

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 27 (1936)
Heft: 3

Artikel: Le calcul mécanique des lignes aériennes [suite et fin]
Autor: Maurer, E.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1057481>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.01.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

BULLETIN

RÉDACTION:
Secrétariat général de l'Association Suisse des Electriciens
et de l'Union des Centrales Suisses d'électricité, Zurich 8

EDITEUR ET ADMINISTRATION:
S. A. Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei, Zurich 4
Stauffacherquai 36/40

Reproduction interdite sans l'assentiment de la rédaction et sans indication des sources

XXVII^e Année

N^o 3

Vendredi, 7 Février 1936

Le calcul mécanique des lignes aériennes.

Par E. Maurer, Innertkirchen.

651.315.056

(Suite de la page 46 et fin.)

4^o Grandes portées.

Comme on l'a dit au chapitre 3, les calculs d'après la méthode approximative sont insuffisants lorsque la portée dépasse 500 m. Il est donc nécessaire d'effectuer les calculs d'après les équations de la chaînette. Ainsi, pour une portée de 800 m avec appuis au même niveau, la flèche est déjà si considérable que l'effort aux points d'appui ne peut plus être considéré comme étant égal à l'effort au point le plus bas de la courbe. Ce dernier effort est sensiblement plus faible que l'effort de tension maximum admissible et doit être calculé d'après celui-ci.

Pour la condition 0° C charge de neige, on connaît la distance horizontale et la distance verticale des points d'appui, le poids spécifique virtuel du conducteur et la tension au point d'appui supérieur. Le paramètre de la courbe n'est pas connu et doit être tout d'abord déterminé.

On sait que la tension à un certain point de la chaînette est proportionnelle à l'ordonnée de ce point (développement, voir annexe I, équation 10^{*}). On a donc

$$p_n = \gamma \cdot y_n \quad \text{ou} \quad y_n = \frac{p_n}{\gamma} \quad (14)$$

Au point d'appui supérieur, p_2 doit être égal à l'effort maximum choisi p_z (égal ou plus faible que l'effort maximum prescrit par l'Ordonnance). Au point d'appui inférieur, la tension est donc $p_1 = p_2 - \gamma \cdot h$. On admet que les deux points d'appui A et B sont connus, ainsi que leur distance horizontale a , leur dénivèlement h , l'angle d'inclinaison ψ de la droite AB sur l'horizontale.

On a alors la relation ⁶⁾:

$$y_0 = \frac{1}{2} \cdot (y_1 + y_2) \cos \psi = c \cdot \mathcal{C}_{03} \left(\frac{a}{2c} \right) \quad (15)$$

Le membre de droite de cette équation représente l'ordonnée du point d'appui d'une chaînette de

même paramètre et de même portée que celle à étudier, mais avec points d'appui au même niveau. A l'aide de l'équation (15), on peut calculer l'inconnue c , mais ce n'est pas très simple, car cette inconnue figure non seulement comme facteur, mais également dans le \mathcal{C}_{03} . On doit recourir au développement des termes en série:

$$y_0 = c + \frac{x^2}{2c} + \frac{x^4}{24 c^3} + \dots \quad \text{ou}$$

$$c \cdot y_0 = c^2 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24 c^2} + \dots \quad \text{où} \quad x = \frac{a}{2} \quad (16)$$

L'équation est à la quatrième puissance en c et ne peut se résoudre qu'en introduisant différentes valeurs de c , jusqu'à ce que le résultat soit obtenu. En supprimant le terme de quatrième puissance en x , on obtient la formule approchée:

$$c = \frac{1}{2} \cdot \left[y_0 + \sqrt{y_0^2 - \frac{a^2}{2}} \right] \quad (16a)$$

Cette formule permet de calculer c avec une précision de quelques %; la valeur exacte de c est un peu plus faible. On calcule donc la valeur approchée selon l'équation (16a), puis on introduit des valeurs légèrement inférieures dans l'équation (16) jusqu'à ce que l'on obtienne la solution. Les puissances peuvent être tirées d'une table des puissances (par exemple dans Hütte, tome I).

