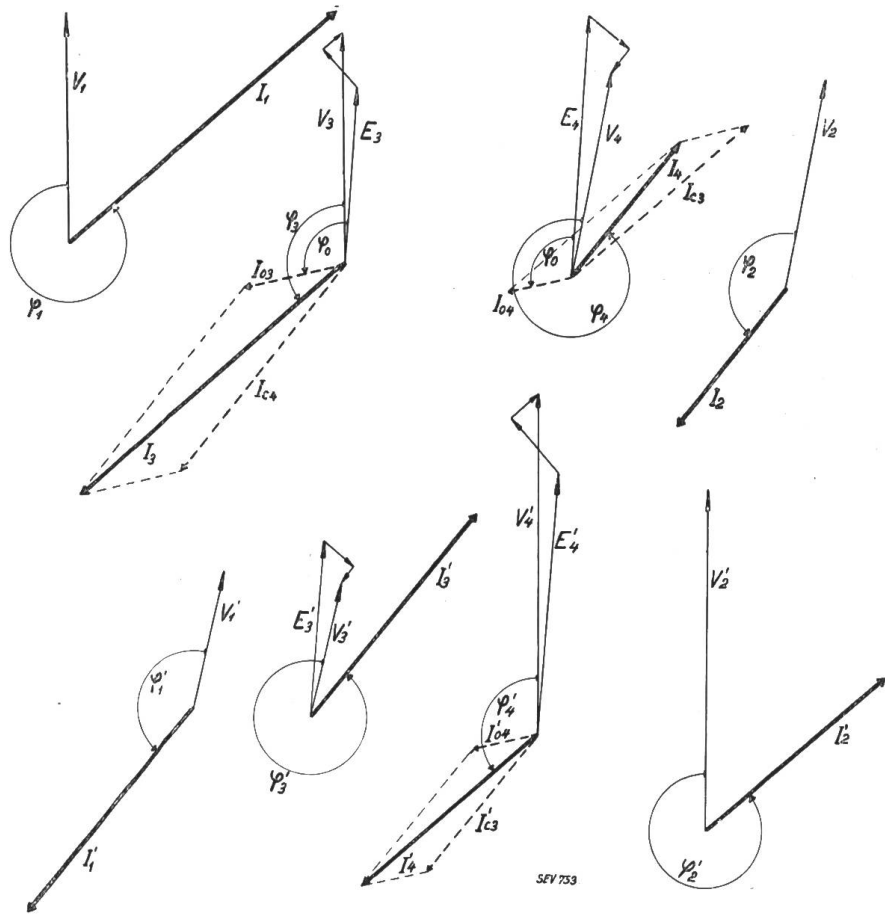


Fig. 13.

Diagramme des belasteten Transformators bei variabler Durchgangsrichtung der elektrischen Energie.

$$V_1 = V_3; V_2 = V_4; \text{ und } I_1 = -I_3; I_2 = -I_4.$$

Maschine 1 ist Generator, Maschine 2 Motor. Wir haben hier angenommen, dass die Primärseite den Magnetisierungsstrom ( $I_{03}$ ) aufnehme. Es ändert sich aber an den effektiven Strömen gar nichts, wenn man den sekundären Strom  $I_4$  zerlegt in den Magnetisierungsstrom  $I_{04}$  und den Kompensationsstrom  $I_{c3}$ , der den primären Strom  $I_3$  kompensiert. Es ist also Willkür, wenn man beim belasteten Transformator den Magnetisierungsstrom auf der sogenannten Primärseite einträgt.

Wir wollen nun anhand eines interessanten Experimentes untersuchen, *ob unser Diagramm der Anforderung der vollkommenen Stetigkeit und Umkehrbarkeit gewachsen ist*: Es sei Maschine 1 ein *übererregter Synchron-Generator*, Maschine 2 aber ein *untererregter Synchron-Motor*. Wenn wir nun 1 abbremfen und 2 antreiben, so wird 1 motorisch-kapazitiv und 2 generatorisch-induktiv arbeiten. Durch Untererregen von 1 und Uebererregen von 2 *werden die beiden Maschinen ihre anfänglichen Rollen vollständig vertauscht haben*. Der ganze Vorgang aber entspricht vektoriell einer Verdrehung aller Stromvektoren (mit Ausnahme der Leerlaufströme) um ca.  $180^\circ$ . *Es muss somit nach erfolgter Verdrehung die primäre Seite des Transformators sich mit der sekundären vertauscht haben*. Es soll aber nicht nur das Stromdiagramm der ersten Primärseite demjenigen der zweiten Primärseite entsprechen, sondern auch die Spannungsdiagramme müssen den analogen Aufbau zeigen, denn die Spannungs-, „Abfälle“ sind ja an die Ströme gebunden und verdrehen sich mit diesen. Die untern Diagramme der Fig. 13 zeigen die vollzogene Verdrehung aller Stromvektoren um ca.  $180^\circ$ . *Es zeigt sich in der Tat, dass durch die Verdrehung das Diagramm der ehemaligen Sekundärseite nun den ganz analogen Aufbau besitzt, wie früher das Diagramm der Primärseite und umgekehrt*. Die gestellte Forderung nach Stetigkeit und Umkehrbarkeit wird also erfüllt <sup>7)</sup>. *Versucht man am alten Transformatoridiagramm dieses Experiment durchzuführen, so gelingt es nicht*.

Wir sind beim Aufbau der Diagramme der Fig. 13 vom Nutzflux, bzw. von den EMKe  $E_3$  und  $E_4$  ausgegangen und haben unter Annahme der Belastungsströme die Diagramme zweier beliebiger Zustände entwickelt. Praktisch liegen nun die Verhältnisse gewöhnlich ganz anders. Statt der innern EMKe sind vielleicht die primäre oder sekundäre Klemmenspannung oder der entsprechende Strom gegeben. Häufig ist die primäre Klemmenspannung und die Impedanz oder Admittanz der sekundären Belastung bekannt. Letztere Grössen sind gewöhnlich variabel und durch die entsprechenden Ortskurven gegeben. *Es besteht dann die Aufgabe, die, durch die Zwischenschaltung des Transformators erzeugten neuen Ortskurven zu ermitteln*.

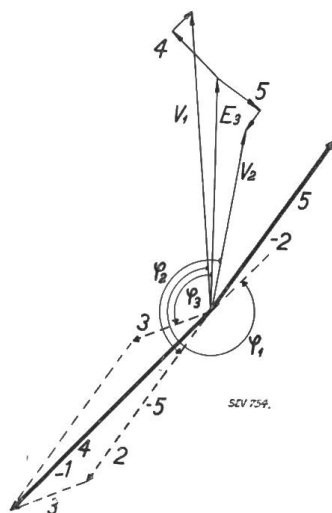


Fig. 14.

Vereinfachtes Diagramm des Transformators.

Die Lösung solcher Fragen vereinfacht sich wesentlich, wenn man annimmt, dass die Uebersetzung des Transformators gleich *eins* sei, d. h. dass die Windungszahl der sekundären Wicklung genau gleich sei derjenigen der primären Wicklung. Diese Annahme ist ohne weiteres zulässig, da die Grösse der Uebersetzung nur einen Einfluss auf die Grösse der Spannung und Ströme, nicht aber auf die *Form* und den *Charakter* ihrer Ortskurven hat. Weil wir uns in dieser Arbeit hauptsächlich mit generellen Problemen befassen wollen, werden uns nur diese letzteren Grössen interessieren. Ist die Uebersetzung gleich eins, so sind die EMKe  $E_3$  und  $E_4$  (Fig. 13) einander gleich und die Diagramme der Primär- und Sekundärseite dürfen zusammengeschoben werden (siehe Fig. 14). Dieses neue Diagramm ist aber gleichzeitig auch das Diagramm der *Ersatzschaltung des Transformators* (Fig. 15). Wir sind so in einfacher Weise zu dem bekannten *Ersatzschema des allgemeinen Transformators* gelangt.

