

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 24 (1933)  
**Heft:** 6

**Artikel:** Praktische Berechnung von Stromverdrängungsmotoren  
**Autor:** Zur Nieden, E.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1057230>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 18.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Praktische Berechnung von Stromverdrängungsmotoren.

Von E. zur Nieden, Baden.

621.313.333.00.12

*Unter geringen Vernachlässigungen werden für Anlauf- und Betriebsverhältnisse von Stromverdrängungsmotoren einfache Berechnungsformeln abgeleitet, die eine schnelle und einfache Berechnung der maximal zu erreichenden Werte für Anzugsmoment, zugehörigen Anlaufstrom, Kippmoment und Leistungsfaktor zulassen.*

*Négligeant quelques grandeurs secondaires, l'auteur établit des formules simples pour le démarrage et la marche en régime des moteurs utilisant l'effet pelliculaire, formules qui permettent de calculer rapidement les valeurs maximum du couple et du courant de démarrage, le couple maximum et le facteur de puissance.*

Das Prinzip des Stromverdrängungsmotors beruht darauf, dass die Vergrößerung des Stabwiderstandes bei gleichzeitiger Verkleinerung der Nutenreaktanz zur günstigen Beeinflussung des Motordrehmomentes ausgenutzt wird. Durch das Streufeld wird der Strom im Kupferstab zur Nutenöffnung verdrängt. Es ergibt sich also eine mit der Stabhöhe  $h$  von der Nutenöffnung zum Nutengrund abnehmende Stromdichte. An Stelle dieses Stabes mit der ungleichmässigen Stromverteilung lässt sich auch ein Stab mit gleichmässiger Stromverteilung denken, der gleiche Verluste und gleiche Streuinduktivität besitzt, dessen Gleichstromwiderstand bzw. Reaktanz aber von dem Gleichstromwiderstand bzw. der Reaktanz bei Schlupffrequenz  $f_s = 0$  des tatsächlichen Stabes verschieden ist. Die Vergrößerung des Stabwiderstandes, die bei Generatoren und anderen elektrischen Maschinen wegen der Vergrößerung der Verluste und der Verschlechterung des Wirkungsgrades als lästig empfunden wird, ist beim Anlauf des Stromverdrängungsmotors wegen der Erhöhung des Anlaufdrehmomentes erwünscht. Im Normalbetrieb mit der meist sehr geringen Schlupffrequenz  $f_s$  findet kaum eine Erhöhung des Stabwiderstandes und damit der Verluste statt, da die Vergrößerung des Stabwiderstandes mit der Frequenz abnimmt, so dass der Wirkungsgrad des Stromverdrängungsmotors im Normalbetrieb nicht schlechter wird, als wenn keine Stromverdrängung im Anlauf stattfindet.

Der Vorteil der Stromverdrängungsmotoren beruht darauf, dass sie, mit Kurzschlussläufer gebaut, ein grösseres Anzugsmoment bei kleinerem Anlaufstrom als gewöhnliche Kurzschlussankermotoren entwickeln. Dem Schleifringläufer sind sie durch die einfachere und betriebssichere Konstruktion überlegen und erreichen bei kleineren Leistungen dieselben Werte für Leistungsfaktor und Wirkungsgrad wie der Schleifringläufer. Bei grösseren Leistungen muss beim Stromverdrängungsmotor allerdings ein etwas schlechterer Leistungsfaktor und Wirkungsgrad in Kauf genommen werden, da die Stäbe mit hohem Widerstand und grosser Reaktanz zwecks Erlangung der gewünschten Anlaufverhältnisse ausgeführt werden müssen. Man sollte daher gerade bei Stromverdrängungsmotoren grösserer Leistung keine zu hohen Forderungen hinsichtlich Anlaufverhältnisse stellen, da sonst der Leistungsfaktor nur wieder schlechter wird.

In der Praxis verwendet man für Schleifringläufer und Stromverdrängungsmotoren meistens

dieselben Motortypen; der Berechnungsingenieur hat daher die Aufgabe, zu übersehen, welche Anlaufverhältnisse und Betriebseigenschaften sich mit einer gegebenen und vorhandenen Motortype bestenfalls erreichen lassen, d. h. zu erkennen, ob überhaupt die Erfüllung der gestellten Bedingungen mit dieser Motorgrösse möglich ist. Zu diesem Zweck ist es ratsam, mit genügend genauen Näherungsformeln zu arbeiten. Ein langes Probieren würde zeitraubend sein und liesse eine klare Uebersicht doch nicht zu. Es ist der Zweck der nachfolgenden Abhandlung, solche Näherungsformeln abzuleiten. Die dabei nötigen kleineren Vernachlässigungen heben sich in ihrer Wirkung aber teilweise wieder auf und können das Resultat nicht wesentlich fälschen.

### 1. Das maximale Anzugsmoment.

Wie Lund<sup>1)</sup> bereits gezeigt hat, liegt der Anlaufpunkt eines Stromverdrängungsmotors für einfache Hochstäbe auf einem Kreis, der durch den Leerlaufpunkt und den Kurzschlusspunkt für sekundären Widerstand und sekundäre Reaktanz gleich null geht. Für andere Stabformen gilt dies analog auch, solange das Verhältnis von Zusatzreaktanz — Nutenreaktanz bei Schlupffrequenz — und Echtwiderstand — Widerstand bei Schlupffrequenz — für Schlupf  $s = 1$  konstant ist, was sich bei einigen Stabformen durch geschickte Dimensionierung verändern lässt, so dass es für jedes mögliche Verhältnis von Zusatzreaktanz zu Echtwiderstand einen Kreis für den Anlaufpunkt gibt.