Les exemples suivants illustrent ce calcul.

Troisième exemple.

Un câble en cuivre dur d'une section de 67,5 mm² doit être tendu entre deux points d'appui au même niveau sur une portée de 800 m, de façon que l'effort de tension maximum pour 2 kg/m de neige ne dépasse pas la valeur maximum de 2700 kg/cm² prescrite par l'Ordonnance.

On pose donc:

$$a = 800 \text{ m}$$

$$p_z = 2700 \text{ kg/cm}^2$$

$$\gamma = 0,0089 + \frac{0,02}{0,675} = 0,0385 = 38,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$$

⁶⁾ Développement, voir ETZ 1932, p. 28 et 29.

Les ordonnées des points d'appui sont alors :

$$y_1 = y_2 = \frac{p}{\gamma} = \frac{2700}{38,5 \cdot 10^{-3}} = 70130 \text{ cm} = 701,3 \text{ m}$$

$$y_0 = \frac{1}{2}(y_1 + y_2) = y_1$$

Valeur approchée de $c = \frac{1}{2}(701,3 + \sqrt{701,3^2 - \frac{800^2}{2}}) = 557,7 \text{ m}$

Valeur approchée de la flèche $= y_0 - c = 701,3 - 557,7 = 143,6 \text{ m}$. On choisit pour c une valeur plus faible, p. ex. 549,1 m que l'on introduit dans l'équation (16). On a :

$$1. \quad x = 400$$

$$\frac{x^2}{2} = \frac{16 \cdot 10^4}{2} = 80000$$

$$c^2 = 301511$$

$$\frac{x^4}{24 c^2} = \frac{256 \cdot 10}{24 \cdot 301511} = \frac{3529}{385040}$$

$$2. \quad c \cdot \gamma_0 = 549,1 \cdot 701,3 = 385080$$

La concordance entre 1° et 2° montre que la valeur choisie pour c est correcte. On trouve alors pour la flèche :

$$f = y_0 - c = 701,3 - 549,1 = 152,2 \text{ m}.$$

Cette valeur correspond très bien avec la valeur de 152,26 m obtenue par la fonction hyperbolique et la table des logarithmes.

La longueur de l'arc est, selon l'équation (9*) de l'annexe I :

$$l = 2 \cdot \sqrt{y_1^2 - c^2} = 2 \cdot 436,5 = 873 \text{ m}$$

La tension horizontale est

$$p = c \cdot \gamma = 54910 \cdot 38,5 \cdot 10^{-3} = 2110 \text{ kg/cm}^2,$$

donc sensiblement plus faible que p_2 , c'est-à-dire que l'effort maximum réel exercé sur le câble serait d'environ 600 kg/cm² = 22% plus grand que la valeur admissible, si l'on n'avait calculé qu'avec des valeurs approchées ($p_2 = p$).

Quatrième exemple.

Un câble de bronze d'une section de 62 mm² doit être tendu entre deux points d'appui distants de 900 m et présentant une dénivellation de 120 m, de façon que la tension maximum au point d'appui supérieur sous 2 kg/m de neige atteigne au maximum le 77% de la valeur prescrite par l'Ordonnance (4300 kg/cm²).