## 6. Das allgemeine Diagramm des Transformators für konstante primäre Klemmenspannung.

Wir können das Ersatzschema des Transformators (Fig. 15) noch weiter vereinfachen, wenn wir unter Verwendung des Fehlspannungssatzes folgendermassen

<sup>7)</sup> Unsere Darstellungsweise besitzt noch den weitem Vorteil, dass das *Zeit-Vektoren-Diagramm* zugleich auch *Potential-Diagramm* ist. Es vereinigt also die Vorteile beider Diagramme. Im Gegensatz hierzu unterscheidet *E. Arnold* ausdrücklich zwischen Zeit- und Potential-Diagramm. Vergl. *E. Arnold*, W. T., Band II, Seite 35.

vorgehen. Es sei  $OA$  (Fig. 16) die *konstante* Klemmenspannung des Generators  $G$  (Fig. 15). Denken wir uns den Transformator im *Leerlauf*, d. h. den Motor  $M$  bei  $C$  abgeschaltet, so wird der Punkt  $B$  eine Spannungslage einnehmen, wie sie durch die Serienschaltung von 3 und 4 mit  $G$  bedingt ist (Fig. 16). Diesen Punkt nennen wir  $B_0$ . Im Leerlauf muss  $C$  mit  $B_0$  zusammenfallen. Nach dem Fehlspannungssatz dürfen wir das Ersatzschema des Transformators (Fig. 15) noch vereinfachen, indem wir die Impedanzen 3 und 4 in *Parallelschaltung* zwischen  $B_0$  und die Impedanz 5 schalten (Fig. 16). Die Kombination der zwischen  $B_0$  und  $C$  geschalteten Impedanzen 3, 4 und 5 stellt nichts anderes dar als die *Kurzschlussimpedanz des Transformators*, und zwar entspricht sie dem *bei kurzgeschlossenener Primärseite von der Sekundärseite aus ausgeführten Kurzschlussversuch*. Da die Kurzschlussimpedanz konstant ist, können wir sie durch eine einzige Impedanz  $Z'_k$  (Fig. 17) ersetzen. Unser Ersatzschema wird jetzt ausserordentlich einfach. Da der Leerlaufpunkt  $B_0$  fest ist, dürfen wir uns den Generator  $G'$  (Fig. 17) zwischen  $O$  und  $B_0$  geschaltet denken, *wobei wir allerdings* seine Klemmenspannung  $OA$  auf den ebenfalls festen Wert  $OB_0$  reduzieren müssen. Indem wir nun  $Z'_k$  und den Motor  $M$  in Serie an den Generator anschalten, ist unser neues Ersatzschema bereits fertig. Es ist uns also gelungen, *das Belastungsdiagramm des Transformators auf das* (uns bereits bekannte) *der kurzen Leitung zurückzuführen*. Damit ist aber auch die *generelle Lösung aller Belastungsprobleme des Transformators* gegeben.

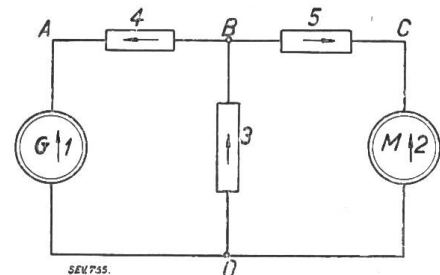


Fig. 15.  
Ersatzschema des Transformators.

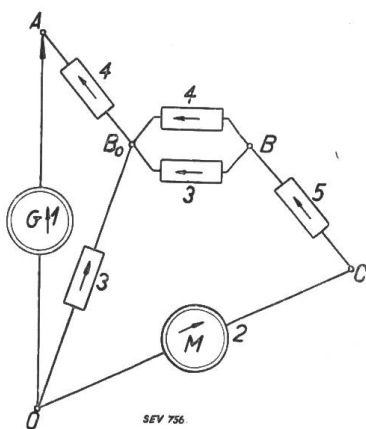


Fig. 16.  
Modifiziertes Ersatzschema des Transformators.

Es ist uns also gelungen, *das Belastungsdiagramm des Transformators auf das* (uns bereits bekannte) *der kurzen Leitung zurückzuführen*. Damit ist aber auch die *generelle Lösung aller Belastungsprobleme des Transformators* gegeben.

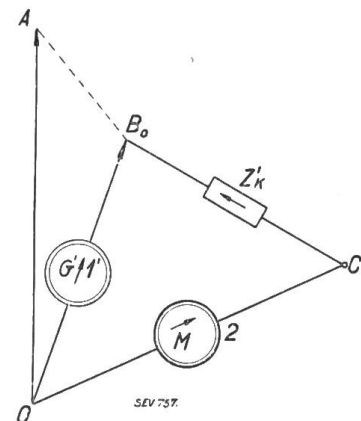


Fig. 17.  
Vereinfachtes Ersatzschema des Transformators.

Aus der ungeheuren Mannigfaltigkeit der Belastungsmöglichkeiten greifen wir nur einen Fall heraus, der in der Praxis hervorragende Bedeutung erlangt hat. Es ist dies:

7. Das Diagramm des Transformators für konstante Primärspannung und konstante sekundäre Phasenverschiebung aber variablen Strom.

(Diagramm der Asynchronmaschine.)

Wir nehmen die Transformatorimpedanzen 3, 4 und 5 (Fig. 15) vorläufig als gegeben an. Sie seien durch die Vektorverhältnisse von  $E_3$  zu  $I_3$ , bzw.  $E_4$  zu  $I_4$ , bzw.  $E_5$  zu  $I_5$  (Fig. 18 a, b, c) charakterisiert. Die in ihrer Grösse variable aber bezüglich der Phasenverschiebung konstante Motorimpedanz wird durch die Vektoren  $E_2$  und  $I_2$  (Fig. 18 d) dargestellt.

Wir bauen das Diagramm auf, indem wir von der konstanten Spannung  $OA = E_g$  (Fig. 20) des Generators  $G$  (Fig. 15 und 16) ausgehen. Zuerst ermitteln wir die Lage des Leerlaufpunktes  $B_0$ , indem wir die Impedanzen 3 und 4 (Fig. 16) in Serie schalten und sie vom Strome  $I_3$  (Fig. 18f) durchfliessen lassen. Impedanz 3 wird die Spannung  $E_3$  aufnehmen, an welche sich die Spannung von 4, nämlich  $B'_0 A'$  vektoriell anschliesst. Letztere Spannung eilt dem Strome  $I_3$  um den Phasenwinkel  $\varphi_4$  nach und berechnet sich aus der Proportion:



$$B_0 A' : E_4 = I_3 : I_4. \tag{10}$$

Wir erhalten so ein Spannungsdreieck  $O' B_0 A'$  (Fig. 18 f), welches (da beide Impedanzen fest sind) dem *Leerlaufdreieck*  $O B_0 A$  (Fig. 20) ähnlich sein muss. Das letztere erhält man also einfach durch Abtragen entsprechender Winkel oder durch proportionale Vergrößerung sich entsprechender Seiten.