Wie aus Fig. 1 hervorgeht, in der der Kreis für den Anlaufpunkt eingezeichnet ist und die Drehmomentenlinie noch als Gerade angenommen worden ist, was beim Stromverdrängungsmotor nicht mehr genau zutrifft, gibt es ein maximales Anzugsmoment, wenn nämlich die zur Drehmomentenlinie gezogene Parallele zur Tangente an den Kreis wird oder mit anderen Worten, wenn der Kippunkt des Motors zum Anlaufpunkt wird. Um dieses maximale Anzugsmoment rechnerisch zu bestimmen, geht man am besten von der Arnoldschen Formel für das Anzugsmoment aus.

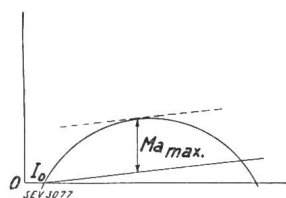


Fig. 1.

<sup>1)</sup> Lund, Arch. Elektrotechn., Bd. 15, S. 121.

$$M_a = \frac{0,975 \cdot U^2 \cdot 3}{n_s} \cdot \frac{r'_2}{(r_1 + c_1 \cdot r'_2)^2 + (x_1 + c_1 \cdot x'_2)^2} \quad (1)$$

Dabei bedeutet

- $U$  = Phasenspannung,
- $n_s$  = synchrone Drehzahl,
- $r_1$  = primärer Widerstand pro Phase,
- $x_1$  = primäre Reaktanz pro Phase,
- $r'_2$  = sekundärer Widerstand auf Stator bezogen,
- $x'_2$  = sekundäre Reaktanz auf Stator bezogen,
- $c_1$  = Verhältnis von EMK zur Klemmenspannung im Leerlauf.

In dieser Formel sei zunächst der Faktor  $c_1$ , der von der Grössenordnung 1,05 ist, und ebenso der Ringwiderstand vernachlässigt. Fasst man ausserdem die primäre Reaktanz  $x_1$  und die sekundäre Ring- und Zahnkopfreaktanz  $x'_{2R}$  und  $x'_{2K}$  zusammen zu

$$x = x_1 + x'_{2R} + x'_{2K} \quad (2)$$

so ergibt sich das Anzugsmoment zu

$$M_a = \frac{0,975 \cdot 3 \cdot U^2}{n_s} \cdot \frac{r'_s}{(r_1 + r'_s)^2 + (x + x'_s)^2} \quad (3)$$

- $r'_s$  = sekundärer Stabwiderstand,
- $x'_s$  = sekundäre Nutenreaktanz.

Wie bereits erwähnt, ist bei den meisten Stabformen für eine bestimmte konstante Schlupffrequenz das Verhältnis von Zusatzreaktanz  $x_s$  zu Echtwiderstand  $r_s$  eine Konstante, die nur für kompliziertere Stabformen je nach Wahl auch in kleinen Grenzen veränderlich ist. Es sei deswegen hier die Beziehung eingeführt

$$x_s/r_s = \gamma \quad (4)$$

womit sich die Gleichung des Anzugsmomentes ergibt zu

$$M_a = \frac{0,975 \cdot 3 \cdot U^2}{n_s} \cdot \frac{r'_s}{(r_1 + r'_s)^2 + (x + \gamma \cdot r'_s)^2} \quad (5)$$

Zur Bestimmung des maximalen Anzugsmomentes führen wir mit Gl. 5 eine Maxima- und Minima-Rechnung durch. Dabei ergibt sich

$$r_1^2 - r'_s{}^2 + x^2 - \gamma^2 \cdot r'_s{}^2 = 0$$

oder nach  $r'_s$  aufgelöst

$$r'_s = \sqrt{\frac{r_1^2 + x^2}{1 + \gamma^2}} \quad (6)$$

Unter Vernachlässigung von  $r_1$ , des primären Widerstandes, was besonders bei grösseren Motoren zulässig ist, da  $r_1$  im Verhältnis zu  $x$  sehr klein ist, ergibt sich

$$r'_s = \sqrt{\frac{1}{1 + \gamma^2}} \cdot x \quad (7)$$

d. h. der auf primär bezogene Echtwiderstand des Rotors für das maximale Anzugsmoment ist der Reaktanz  $x$  direkt proportional.

Bei grösseren Motoren wird die Reaktanz  $x$  auch grösser. Ein grösserer Echtwiderstand lässt sich für eine konstante Frequenz aber nur durch einen

schmaleren Stab erreichen, dem aber aus konstruktiven Rücksichten gewisse Grenzen gesetzt sind. Es wird daher nur bei kleineren Motoren möglich sein, den Echtwiderstand so gross zu wählen, dass das maximale Anzugsmoment erreicht wird und der Kippunkt des Motors im Anlaufpunkt liegt.

Es interessiert das maximale Anzugsmoment an sich, das sich ergibt, wenn man die Beziehung nach Gl. 6 in Gl. 5 einführt,

$$M_{a\max} = \frac{0,975 \cdot 3 \cdot U^2}{n_s} \cdot \frac{\sqrt{\frac{r_1^2 + x^2}{1 + \gamma^2}}}{\left[ r_1 + \sqrt{\frac{r_1^2 + x^2}{1 + \gamma^2}} \right]^2 + \left[ x + \gamma \sqrt{\frac{r_1^2 + x^2}{1 + \gamma^2}} \right]^2} \quad (8)$$

Vernachlässigt man auch hier den primären Widerstand, so wird

$$M_{a\max} = \frac{0,975 \cdot 3 \cdot U^2}{n_s \cdot x} \cdot \frac{\sqrt{\frac{1}{1 + \gamma^2}}}{\frac{1}{1 + \gamma^2} (1 + \gamma^2) + 2\gamma \sqrt{\frac{1}{1 + \gamma^2}} + 1} \quad (9)$$

Es muss nun zunächst noch auf den konstanten Faktor  $\gamma$  etwas näher eingegangen werden. Für einen einfachen Hochstab existieren bekanntlich für Echtwiderstand und Zusatzreaktanz die Gleichungen

$$r_s = r_0 \cdot \varphi(\zeta) = r_0 \cdot \zeta \cdot \frac{\sin^2 2\zeta + \sin 2\zeta}{\cos^2 2\zeta - \cos 2\zeta} \quad (10)$$

$$x_s = x_0 \cdot \varphi'(\zeta) = x_0 \cdot \frac{3}{2 \cdot \zeta} \cdot \frac{\sin^2 2\zeta - \sin 2\zeta}{\cos^2 2\zeta - \cos 2\zeta} \quad (11)$$

wobei bedeutet

- $r_s$  = Echtwiderstand bei Schlupffrequenz  $f_s$ ,
- $x_s$  = Zusatzreaktanz bei  $f_s$ ,
- $r_0$  = Gleichstromwiderstand,
- $x_0$  = Zusatzreaktanz bei  $f_s = 0$ ,
- $\zeta$  = Numerische Stabhöhe =  $a \cdot h$ ,
- $h$  = Stabhöhe in cm,
- $a = \sqrt{f_s/50 \cdot a/b \cdot G/50}$ ,
- $a$  = Stabbreite,
- $b$  = Nutbreite,
- $G$  = Leitfähigkeit (für Kupfer  $G = 50$ ).

Zeichnet man diese Funktionen auf, so findet man, dass sie für Werte von  $\zeta \geq 1,5$  ersetzt werden können durch die einfachen Beziehungen

$$\varphi(\zeta) = \zeta = \alpha \cdot h \quad (12)$$

$$\varphi'(\zeta) = \frac{3}{2 \cdot \zeta} = 1,5 \frac{1}{\alpha \cdot h} \quad (13)$$

Ausserdem sind  $r_0$  und  $x_0$  gegeben durch die Beziehungen

$$r_0 = \frac{1}{500\,000 \cdot a \cdot h} \quad (14)$$

$$x_0 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot l \cdot 1,25 \cdot \frac{h}{3 \cdot b} \cdot 10^{-8} \quad (15)$$

wobei Länge  $l$ , Breite  $a$  bzw.  $b$  und Höhe  $h$  in cm einzusetzen sind.

Bildet man nun das Verhältnis  $x_s/r_s$  für den einfachen Hochstab, so wird

$$\gamma = x_s/r_s = \frac{0,0196 \cdot f \cdot 50}{f_s \cdot G/50}$$

und für Kupfer ( $G = 50$ ) wird

$$\gamma = x_s/r_s = 0,98 \cdot f/f_s = 0,98 \cdot 1/s \quad (17)$$

Das Verhältnis  $\gamma$  ist für den einfachen Hochstab also dem Schlupf  $s$  umgekehrt proportional und für den Anlaufpunkt  $s = 1$  also nahezu gleich 1.

Für  $\gamma = 1$  gehen nun Gl. 7 und 9 über in die Form

$$r'_s = 0,707 \cdot x \quad (18)$$

$$M_{a \max} = 0,605 \frac{U^2}{n_s} \cdot \frac{1}{x} \quad (19)$$

Für  $\gamma = 2$ , wie es z. B. bei einem Keilstab möglich ist, würde sich ein maximales Anzugsmoment von

$$M_{a \max} = 0,35 \cdot \frac{U^2}{n_s} \cdot \frac{1}{x} \quad (20)$$

ergeben.

Da für den Anlauf auch der Anlaufstrom eine wichtige Rolle spielt, soll auch auf den zum maximalen Anzugsmoment gehörigen Anlaufstrom noch eingegangen werden, der durch die Beziehung gegeben ist

$$I_a = \sqrt{\frac{M_{a \max} \cdot n_s}{0,975 \cdot 3 \cdot r'_s}} \quad (21)$$

oder nach Einführung der Formeln für  $M_{a \max}$  und  $r'_s$  für  $\gamma = 1$

$$I_a = 0,54 \cdot \frac{U}{x} \quad (22)$$

und für  $\gamma = 2$

$$I_a = 0,52 \cdot \frac{U}{x} \quad (23)$$

Der Anlaufstrom für das maximale Anzugsmoment ist also von dem Wert für  $\gamma$  weniger abhängig, was vorauszusehen war, da der Kippunkt sich in seiner Lage zum Koordinatenanfangspunkt nur sehr wenig verschiebt.

## 2. Das Anzugsmoment für verschiedene Verdrängungsverhältnisse.

Die zweite Frage, die man sich bei der Berechnung von Stromverdrängungsmotoren vorlegen muss, ist die, welcher Echtwiderstand und welche Zusatzreaktanz notwendig sind, um das verlangte Anzugsmoment beim verlangten Anlaufstrom zu erreichen. Es ist also für verschiedene Verdrängungsverhältnisse  $r_s/r_0$  das Anzugsmoment zu bestimmen. Um hierfür eine Formel zu finden, werden Gl. 3 für das Anzugsmoment zunächst durch  $x^2$  dividiert und folgende Beziehungen eingeführt:

$$r'_s/x'_s = a \quad (24)$$

$$r_1/x = b \quad (25)$$

$$x'_s/x = c = \gamma \cdot a \quad (26)$$

so dass sich für das Anzugsmoment die Formel ergibt

$$M_a = \frac{0,975 \cdot 3 \cdot U^2}{n_s \cdot x} \cdot \frac{a}{(b+a)^2 + (1+\gamma a)^2} \quad (27)$$

Bei Vernachlässigung des primären Widerstandes, also für  $b = 0$  wird

$$M_a = \frac{0,975 \cdot 3 \cdot U^2}{n_s \cdot x} \cdot \frac{a}{a^2(1+\gamma^2) + 2 \cdot \gamma \cdot a + 1} \quad (28)$$

$$\frac{a}{a^2(1+\gamma^2) + 2 \cdot \gamma \cdot a + 1} = z \quad (29)$$

$$M_a = \frac{0,975 \cdot 3 \cdot U^2}{n_s \cdot x} \cdot z \quad (30)$$

In Fig. 2 ist die Funktion  $z$  in Abhängigkeit von  $a$  für  $\gamma = 1$  wiedergegeben. Da aus den Berechnungen als Schleifringläufer bei den meisten Motoren der Wert für die Reaktanz  $x$  bekannt ist oder sich diese Reaktanz aber schnell berechnen lässt, ist an Hand der Gl. 30 sofort der für ein verlangtes Anzugsmoment erforderliche Wert von  $z$  und damit auch für  $a = r'_s/x$  und  $r'_s$  zu ermitteln.