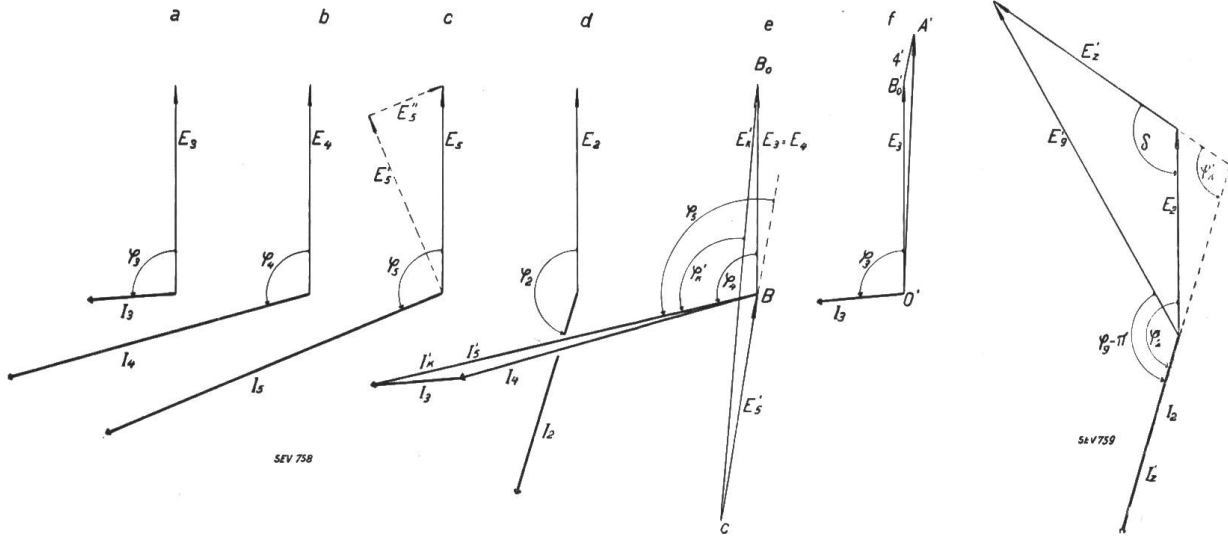


Fig. 18.

Fig. 19.

Nachdem wir so in einfacher Weise die Lage des Leerlaufpunktes  $B_0$  ermittelt haben, konstruieren wir das *Kurzschlussdiagramm*, also das Diagramm der Impedanz  $Z'_k$ . Unter den gleichen Spannungen  $E_3$  und  $E_4$  nehmen die einander parallel geschalteten Impedanzen 3 und 4 die Ströme  $I_3$  und  $I_4$  auf, deren Vektorsumme den Strom  $I_5$  ergibt (Fig. 18 e). Die den Impedanzen 3 und 4 vorgeschaltete Impedanz 5 wird beim Durchfluss von  $I_5$  eine Spannung  $E_5$  annehmen, die dem Strom  $I_5$  um den Phasenwinkel  $\varphi_5$  nachhilt und die sich aus der Proportion berechnet:

$$E_5 : I_5 = E_5 : I_5. \tag{11}$$

Die Vektorsumme von  $E_3$  und  $E_5$ , nämlich  $E'_k$ , bildet mit  $I_5$  ( $= I'_k$ ) die *Kurzschlussimpedanz*  $Z'_k$ .

Da nun sowohl die reduzierte Generatorspannung  $E'_g$  ( $= \overline{OB_0}$ ) sowohl als auch die Impedanz  $Z'_k$  und die Motorimpedanz bekannt sind, so könnten wir unter Verwendung der Doppelinversion in einfacher Weise zur Bestimmung des Motorstromes gelangen. Wir schlagen aber einen andern Weg ein, der uns zu einem Diagramm führt, aus dem wir alle zusammengehörenden Ströme und Spannungen leicht abgreifen können. Wird nämlich der Motor  $M$  (Fig. 17) von einem Strom  $I_2$  (Fig. 19) durchflossen, so nimmt er eine Spannung  $E_2$  auf, welche dem Strom  $I_2$  um den Phasenwinkel  $\varphi_2$  nachhilt. Die mit dem Motor in Serie geschaltete Impedanz  $Z'_k$  aber wird eine Spannung  $E'_z$  aufnehmen, welche  $I_2$  um den Phasenwinkel  $\varphi'_k$  nachhilt. Da aber beide Phasenwinkel konstant sind, so werden die beiden Spannungen  $E_2$  und  $E'_z$  einen festen Winkel einschliessen, nämlich den Winkel:

$$\delta = \varphi'_k - \varphi_2 + \pi \tag{12}$$

Die Ortskurve des Punktes  $C$  (Fig. 17) muss daher so beschaffen sein, dass von jedem ihrer Punkte aus die Strecke  $\overline{OB_0}$  (Fig. 20) unter dem Winkel  $\delta$  erscheint. Diese Bedingung erfüllt bekanntlich der *Kreis*. Die gesuchte Ortskurve von  $C$  ist ein Kreis  $K_1$  durch die Punkte  $O$  und  $B_0$  (Fig. 20), dessen Zentrum folgendermassen gefunden wird: Auf die Strecke  $\overline{OB_0}$  wird das Mittellot  $s_1$  gefällt (Fig. 20). An  $OB_0$  trägt man von  $O$  aus im Gegenuhrzeigersinn den Winkel  $\varepsilon$  ab, wobei:

$$\varepsilon = \delta - \frac{\pi}{2} = \varphi'_k - \varphi_2 + \frac{\pi}{2} \tag{13}$$

Der eine Schenkel des Winkels  $\varepsilon$ , nämlich  $g_1$  schneidet  $s_1$  in dem gesuchten Zentrum  $M_1$ . Die Ortskurve von  $B$  (Fig. 16) finden wir sehr einfach, indem wir von der Tatsache ausgehen, dass das Impedanzdreieck  $CB B_0$  (Fig. 18e und Fig. 16) der Kurzschlussimpedanz  $Z'_k$  sich selbst immer ähnlich bleiben muss. Die Ortskurve  $B$  muss also derjenigen von  $C$  ähnlich sein (denn  $B_0$  ist ja fest).  $B$  bewegt sich also auch auf einem Kreis, der sich leicht konstruieren lässt, denn es ist:

$$\begin{aligned} \triangle C B B_0 \text{ (Fig. 18e)} \sim \triangle P_d P'_d B_0 \text{ (Fig. 20)} \sim \triangle M_1 M_2 B_0 \sim \\ \sim \triangle O P'_k B_0 \sim \triangle P_1 P_2 B_0 \text{ (Fig. 20)}. \end{aligned} \tag{14}$$

Die Ortskurve von  $B$  ist also ein Kreis  $K_2$  mit dem Zentrum in  $M_2$ .