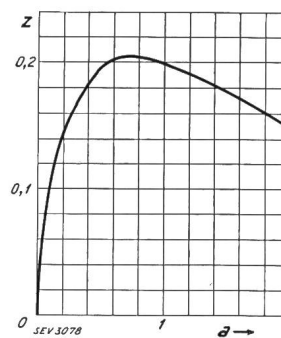


Fig. 2.

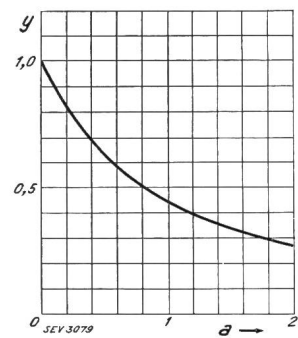


Fig. 3.

Die Kurve  $z = f(a)$  hat ein Maximum bei  $a = 0,707$  entsprechend der Beziehung

$$a = r'_s/x = \sqrt{\frac{1}{1+\gamma^2}}$$

nach Gl. 7 für den Echtwiderstand beim maximalen Anzugsmoment. Für diesen Wert von  $a$  liegt also der Kippunkt des Motors im Anlaufpunkt, und es ist selbstverständlich, dass man nur Werte von  $a \leq 0,7$  wählen wird, da bei grösseren Werten von  $a$  das Anzugsmoment wieder kleiner und der Leistungsfaktor des Motors auch noch schlechter wird.

Der Anlaufstrom wird allgemein

$$I_a = U \sqrt{\frac{z}{r'_s \cdot x}} \quad (31)$$

Führt man für  $z$  noch die Gl. 29 ein, so wird

$$I_a = U \sqrt{\frac{r'_s/x}{r'_s \cdot x [1 + 2\gamma a + a^2 (1 + \gamma^2)]}} \quad (32)$$

$$I_a = \frac{U}{x} \sqrt{\frac{1}{a^2 (1 + \gamma^2) + 2 \cdot \gamma \cdot a + 1}} \quad (33)$$

$$\sqrt{\frac{1}{a^2 (1 + \gamma^2) + 2 \cdot \gamma \cdot a + 1}} = y \quad (34)$$

$$I_a = \frac{U}{x} \cdot y \quad (35)$$

In Fig. 3 ist die Funktion  $y = f(a)$  für  $\gamma = 1$  in Abhängigkeit von  $a$  wiedergegeben. Für  $a = 0,707$  wird  $y = 0,54$  entsprechend Gl. 22 für den Anlaufstrom beim maximalen Anzugsmoment.

Je nachdem von einem verlangten Anzugsmoment oder von einem verlangten Anlaufstrom ausgegangen wird, lässt sich aus den Kurven der Fig. 2 bzw. 3 der Wert  $a$  und damit der erforderliche Echtwiderstand und die zugehörige Zusatzreaktanz bestimmen.

### 3. Wirkungsgrad und maximaler Leistungsfaktor.

Die Betriebseigenschaften können gegenüber den Anlaufverhältnissen nicht vernachlässigt werden, und es ist bei der endgültigen Durchrechnung eine Nachrechnung von Wirkungsgrad und Leistungsfaktor unbedingt erforderlich.

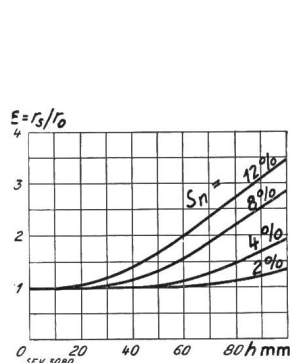


Fig. 4.

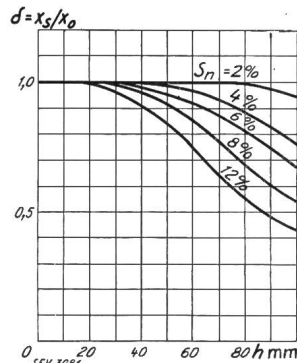


Fig. 5.

Der Wirkungsgrad ist bei denselben Kupfergewichten ungefähr konstant. Die Kupferverluste nehmen bei schlechterem Leistungsfaktor infolge des grösseren Normalstromes etwas zu. Ausserdem ist es möglich, dass besonders bei sehr hohen Stäben die geringe Schlupffrequenz schon eine merkliche Stromverdrängung und Vergrösserung des Echtwiderstandes bewirkt, was bei der Berechnung des Wirkungsgrades unbedingt berücksichtigt werden muss (Fig. 4). Im allgemeinen bietet sonst die Berechnung des Wirkungsgrades von Stromverdrängungsmotoren weiter keine Schwierigkeiten.

Weit wichtiger ist die Veränderung des Leistungsfaktors mit zunehmendem Verdrängungsverhältnis. Sehr oft wird zur Bestimmung des Leistungsfaktors der sogenannte Schmiegunskreis ge-

braucht. Das ist der Ossanna-Kreis mit dem Gleichstromwiderstand  $r_0$  und der Zusatzreaktanz bei  $f_s = 0$ . Dieser Kreis schmiegt sich dem wahren Diagramm genau für den Punkt Schlupf  $s = 0$  an, für Betriebschlupf können je nach Abmessungen des Stabes schon grössere Abweichungen entstehen. Um diese Verdrängung bei Normalschlupf zu berücksichtigen, sind in Fig. 4 und 5 für verschiedene Normalschlupfwerte in Abhängigkeit von der Stabhöhe für einfache Hochstäbe und für eine Netzfrequenz von  $f = 50$  die Verhältnisse  $\varepsilon = r_s/r_0$  und  $\delta = x_s/x_0$  wiedergegeben. Man ersieht aus diesen Figuren, dass bei hohen Stäben auch für Normalschlupfwerte die Verdrängung einen ziemlichen Einfluss auf Echtwiderstand und Zusatzreaktanz haben kann.

Will man diese Verdrängung infolge des Normalschlupfes berücksichtigen, so wird der Durchmesser des dem Normalpunkt entsprechenden Ossanna-Kreises (Fig. 6)

$$d = \frac{U}{x + \delta x'_0} - i_0 \quad (36)$$

wobei  $\delta$  der Faktor zur Berücksichtigung der Verdrängung ist.

Der maximale Leistungsfaktor wird erreicht, wenn der Stromvektor  $I$  zur Tangente an diesen Ossanna-Kreis wird. In Wirklichkeit wird der maximale Leistungsfaktor eher grösser sein, da mit grösserem Schlupf die Verdrängung zunimmt, die Zusatzreaktanz aber abnimmt und damit der Ossanna-Kreis grösser wird. Man erhält nach der hier abzuleitenden Formel eher einen zu kleinen als zu grossen Wert.

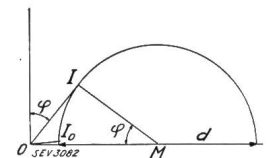


Fig. 6.

Für den so definierten maximalen Leistungsfaktor gilt dann die Beziehung

$$\cos \varphi_{\max} = \frac{IM}{OM} \quad (37)$$

Dabei ist

$$IM = 1/2 \left[ \frac{U}{x + \delta x'_0} - i_0 \right] \quad (38)$$

$$OM = 1/2 \left[ \frac{U}{x + \delta x'_0} + i_0 \right] \quad (39)$$

Und somit wird

$$\cos \varphi_{\max} = \frac{U - i_0 (x + \delta x'_0)}{U + i_0 (x + \delta x'_0)} \quad (40)$$

Beim einfachen Hochstab stehen Zusatzreaktanz bei  $f_s = 0$  und Gleichstromwiderstand in dem konstanten Verhältnis

$$x_0/r_0 = 0,65 \cdot h^2 \quad (h \text{ in cm bei } f = 50) \quad (41)$$

Für hohe Stäbe wird bekanntlich Gl. 10 zu

$$r_s = r_0 \cdot \zeta = r_0 \cdot a \cdot h$$

und für  $\alpha = 1$ , d. h. für  $f = 50$  und  $a = b$  und  $G = 50$

$$r_s/r_0 = h = v \quad (42)$$

wenn mit  $v$  allgemein das Verdrängungsverhältnis  $r_s/r_0$  bei Schlupf  $s = 1$  bezeichnet wird.

Damit wird nun der maximale Leistungsfaktor

$$\cos \varphi_{\max} = \frac{U/i_0 - (x + 0,65 \cdot \delta \cdot v^2 \cdot r_0')}{U/i_0 + (x + 0,65 \cdot \delta \cdot v^2 \cdot r_0')} \quad (43)$$

Aus dieser Formel ersieht man schon, dass der Leistungsfaktor mit grösseren Verdrängungsverhältnissen schnell abnimmt. Ausserdem ist der Leistungsfaktor natürlich noch sehr von dem Verhältnis  $U/i_0$  abhängig, was bereits bekannt ist und aus den Kurven der Fig. 7, die den maximalen Leistungsfaktor in Abhängigkeit vom Verdrängungsverhältnis für verschiedene Verhältnisse  $U/i_0$  wiedergeben, hervorgeht.

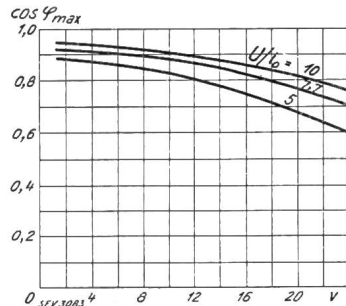


Fig. 7.

#### 4. Kippschlupf und Ueberlastbarkeit.

Die Ueberlastbarkeit von gewöhnlichen Kurzschlussläufern beträgt ungefähr das 2,0- bis 2,5fache des normalen Drehmomentes. Bei Stromverdrängungsmotoren wird die Ueberlastbarkeit im allgemeinen kleiner sein, da die Reaktanz im Betriebszustand grösser ist als die von gewöhnlichen Kurzschlussläufern. Es muss also auch hinsichtlich Ueberlastbarkeit und Kippschlupf — Schlupf beim Kippunkt — eine Durchrechnung des Stromverdrängungsmotors erfolgen.

Es sei zunächst der einfache Kurzschlussläufer betrachtet und von der einfachen Gleichung für das Drehmoment ausgegangen:

$$M_d = \frac{0,975 \cdot 3 \cdot U^2}{n_s} \cdot \frac{r_0' \cdot s}{(s \cdot r_1 + r_0')^2 + (x + x_0')^2 \cdot s^2} \quad (44)$$