Auf jedem dieser Spannungskreise interessieren uns je zwei besonders wichtige Punkte, nämlich die *Leerlaufs-* und die *Kurzschlusspunkte*. Im *Leerlauf* (Motorstrom gleich Null) fallen die Punkte  $C$  und  $B$ , da der Spannungsabfall verschwindet, mit  $B_0$  zusammen (Fig. 16 und 20). Im *Kurzschluss* (Motorspannung gleich Null) fällt  $C$  mit  $O$  zusammen, während  $B$  nach  $P'_k$  zu liegen kommt (Fig. 20). Für diesen Punkt gilt (auf Grund ähnlicher Dreiecke) die Gleichung:

$$\sphericalangle B_0 P'_k M_2 = \sphericalangle \varepsilon. \tag{15}$$

Die Ortskurven der Ströme erhalten wir sehr einfach. Da der Kreis  $K_2$  die Ortskurve des Punktes  $B$  ist und somit die jeweiligen Verbindungen der Kreispunkte nach dem festen Punkte  $A$  die Grösse und Phasenlage der Spannungen der Impedanz 4 (Fig. 15) darstellen, so müssen auch die entsprechenden Ströme auf einer ähnlichen Kurve, also auch auf einem Kreise liegen, denn die Impedanz 4 ist ja fest. Für den beliebig herausgegriffenen Punkt  $P_2$  hat die Spannung den Wert  $\overline{P_2 A}$ . Der entsprechende Stromvektor, nämlich  $\overline{O P_3}$  eilt der Spannung  $\overline{P_2 A}$  um den Impedanzwinkel  $\varphi_4$  voraus. Seine Grösse berechnet sich aus der Proportion:

$$\overline{O P_3} : \overline{P_2 A} = I_4 : E_4 \text{ (Fig. 18b und 20)}. \tag{16}$$

Dem Punkte  $B_0$  entspricht auf dem Stromkreise  $K_3$  der Punkt  $P_0$ , dem Punkte  $P'_k$  der Punkt  $P_k$ . Auch für die Konstruktion des Kreismittelpunktes  $M_3$  gilt das gleiche Verfahren wie zur Bestimmung von  $M_2$ :

Die Ortskurve des Primärstromes ist ein Kreis  $K_3$  mit dem Zentrum in  $M_3$ .

Die Verbindungen von  $O$  an die Kreispunkte  $K_2$  stellen die möglichen Spannungswerte der Impedanz 3 (Fig. 15) dar. Die entsprechenden Stromwerte lassen

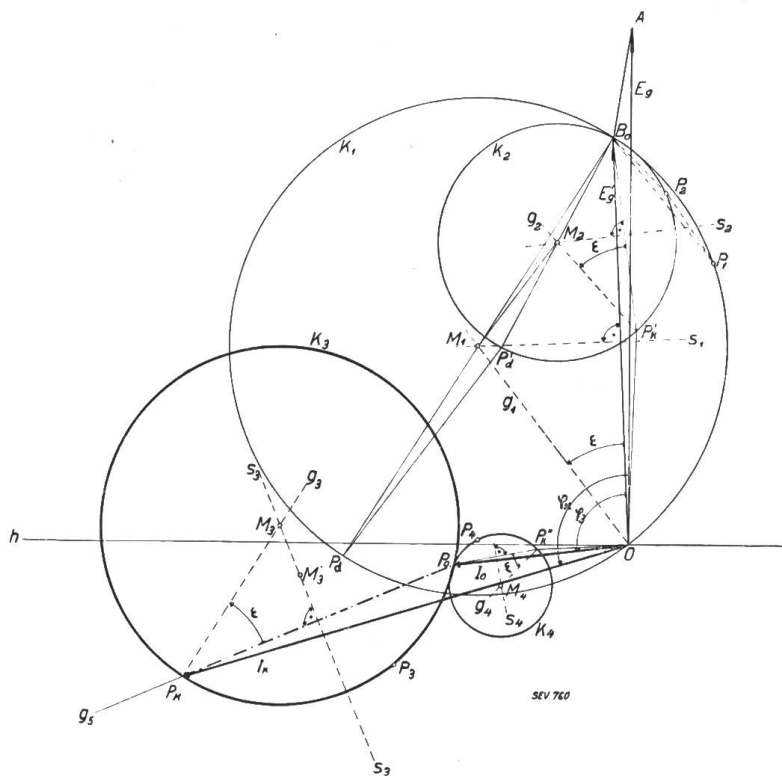


Fig. 20. Diagramm des Transformators für konstante Primärspannung und konstante sekundäre Phasenverschiebung aber variablen Strom.

sich in ganz analoger Weise konstruieren wie die Primärströme. Auch für das Zentrum  $M_4$  gilt die gleiche Konstruktion wie für  $M_1$ ,  $M_2$  und  $M_3$ . Der Spannung  $\overline{OP_2}$  entspricht der Magnetisierungsstrom  $\overline{OP_4}$ :

Die Ortskurve des Magnetisierungsstromes ist ein Kreis  $K_4$  mit dem Zentrum in  $M_4$ .

Im Kurzschluss geht der Magnetisierungsstrom auf ungefähr den halben Wert des Leerlaufstromes zurück (Punkt  $P'_k$ ). Dem beliebig angenommenen Punkte  $P_1$  auf  $K_1$  entspricht  $P_2$  auf  $K_2$ , bzw.  $P_3$  auf  $K_3$  und  $P_4$  auf  $K_4$ . Es lassen sich nun aus unserem Diagramm (Fig. 20) alle gewünschten Spannungen und Ströme leicht abgreifen:

Die Motorspannung	$\overline{OP_1}$	Der Motorstrom	$\overline{P_4 P_3}$
Die Spannung der Impedanz 5 (Fig. 15)	$\overline{P_2 P_1}$	Der Strom der Impedanz 5	$\overline{P_3 P_4}$
Die Spannung der Impedanz 3	$\overline{OP_2}$	Der Strom der Impedanz 3	$\overline{OP_4}$
Die Spannung der Impedanz 4	$\overline{P_2 A}$	Der Strom der Impedanz 4	$\overline{OP_3}$
Die feste Generatorspannung	$\overline{OA}$	Der Generatorstrom	$\overline{P_3 O}$

Der Leerlauf- ( $P_0$ ) und Kurzschlusspunkt ( $P_k$ ) lassen sich experimentell leicht bestimmen. Beide Punkte sind von  $\varphi_2$  vollkommen unabhängig. Es bewegt sich deshalb das Kreiszentrum  $M_3$  mit variablem  $\varphi_2$  auf der Geraden  $s_3$  (die übrigen Zentren bewegen sich auf den entsprechenden Mittelloten). Für  $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$  oder nach

Gleichung 13)  $\varphi_2 = \varphi'_k$  wandert  $M_3$  ins Unendliche und der Kreis  $K_3$  degeneriert zur Geraden  $g_5$  durch  $P_0$  und  $P_k$ . Ist die Impedanz von 4 gleich derjenigen von 5, so wird  $\varphi'_k = \varphi_k$  (symmetrischer Stromkreis). Die Phasenverschiebung und Spannung beim sekundären Kurzschlussversuch ist dann gleich derjenigen des primär ausgeführten Kurzschlussversuches.

Einen praktisch sehr wichtigen Spezialfall unseres Diagrammes erhalten wir, wenn  $\varphi_2 = \pi$  wird. Es ist der Fall des rein ohmisch belasteten Transformators. Dieses Diagramm ist bekanntlich auch dasjenige der Asynchronmaschine. In diesem Falle wird:

$$\varepsilon = \varphi'_k - \pi + \frac{\pi}{2} = \varphi'_k - \frac{\pi}{2}. \quad (17)$$

Im Diagramm Fig. 20 kommt dann das Zentrum von  $K_3$  nach  $M'_3$ , also etwas unter die horizontale Gerade  $h$  ins motorisch-induktive Gebiet zu liegen. Ersetzt man in Gleichung (17)  $\varphi'_k$  durch  $\varphi_k$  (was meistens zulässig ist), so erhält man eine sehr einfache und praktisch genügend genaue Konstruktionsmethode des Diagrammes der Asynchronmaschine<sup>8)</sup>.

Da sich sowohl  $I_0$  als auch  $I_k$  mit der Spannung  $E_g$  (Fig. 20) proportional ändert, so sieht man ohne weiteres ein, dass die Asynchronmaschine (was wir schon früher behauptet haben) eine zwar variable aber proportionale Impedanz darstellt.