Um den Kippschlupf zu erhalten, d. h. den Schlupf zu ermitteln, bei dem der Motor sein höchstes Drehmoment entwickelt, differenzieren wir Gl. 44 nach dem Schlupf  $s$  und setzen den Differentialquotienten gleich null. Dann ergibt sich

$$-r_1^2 \cdot s^2 - s^2 (x + x_0')^2 + r_0'^2 = 0 \quad (45)$$

oder nach dem Schlupf aufgelöst

$$s_k = \sqrt{\frac{1}{r_1^2 + (x + x_0')^2} \cdot r_0'} \quad (46)$$

Vernachlässigt man den primären Widerstand, so wird

$$s_k = \frac{r_0'}{(x + x_0')} \quad (47)$$

Wie bereits erwähnt, tritt das maximale Anzugsmoment dann auf, wenn der Kippunkt des Motors im Anlaufpunkt liegt, also für  $s_k = 1$  oder für den gewöhnlichen Kurzschlussläufer

$$r_0' = x + x_0' \quad (48)$$

Das maximale Drehmoment selbst berechnet sich, wenn man in Gl. 44 die Beziehung nach Gl. 47 einführt, wobei in Gl. 44 auch sofort der primäre Widerstand vernachlässigt wurde. Es ergibt sich dann

$$M_{d\max} = \frac{0,975 \cdot 3 \cdot U^2}{n_s} \cdot \frac{r_0'^2}{(x + x_0') \left[ r_0'^2 + \frac{(x + x_0')^2 \cdot r_0'^2}{(x + x_0')^2} \right]}$$

$$M_{d\max} = \frac{0,975 \cdot 3 \cdot U^2}{2 \cdot n_s} \cdot \frac{1}{(x + x_0')} \quad (49)$$

also eine überaus einfache Formel, die besagt, dass das maximale Drehmoment oder Kippmoment eines gewöhnlichen Kurzschlussläufers vom sekundären Widerstand unabhängig und nur von der primären und sekundären Reaktanz abhängig ist. Je grösser also die Reaktanzen gewählt werden, um so kleiner ist das Kippmoment des Motors, wenn Spannung und synchrone Drehzahl als konstant angenommen werden.

Beim Stromverdrängungsmotor geht man auch von der Gleichung für das Drehmoment unter Vernachlässigung des Ringwiderstandes aus

$$M_d = \frac{0,975 \cdot 3 \cdot U^2}{n_s} \cdot \frac{r_s' \cdot s}{(s \cdot r_1 + r_s')^2 + (x + x_s')^2 \cdot s^2} \quad (50)$$

In dieser Gleichung ist beim Stromverdrängungsmotor sowohl  $r_s'$  als auch  $x_s'$  mit dem Schlupf veränderlich.

Beim einfachen Hochstab lässt sich die Beziehung zwischen Widerstand bzw. Zusatzreaktanz und Schlupf ausdrücken, wenn man von Gl. 10 und 11 ausgeht und für hohe numerische Stabhöhen  $\xi \geq 1,5$  diese Gleichungen durch die Beziehungen ersetzt

$$r_s = r_0 \cdot \varphi(\xi) = r_0 \xi = r_0 \cdot \sqrt{a/b \cdot G/50 \cdot h \cdot \sqrt{s}} \quad (51)$$

oder für  $a = b$  und  $G = 50$

$$r_s/r_0 = h \sqrt{s} \quad (52)$$

Nun ist die Stabhöhe nach Gl. 42 bei einer Netzfrequenz von  $f = 50$  dem Verdrängungsverhältnis  $v$  gleich zu setzen, so dass sich ergibt

$$r_s/r_0 = \sqrt{s} \cdot v \quad (53)$$

Analog ergibt sich für die Zusatzreaktanz

$$x_s/r_0 = x_s/r_s \cdot r_s/r_0 = x_s/r_s \cdot \sqrt{s} \cdot v \quad (54)$$

Nach Gl. 17 war ausserdem

$$x_s/r_s = 0,98 \cdot 1/s \cong 1/s$$

und somit wird

$$x_s/r_0 = \sqrt{1/s} \cdot v \quad (55)$$

Es sei Gl. 50 zunächst durch  $r_0'^2$  dividiert, so dass sich nach Einführung der folgenden Beziehungen

$$r_1/r_0 = p \quad (56)$$

$$x/r_0' = m \quad (57)$$

für das Drehmoment ergibt

$$M_d = \frac{0,975 \cdot 3 \cdot U^2}{n_s \cdot r_0'} \cdot \frac{v \cdot s^{3/2}}{(sp + vs^{1/2})^2 + s^2(m + s^{-1/2}v)^2} \quad (58)$$

$$M_d = \frac{0,975 \cdot 3 \cdot U^2}{n_s \cdot r_0'} \cdot \frac{v \cdot s^{1/2}}{s[p^2 + m^2] + s^{1/2}[2mv + 2pv] + 2v^2} \quad (59)$$

Führt man nun auch hier eine einfache Maxima- und Minima-Rechnung durch, so ergibt sich der Kippschlupf des Stromverdrängungsmotors zu

$$s_k = 2 \frac{v^2}{p^2 + m^2} = 2 \frac{r_1'^2}{r_1^2 + x^2} \quad (60)$$

Soll der Kippunkt im Anlaufpunkt liegen, so wird für  $s_k = 1$

$$r_1' = \sqrt{\frac{r_1^2 + x^2}{2}} \quad (61)$$

was Gl. 6 für  $\gamma = 1$  entspricht.

Unter Vernachlässigung des primären Widerstandes wird der Kippschlupf des Stromverdrängungsmotors mit einfachen Hochstäben

$$s_k = 2 [r_s/x]^2 = 2 (v/m)^2 \quad (62)$$

Das Kippmoment selbst berechnet sich zu

$$M_{d\max} = \frac{0,975 \cdot 3 \cdot U^2}{n_s \cdot r_0'} \cdot \frac{v^2/m\sqrt{2}}{2v^2 + 2 \cdot v^2 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot v^2} \quad (63)$$

$$M_{d\max} = \frac{0,975 \cdot 3 \cdot U^2}{2 \cdot n_s} \cdot \frac{\sqrt{2}}{x(2 + \sqrt{2})} \quad (64)$$

Das Verhältnis von Kippmoment des einfachen Kurzschlussläufers zu dem des Stromverdrängungsmotors wird somit

$$d = \frac{3,41 \cdot x}{2(x + x_0')} = \frac{3,41}{2 + 2 \cdot x_0'/x} \quad (65)$$