#### 8. Die Einphasen-Nutzbremsschaltung der Maschinenfabrik Oerlikon.

Da das genaue Diagramm dieser Schaltung meines Wissens in der Literatur nicht bekannt ist, dürfte seine graphische Entwicklung von Interesse sein. Fig. 21 stellt diese Schaltung dar, und zwar in der vereinfachten Form, in der Feld- und Ankerstromkreis gemeinsam an den Stufenschalter angeschlossen sind. In der Fig. 21 bedeuten:

$Fd$ den Fahrdrabt	$W$ die Wendefeldwicklung
$T$ den Lokomotivtransformator	$C$ die Kompensationswicklung
$BD$ die Bremsdrosselspule	$S$ den Stufenschalter
$A$ den Motoranker	$F$ die Motorfeldwicklung

<sup>8)</sup> Kittler-Petersen: „Allgemeine Elektrotechnik“, II. Band, Seite 555. Kittler-Petersen gelangt auf wesentlich umständlicherem Wege zu einem im Prinzip gleich aufgebauten Diagramm der Asynchronmaschine.



ständen voneinander liegende Tourenzahlen die entsprechenden *Ortspunkte* auf  $g_1$  und  $g_2$  eingetragen. Punkt 16 entspricht dem Stillstand. Die Punkte 17 bis 24 gehören dem generatorischen, die Punkte 12 bis 15 dem motorischen Arbeitsgebiete an. Im Motorbetrieb tritt bei dieser Schaltung (aus Gründen, die der Verfasser in einer früheren Arbeit auseinandergesetzt hat<sup>9)</sup> *Selbsterregung* ein, so dass nur der generatorische Bereich praktisch brauchbar ist.

Unsere weitere Aufgabe besteht nun darin, die bis jetzt vernachlässigte Impedanz 6 (Fig. 21) zu berücksichtigen. Wie man leicht einsieht, stellt unsere Schaltung, bestehend aus Transformator, Motor und Drosselspule, eine *proportionale Impedanz* dar, denn bei *fester* Tourenzahl des Motors sind alle Ströme den Spannungen *proportional* (d. h. so lange man die Sättigungen im Eisen vernachlässigen kann, welche Bedingung bei den praktisch vorkommenden Betriebszuständen nahezu erfüllt ist). Wir haben also die Serienschaltung einer festen und einer zwar variablen aber proportionalen Impedanz vor uns und gelangen somit durch einmalige *Doppelinversion* zu den gesuchten genauen Ortskurven der Schaltung.

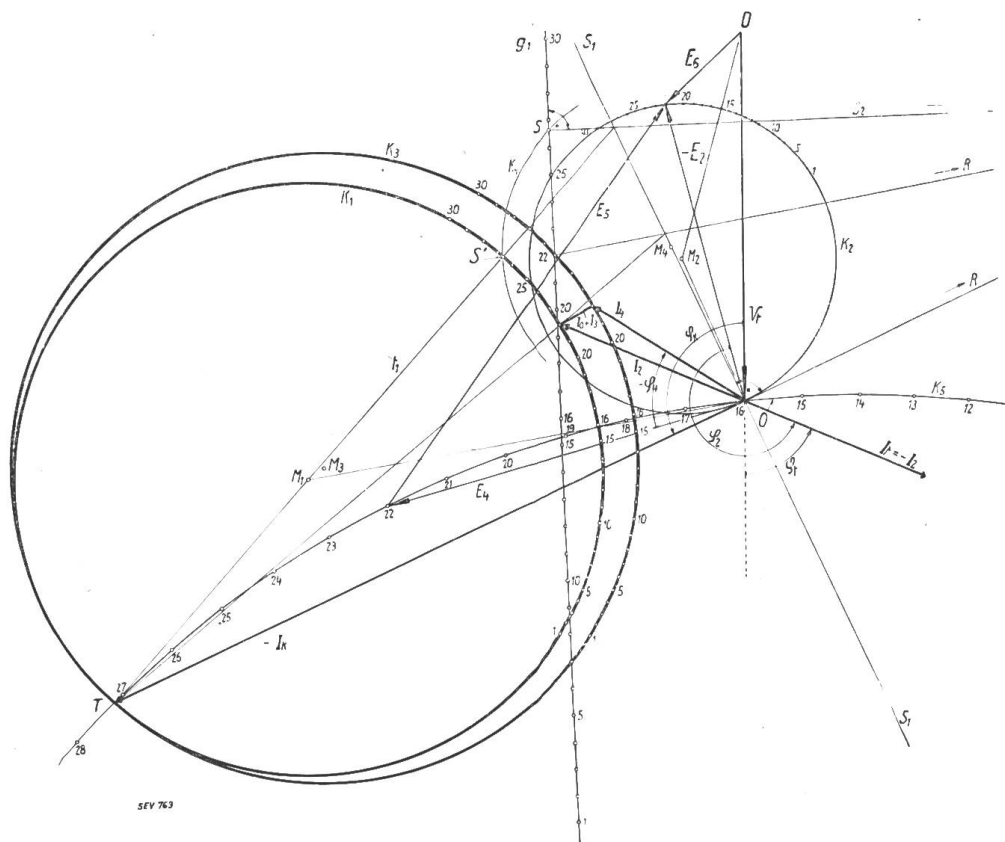


Fig. 23.

Genaueres Kreisdiagramm der Einphasennutzbremsschaltung System Oerlikon.

In Fig. 23 ist diese Doppelinversion durchgeführt.  $V_t$  stellt die Klemmenspannung des aus Lokomotive und Fahrleitung bestehenden rekuperierenden Systemes dar.  $V_t$  ist also die der Klemmenspannung des Kraftwerkes entgegengesetzte gleiche Spannung. Die Uebersetzung des Transformators  $T$  wurde der Einfachheit wegen gleich *eins* angenommen. Die Gerade  $g_1$  (Fig. 23) entspricht der Geraden  $g_2$  der Fig. 22, stellt also die Ortskurve von  $I_4$  und  $I_2$  dar, für den Fall, dass die Impedanz 6 (Fig. 21) gleich Null und  $E_2$  gleich  $V_t$  wird. Unter dem Einfluss der Spannung  $V_t$  wird die Impedanz 6 den (Dauerkurzschluss=) Strom  $I_k$  (Fig. 23) aufnehmen, der mit  $V_t$  den

<sup>9)</sup> A. von Brunn: „Die Bedeutung des Bezugssinnes im Vektordiagramm“, Bulletin S. E. V. 1922, Seite 458.

Winkel  $\varphi_k$  einschliesst. Die Doppelinversion geschieht in der Weise, dass man die Strecke  $\overline{OT} (= -I_k)$  nach rückwärts abträgt, so dass  $\overline{OR} = \overline{TO}$  wird. Auf diese Strecke fällt man in  $O$  das Lot  $s_1$ . Nun ist  $g_1$  eine Gerade von allgemeiner Lage und ihre Doppelinverse ein Kreis durch  $T$ . Fasst man  $g_1$  als einen unendlich grossen Kreis auf, so muss dem Lot  $s_2$  von  $R$  auf  $g_1$  (Zentrale) die Gerade  $t_1$  durch das Zentrum  $M_1$  des gesuchten Kreises  $K_1$  entsprechen. Dem Punkte  $S$  entspricht Punkt  $S'$ .  $S, S'$  und  $O$  liegen auf einem Kreise  $K_4$  mit dem Zentrum  $M_4$  auf  $s_1$ . Nach der Bestimmung von  $S'$  kann der Kreis  $K_1$  leicht aufgezeichnet werden. Die Ermittlung der Ortskurve der Spannung  $E_2$ , nämlich des Kreises  $K_2$  ist gegeben durch die Aehnlichkeit der Dreiecke  $OM_1T$  und  $DM_2O$ . Kennt man aber die Grösse und Richtung von  $E_2$ , so lassen sich die Ströme  $I_0$  und  $I_3$  ohne weiteres konstruieren. Die Vektordifferenz von  $I_2$  und  $\widehat{I_0 + I_3}$  ergibt den Strom  $I_4$ , dessen Ortskurve ebenfalls eine Kreislinie, nämlich  $K_3$  ist. Weiter lässt sich, da  $E_2$  bekannt ist, auch  $E_4$  aufzeichnen. Die Ortskurve dieser Spannung ist ein Kreis ( $K_5$ ) mit sehr grossem Radius (Fig. 23). Für einen bestimmten Parameterwert (Punkt 22) sind alle Vektoren eingezeichnet. In Fig. 24 sind alle interessierenden Grössen des Vektordiagrammes im Liniendiagramm dargestellt. ( $E_4$  wurde gegenüber den andern Spannungen im halben Masstabe eingezeichnet.) Von besonderem Interesse ist

der Verlauf der Drehmomentkurve, die zuerst ansteigt, um bei ganz hohen (ausserhalb des praktischen Bereiches liegenden) Tourenzahlen des Motors wieder abzufallen. Die Drehmomentkurve wurde berechnet als das Produkt des Hauptfeldes und der mit diesem in Phase liegenden Komponente des Ankerstromes. Da die mit wachsender Tourenzahl zunehmenden Rotations-Eisenverluste, die Reibungs- und Ventilations-Verluste noch ein zusätzliches Moment ergeben,

steigt die resultierende Drehmomentkurve in Wirklichkeit noch rascher an als in Fig. 24, was für die Stabilität des Bremsbetriebes sehr vorteilhaft ist.

Um einen weitem Ueberblick über den Verlauf der Kurven zu erhalten, wurde im Diagramm (Fig. 23) die Anzahl der Parameterwerte auf 30 erhöht, und zwar derart, dass den Punkten 12 bis 24 in Fig. 22 die Punkte 12 bis 24 in Fig. 23 und 24 entsprechen.

Es mag noch auf die Aehnlichkeit zwischen der Lage der Kreise  $K_1$  und  $K_3$  und der Ortskurve der Asynchronmaschine hingewiesen werden, welche alle im induktiven Gebiete liegen, was zur Folge hat, dass bei der vorliegenden Rekuperations-Schaltung das Netz zwar Wattenergie empfängt, aber wattlose Energie abgeben muss.

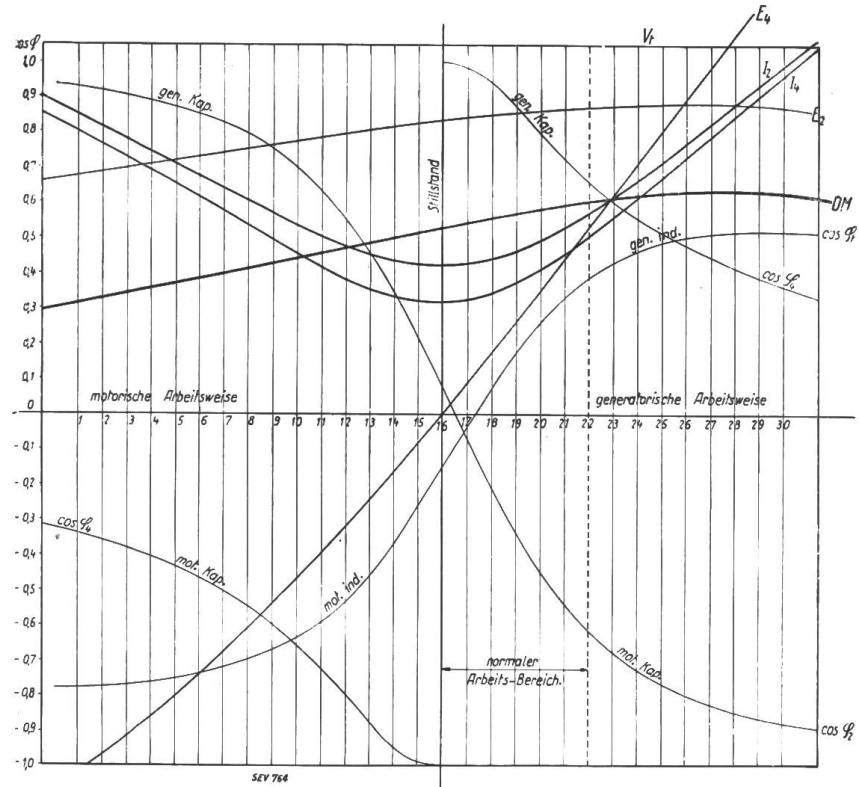


Fig. 24. Charakteristische Kurven der Einphasennutzbremsschaltung System Oerlikon (gemäss Diagramm Fig. 23.)

9. Eine weitere Einphasen-Nutzbremsschaltung.

Den Schluss unserer Betrachtungen möge eine Einphasen-Nutzbremsschaltung bilden, welcher zwar keine grosse praktische Bedeutung zukommt, die aber ihres hochinteressanten Verhaltens wegen das volle Interesse des Theoretikers in Anspruch nehmen darf.

Wie Fig. 25 zeigt, benötigt diese Schaltung *zwei* Einphasenmotoren (*EM*), von denen der erste seine Felderregung direkt vom Stufentransformer (*T*) erhält, während der zweite vom Anker (*A*) des ersten Motors erregt wird. Beide Anker sind

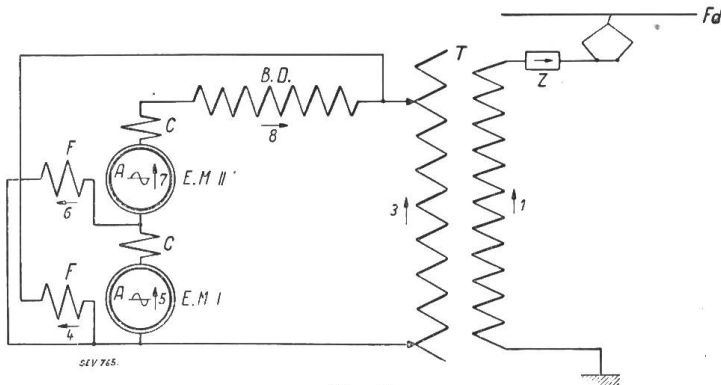


Fig. 25.

Schema einer besondern Einphasennutzbremsschaltung.

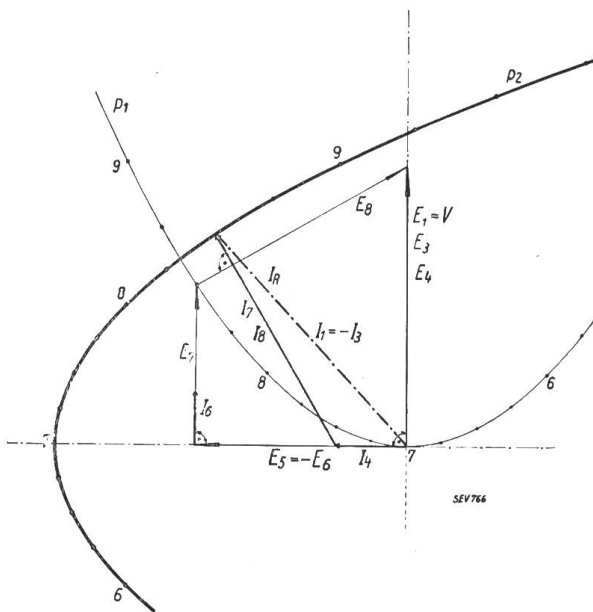


Fig. 26.