Das Verhältnis der beiden Kippmomente wird gleich 1, wenn für gleiches  $x$  wird

$$x_0' = 0,707 \cdot x \quad (66)$$

Das Verhältnis wird kleiner als 1, also das Kippmoment des Stromverdrängungsmotors grösser als das des gewöhnlichen Kurzschlussläufers für  $x$

$$x_0'/x > 0,707$$

Die Formeln für den Kippschlupf und das Kippmoment des Stromverdrängungsmotors waren für einfache Hochstäbe — für andere Stabformen gelten die Formeln auch angenähert — unter der

Voraussetzung  $\zeta \geq 1,5$  abgeleitet worden. Die abgeleiteten Formeln haben also nur so lange Gültigkeit also  $\zeta = a \cdot h \geq 1,5$  oder für  $a = b$  und  $G = 50$  und für  $f = 50$  solange

$$\zeta = \sqrt{\frac{f_s}{50}} \cdot h = \sqrt{s} \cdot h \geq 1,5$$

$$s_k \geq \frac{2,25}{h^2} \quad (67)$$

ist also z. B. für  $h = 1,5$  cm und  $s = 1$  oder für  $h = 3$  cm und  $s_k = 0,25$ . Für kleinere Werte des sich ergebenden Kippschlupfes nähern sich die tatsächlichen Werte für Kippschlupf und Kippmoment denen des gewöhnlichen Kurzschlussläufers.

Die Grenzbedingung  $\zeta \geq 1,5$  und die Beziehung der Gl. 67 erklärt auch die Tatsache, dass beim Stromverdrängungsmotor mit zunehmendem Verdrängungsverhältnis das Kippmoment doch zunächst kleiner wird, während es nach Gl. 64 nur von der Reaktanz  $x$  abhängig sein sollte. Bei kleinen Verdrängungsverhältnissen ist die Formel 64 noch nicht gültig, da noch  $\zeta \geq 1,5$ . Erst bei grösseren Verdrängungsverhältnissen bleibt das Kippmoment des Stromverdrängungsmotors praktisch konstant, während der Kippschlupf sich mit dem Verdrängungsverhältnis nach Gl. 62 angenähert quadratisch ändert.

## 5. Zusammenfassung.

Für die Anlauf- und Betriebseigenschaften von Stromverdrängungsmotoren wurden einfache und übersichtliche Formeln abgeleitet, die auf geringen Vernachlässigungen beruhen. Die Formeln sind dadurch so einfach geworden, dass diese Vernachlässigungen gern in Kauf genommen werden können. Es soll jedoch nun anschliessend untersucht werden, wie sich diese Vernachlässigungen auf das Resultat auswirken.

Bei der Bestimmung des maximalen Anzugsmomentes wurde der Ringwiderstand, der Faktor  $c$  und der primäre Widerstand vernachlässigt. Diese Vernachlässigungen heben sich teilweise wieder auf, da nach Gl. 1 das Drehmoment unter Vernachlässigung des Ringwiderstandes eher zu klein, unter Vernachlässigung von Faktor  $c$  und primären Widerstand eher zu gross berechnet wird. Ausserdem ist bei Schlupf  $s = 1$  der sekundäre Stabwiderstand  $r_s'$  gegenüber dem Ring- und primären Widerstand bedeutend grösser, so dass die gemachten Vernachlässigungen das Resultat nur wenig beeinflussen können.

Dasselbe gilt für den Anlaufstrom beim maximalen Anzugsmoment; auch hier heben sich die Wirkungen der gemachten Vernachlässigungen teilweise wieder auf.

Die Ableitungen der Formeln für das Anzugsmoment und den Anlaufstrom bei beliebigen Verdrängungsverhältnissen haben den Zweck, auf Grund eines verlangten Anzugsmomentes oder Anlaufstromes schnell die ungefähr notwendige Di-

mensionierung des Stabes zu bestimmen. Man wird hier ohnehin nach der sicheren Seite rechnen, d. h. das verlangte Anzugsmoment eher höher ansetzen, um eine gewisse Sicherheit wegen der Einsattelungen im Anlaufdrehmoment als Folge der Nutenfelder usw. zu haben. Ausserdem heben sich auch hier die Wirkungen der gleichen Vernachlässigungen wie bei der Bestimmung des maximalen Anzugsmomentes teilweise auf.

Die Bestimmung des maximalen Leistungsfaktors geschieht nach der sicheren Seite, denn, wie schon oben erwähnt wurde, wird der Ossanna-Kreis bei grösserem Schlupf eher grösser, der Leistungsfaktor also besser. Berücksichtigt man die Verdrängung infolge der geringen Betriebsschlupffrequenz, wie es hier geschehen ist, so ist diese Rechnung genauer, als wenn wie üblich mit dem sogenannten Schmiegunskreis gerechnet wird.

Bei der Bestimmung des Kippschlupfes und des Kippmomentes kommt zu den oben angeführten Vernachlässigungen des Ringwiderstandes, des Faktors  $c$  und des primären Widerstandes noch die Bedingung  $\xi \geq 1,5$  hinzu. Diese Bedingung ist bei

Motoren mit niedrigen Stäben für den Kippunkt nicht immer erfüllt, so dass sich nach den hier abgeleiteten Formeln Abweichungen von den tatsächlichen Werten ergeben können. Dabei ist aber zu bedenken, dass sich nach den abgeleiteten Formeln eher zu kleine als zu grosse Werte für Kippschlupf und Kippmoment ergeben, so dass auch hier nach der sicheren Seite gerechnet wird.

Wenn die Einflüsse der gemachten Vernachlässigungen sich gegenseitig auch nicht ganz aufheben, also kleine Fehler verursachen, so sind die entstehenden Fehler doch so gering, besonders im Hinblick auf diese einfachen und übersichtlichen Formeln, dass eine Berechnung der erforderlichen Grössen nach diesen Formen doch nur sehr arbeitssparend ist, selbst dann, wenn eine genaue Durchrechnung mit den endgültig gewählten Abmessungen in schwierigen Fällen noch nachträglich durchzuführen ist. Besonders kann anhand dieser Formeln schnell die zur Erfüllung der gestellten Bedingungen notwendige Dimensionierung festgelegt werden, so dass ein zeitraubendes Probieren nicht mehr in Frage kommt.

## Wirtschaftliche Mitteilungen. — Communications de nature économique.

### Energiewirtschaft der Schweizerischen Bundesbahnen (SBB) und Fortschritte der Elektrifizierung im Jahre 1932. 31 (494: 625.1 (494))

Wir entnehmen den vier Quartalsberichten der Generaldirektion der SBB pro 1932 folgendes<sup>1)</sup>:

#### 1. Allgemeines.

a) Der Energiebezug von der Nordostschweizerischen Kraftwerken erfolgt seit 1. Januar 1932 mittels der im Unterwerk Seebach aufgestellten Umformergruppe von 6000 kW.

b) Mit der Schweizerischen Kraftübertragungs-A.-G. in Bern und der Motor-Columbus A.-G. in Baden wurde am 15. April 1932 ein Vertrag betreffend den Umbau des Dreiphasenstranges auf der von der SBB und der SK erstellten Gemeinschaftsleitung Amsteg—Immensee von 80 kV auf 150 kV Betriebsspannung, sowie den Transport von Energie auf dieser Leitung und auf der von der MC zwischen dem Kraftwerk Monte-Piottino in Lavorgo und Amsteg und eventuell später zwischen Amsteg und Immensee zu erstellenden Leitung abgeschlossen<sup>2)</sup>.

c) Mit der Emmentalbahn wurde am 22. Juli 1932 ein Vertrag betreffend die Erstellung und den Betrieb einer 20-kV-Speiseleitung auf dem Gestänge der Fahrleitung der Linie Burgdorf—Langnau abgeschlossen.

d) Der Verwaltungsrat stimmte einem Bericht zu über die Sicherstellung der Energieversorgung und die Erhöhung des Ausnutzungsgrades der Wasserkraftwerke durch Bezug von Aushilfsenergie und genehmigte den mit den Bernischen Kraftwerken in Bern, den Nordostschweizerischen Kraftwerken in Baden und dem Elektrizitätswerk Olten-Aarburg in Olten abgeschlossenen Vertrag vom 20. August 1932 betreffend die Lieferung von elektrischer Energie.

e) Mit den Bernischen Kraftwerken in Bern sowie der Emmentalbahn in Burgdorf, der Burgdorf—Thun-Bahn in Burgdorf und der Solothurn—Münster-Bahn in Solothurn wurde am 21. September 1932 ein Vertrag betreffend den Transit von Bahnenergie von Mühleberg nach Burgdorf und die Speisung der genannten Bahnen abgeschlossen.

<sup>1)</sup> Siehe pro 1931 Bull. SEV 1932, Nr. 7, S. 168.

<sup>2)</sup> Siehe Beschreibung der Gotthardleitung im Bull. SEV 1932, Nr. 25, S. 672.

f) Der mit der S. A. l'Energie de l'Ouest-Suisse in Lausanne abgeschlossene Vertrag aus dem Jahre 1925, mit Nachtrag aus dem Jahre 1929 betreffend die Lieferung von Uebererschussenergie aus dem Kraftwerk Vernayaz, wurde um ein Jahr, d. h. bis zum 1. April 1934 verlängert.

#### 2. Energiewirtschaft.

(Siehe Tabelle I, S. 132.)

#### 3. Kraftwerke.

**Kraftwerk Ritom.** Der Ritomsee war bis Ende März 1932 um rund 29 m abgesenkt, so dass er noch einen Nutzinhalt von  $2,3 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup>, gegenüber  $5 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup> im Vorjahre und  $7,5 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup> im Jahre 1930 aufwies. Die starke Absenkung ist auf den trockenen Winter 1931/32 zurückzuführen. Ende April erreichte er bei rund  $1 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup> Nutzinhalt seinen tiefsten Stand und anfangs August seinen vollen Stauinhalt von  $27 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup>. Mit der Absenkung wurde erst gegen Ende Dezember begonnen. Ende 1932 hatte der See noch  $25,6 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup> nutzbaren Inhalt.

Der wasserseitige Verputz der Staumauer wurde teilweise erneuert. Gleichzeitig wurden Zementinjektionen vorgenommen, um die in der Mauer vorhandenen Hohlräume auszufüllen und um Wasserdurchsickerungen im Schieberschacht zu beheben.

**Kraftwerk Amsteg.** An drei Einphasengeneratoren wurden die Fundamentkerne verlängert und Injektionen in die Betonfundamente vorgenommen, wodurch Vibrationserscheinungen behoben werden konnten.

**Kraftwerk Barberine.** Die zur Ausnützung verfügbare Wassermenge im Barberinesee betrug bei einer Absenkung von rund 29 m Ende März noch  $7,1 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup>; auch hier ist im Winter 1931/32 ein bedeutend grösserer Wasserverbrauch zu verzeichnen als im Vorjahr. Der minimale Wasserstand trat bei einer Absenkung von 39 m und einem Nutzinhalt von  $2,1 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup> Ende April ein; der See erreichte anfangs September seinen vollen Stauinhalt von  $39 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup>. Mit der Absenkung wurde Mitte November begonnen. Ende Jahr betrug die zur Verfügung stehende Wassermenge noch  $29,6 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup>.

Im Mai wurden die Arbeiten für die Steinverkleidung der Wasserseite der Staumauer wieder aufgenommen. Am 10. August wurden die Arbeiten wegen steigendem Wasserspiegel eingestellt. Es sind nun rund 2500 m<sup>2</sup> verkleidet.