Ideales Diagramm der Schaltung nach Fig. 25. Die Ortskurve des Primärstromes ist eine Parabel.

$I_4$  in Phase liegende *EMK*  $E_5$ , welche der Feldspannung  $E_6$  des zweiten Motors gleich und entgegengesetzt ist. Der Spannung  $E_6$  eilt der Feldstrom  $I_6$  um  $90^\circ$  vor. Ihm phasengleich ist die Rotations-*EMK*  $E_7$  des Ankers des zweiten Motors. Das Polygon der Spannungen  $E_3$ ,  $E_5$  und  $E_7$  schliesst die Spannung  $E_8$  der Bremsdrosselspule, welche einen Strom  $I_8$  aufnimmt, der der Spannung  $E_8$  um  $90^\circ$  voreilt. Die Vektorsumme von Strom  $I_8$  und  $I_4$  ergibt Transformator- und Netzstrom- $I_r$  (Fig. 26). Man sieht leicht ein, dass die Rotations-*EMK*  $E_5$  des ersten Motors sich *linear*, die *EMK*  $E_7$  des zweiten Motors sich *quadratisch* mit der Tourenzahl ändert. Die Folge davon ist, dass sich (bei fester Spannung  $E_1$ ) der Fusspunkt des Drosselspannungs-

unter sich und mit der Bremsdrosselspule (*BD*) zusammen in Serie an den Stufentransformator angeschlossen. Da es nicht unsere Absicht ist, das genaue Diagramm dieser Schaltung zu entwickeln, sondern wir nur in groben Zügen ein Bild der Arbeitsweise des Systems entwerfen wollen, so dürfen wir ausser den Kupferverlusten in den Hauptkreisen alle andern Verluste vernachlässigen. Auch soll der Magnetisierungsstrom des Transformators *T* (Fig. 25) unberücksichtigt bleiben.

Unter diesen vereinfachenden Annahmen darf der gesamte ohmsche Widerstand des Hauptkreises, inklusive Fahrleitung, durch die Impedanz *Z* (Fig. 25) dargestellt werden.

Wir entwickeln das „ideale“ Diagramm dieser Schaltung, indem wir vorerst die Impedanz *Z* gleich Null setzen. Vektor  $E_1$  (Fig. 26) sei die Primärspannung des Transformators *T* und (da wir die Impedanz *Z* gleich Null setzen) auch die Spannung *V* der Kraftzentrale. Unter der vereinfachenden Annahme, dass die Uebersetzung von *T* gleich *eins* sei, wird auch die Sekundärspannung  $E_3$  gleich der Spannung  $E_1$ . Die direkt an den Stufenschalter gelegte Feldspule *F* des ersten Motors nimmt unter der Spannung  $E_4$  ( $= E_3$ ) den ihr um  $90^\circ$  voreilenden Strom  $I_4$  auf. Bei positiv angenommenem Rotationssinn entwickelt der Anker des ersten Motors eine mit dem Strom

vektors  $E_s$  auf einer *Parabel*  $p_1$  bewegt. Da  $I_4$  fest,  $I_s$  aber mit  $E_s$  in einem festen Grössen- und Winkelverhältnis steht, so muss sich die Vektorspitze von  $I_r$  auf einer *ähnlichen* Kurve wie  $p_1$ , also auch auf einer *Parabel* ( $p_2$ ) bewegen. Die Punkte 1 bis 7 entsprechen der *motorischen*, die Punkte 7 bis 13 der *generatorischen Arbeitsweise* der Schaltung. Es lässt sich leicht zeigen, dass (bei festen Werten der Motorentourenzahl) alle Spannungen und Ströme (solange man von den magnetischen Sättigungen absieht) sich *proportional* mit der Spannung  $E_1$  verändern. Die ganze Schaltung stellt also eine *proportionale Impedanz* dar.

Dieser Impedanz ist nun in Wirklichkeit die Impedanz  $Z$  vorgeschaltet. Wir wollen nun annehmen, dass (wie es ja im Bahnbetrieb tatsächlich der Fall ist) diese *Impedanz  $Z$  eine variable Grösse* sei. Die variable Impedanz der Einphasen-Motoren stellt sich im *Admittanzdiagramm* (bezogen auf die Spannung  $V [= E_1]$ ) als die *Parabel  $p_2$*  dar, (Fig. 26, 27, 28, 29). Die *Stromortskurve* von  $I_z$  der Impedanz  $Z$  (bezogen auf  $V$ ) sei im Admittanzdiagramm die *Kurve  $q$*  (Fig. 27, 28, 29). Mit Hilfe der *Doppelinversion* lässt sich nun in einfacher Weise die *resultierende wahre Ortskurve* der ganzen Schaltung konstruieren. Aus der unendlichen Mannigfaltigkeit der möglichen Kurven greifen wir drei typische Fälle heraus. Es sind dies diejenigen Kurven, die den Punkten  $A$ ,  $B$  und  $C$  der Admittanzkurve  $q$  von  $Z$  entsprechen.

**Fall A:** Der spiegelbildliche Punkt von  $A$  in bezug auf das Lot  $s$ , nämlich  $A'$ , liegt *innerhalb* der Parabel. Die resultierende Ortskurve ist eine Kurve vierten Grades und als Doppelinverse der Parabel eine *bizirkulare Quartik mit Rückkehrpunkt*<sup>10)</sup>, (Herzform Fig. 27). Der obere und untere Teil der

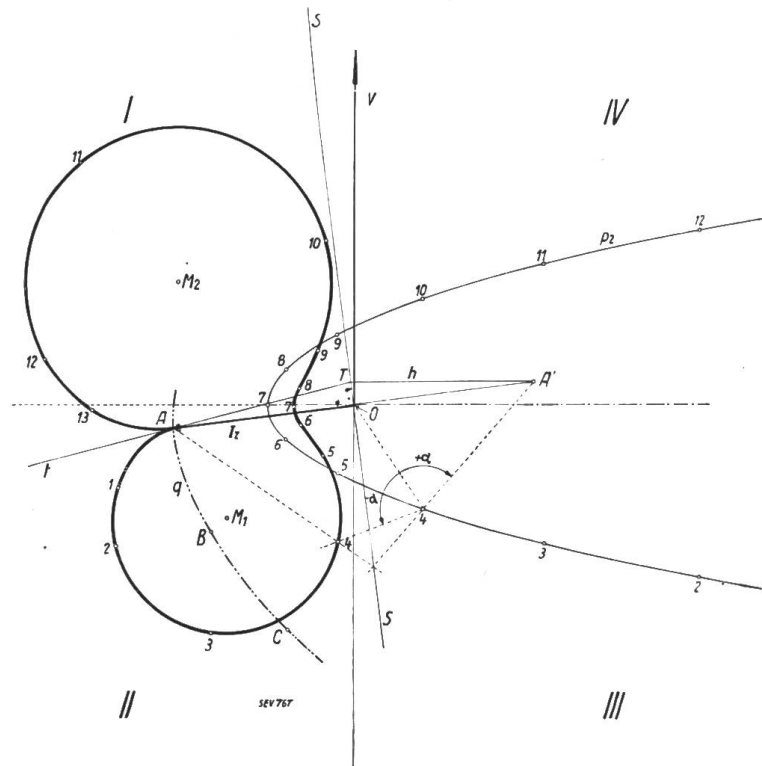


Fig. 27.

Konstruktion des wirklichen Diagrammes der Schaltung nach Fig. 25. Die Parabel verwandelt sich in eine bizirkulare Quartik mit Rückkehrpunkt. Fall A (Herzform).

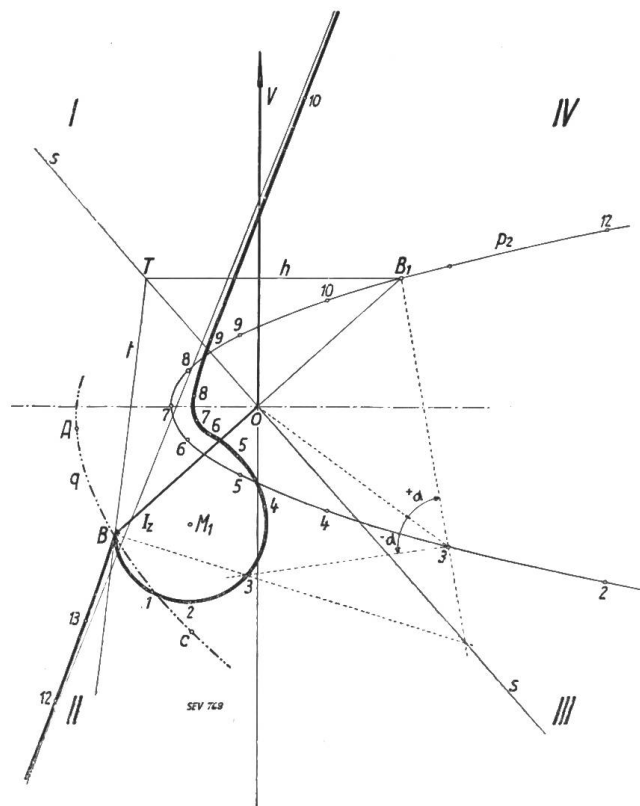


Fig. 28.

Diagramm der Schaltung nach Fig. 25 Fall B. Die bizirkulare Quartik degeneriert zur zirkularen Kubik (Resonanzfall).

<sup>10)</sup> Dr. O. Bloch: „Die O. d. gr. W. T.“, Seite 76 und 114.





Quadranten liegt, durchläuft sie nun alle vier Quadranten. Es zeigt sich, dass die Anordnung imstande ist, sehr stark *kapazitiv* zu arbeiten. Auch bei dieser Form lassen sich grössere Teile der Kurve durch Kreisbögen mit den Zentren  $M_1$  und  $M_2$  ersetzen (Fig. 29).

Wir haben in den Figuren 27 bis 29 nur die Ortskurven des Netzstromes entwickelt. Kennt man aber einmal diesen Strom, so lassen sich alle andern Ströme und Spannungen in einfacher Weise konstruieren. Hat man Feld- und Ankerstrom ermittelt, so kann die Grösse des *Drehmomentes* bequem bestimmt werden. In Fig. 30 sind für die Fälle A, B und C sowohl der Netzstrom als auch das Drehmoment für dreizehn verschiedene Tourenzahlen aufgezeichnet und durch Kurven verbunden worden. Der Verlauf der Kurven ist ein sehr wechselvoller. Der Fall C unterscheidet sich von Fall A nur dadurch, dass der Höcker der Drehmomentkurve im motorischen Gebiet fast völlig verschwunden ist. Im Fall B ist der heftige Anstieg, sowohl der Strom- als auch der Drehmomentkurve deutlich erkennbar. Bei der *kritischen Tourenzahl* werden beide *unendlich gross*. Infolge der Eisensättigung weicht natürlich der wahre Verlauf dieser Ortskurven in gewissen Teilen wesentlich von den hier gefundenen Formeln ab. Durch nachträgliche Korrekturen können diese Fehler in praktisch genügend genauem Masse korrigiert werden. Es kann jedoch nicht unsere Aufgabe sein, näher darauf einzugehen, um so mehr als unsere Untersuchung lediglich den Zweck verfolgte, den Leser mit der *Methode der Doppelinversion* vertraut zu machen und ihm zu zeigen, dass auch kompliziertere Aufgaben in einfacher Weise graphisch gelöst werden können. Dass man bei solchen Untersuchungen gelegentlich zu recht interessanten Ergebnissen geführt wird, mag das letzte Beispiel bewiesen haben.

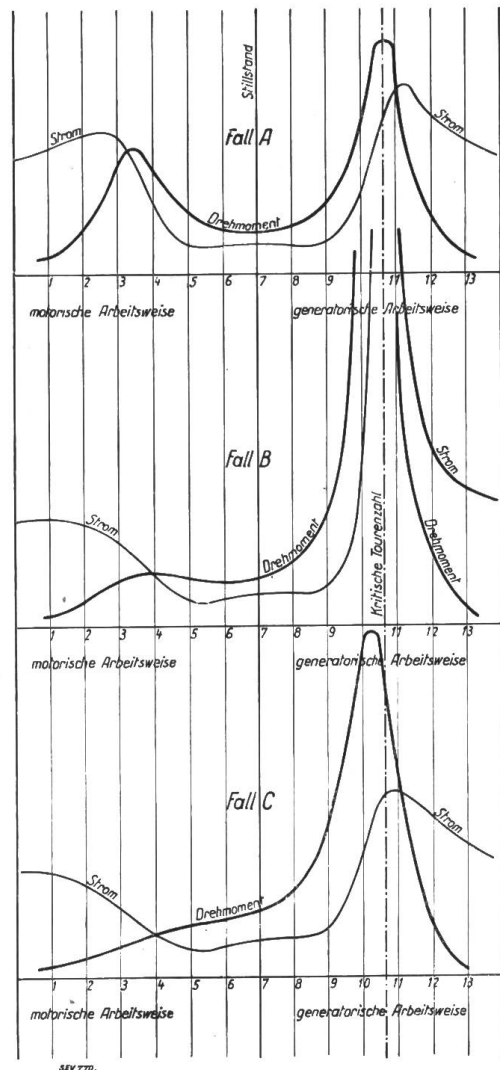


Fig. 30.  
Strom- und Drehmomentkurven der Schaltung nach Fig. 25 für die Fälle A, B und C im Liniendiagramm.

**Wirtschaftliche Mitteilungen. — Communications de nature économique.**

**Geschäftsbericht der A.-G. Wäggital über die Periode vom 1. Okt. 1927 bis 30. Sept. 1928.**

Am 1. Oktober 1927 betrug der Energievorrat 133,5 Millionen kWh, am 30. September 1928 110 Millionen kWh.

Die in der Betriebsperiode verkaufte Energie betrug 124,2 Millionen kWh. Die Pumpenanlage verbrauchte 44,6 Millionen kWh an Abfallenergie.

Die beiden Partner (N. O. K. und Stadt Zürich) haben für die ausgenützte Energie 6,67 Millionen Franken bezahlt.

Die Obligationen und andern Passivzinsen betragen . . . . .	Fr. 2 203 346
Die Generalunkosten und die Betriebs- und Unterhaltungskosten betragen . . . . .	672 203
Die zum Pumpen verwendete Energie kostete . . . . .	70 297
Die Abschreibungen und Einlagen in den Amortisations- und Erneuerungsfonds belaufen sich auf . .	1 010 092
Die Dividende 7 % an das Aktienkapital betrug . . . . .	2 800 000
Das Aktienkapital beträgt 40 Millionen, das Obligationenkapital 27 Millionen Franken.	