On pose donc :

$$a = 900 \text{ m} \quad \cos \psi = 0,991 \quad \psi = 7^\circ 40'$$

$$h = 120 \text{ m}$$

$$p_2 = 77\% \text{ de } 4300 = 3300 \text{ kg/cm}^2 = p_2$$

$$\gamma = 0,087 + \frac{0,02}{0,62} = 0,041 = 41 \cdot 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$$

L'ordonnée au point d'appui supérieur est

$$y_2 = \frac{p_2}{\gamma} = \frac{3300}{41 \cdot 10^{-3}} = 80500 \text{ cm} = 805 \text{ m}$$

L'ordonnée au point d'appui inférieur est

$$y_1 = y_2 - 120 = 685 \text{ m}$$

$$y_0 = \frac{1}{2}(y_1 + y_2) \cos \psi = 745 \cdot 0,991 = 738,5 \text{ m}$$

Valeur approchée de $c =$

$$\frac{1}{2} \left(738,5 + \sqrt{738,5^2 - \frac{900^2}{2}} \right) = 556,75 \text{ m}$$

On choisit $c = 541 \text{ m}$ et on introduit cette valeur dans l'équation (16) :

$$1. \quad x = 450$$

$$\frac{x^2}{2} = \frac{20,25}{2} \cdot 10^4 = 101250$$

$$c^2 = 292681$$

$$\frac{x^4}{24 c^2} = \frac{410,07 \cdot 10^8}{24 \cdot 292681} = \frac{5837}{399768}$$

$$2. \quad c \cdot \gamma_0 = 541 \cdot 738,5 = 399730$$

$$f = (y_0 - c) \frac{1}{\cos \psi} = (738,5 - 541) \frac{1}{0,991} = 199,3 \text{ m}$$

Différence de niveau entre le point le plus bas de la courbe et le point d'appui inférieur :

$$y' = y_1 - c = 685 - 541 = 144 \text{ m}$$

Longueur de l'arc :

$$l = \sqrt{y_1^2 - c^2} + \sqrt{y_2^2 - c^2} = \sqrt{685^2 - 541^2} + \sqrt{805^2 - 541^2}$$

$$l = 596,11 + 420,17 \sim 1016 \text{ m}$$

L'effort au point le plus bas $p = c \cdot \gamma = 54100 \cdot 41 \cdot 10^{-3} = 2220 \text{ kg/cm}^2$, n'atteint donc que les $\frac{2}{3}$ de la tension maximum réelle.

Pour les portées de 500 m et moins, c peut se calculer avec une approximation suffisante à l'aide de la formule approchée (16a). Pour le calcul de l'angle que forme la tangente à la chaînette avec l'axe des abscisses, la simple relation suivante est valable pour la chaînette :

$$\cos \tau = \frac{c}{y} \quad (17)$$

Les efforts de tension au point le plus élevé n'offrent généralement un intérêt que dans les cas où la tension a une valeur maximum et sont fixées par l'Ordonnance; donc pour 0° C et 2 kg/m de neige. Pour les calculs des autres conditions (différentes températures sans charge supplémentaire), on a déjà comme résultat l'effort p au point le plus bas déterminant le paramètre. La flèche se calcule directement d'après l'équation

$$f = \left(\frac{\gamma \cdot a^2}{8 p} + \frac{\gamma^3 a^4}{384 \cdot p^3} \right) \frac{1}{\cos \psi} \quad (8a)$$

identique à l'équation (8) lorsque la portée est horizontale ($\cos \psi = 1$).

Pour trouver les distances au sol ou aux croisements, on doit déterminer, comme dans le cas des petites portées, le point le plus bas de la courbe, resp. les coordonnées x et y des points d'appui. Le procédé approximatif indiqué au chapitre 3 n'est cependant pas suffisamment exact quand il s'agit de grandes portées. Il faut utiliser dans ce cas les équations suivantes, établies par le développement en série des termes des formules de la chaînette ⁷⁾.

On suppose que les données suivantes sont connues: La distance horizontale a et la dénivellation h des points d'appui, l'effort horizontal p et le poids spécifique γ du conducteur.

⁷⁾ Développement, voir annexe I, équation (13*).

On détermine tout d'abord le paramètre de la courbe $c = \frac{p}{\gamma}$; les équations deviennent:

$$a) x_1 - x_2 = a$$

$$b) h = \frac{a}{2c} \cdot (x_1 + x_2) \cdot \left[1 + \frac{x_1^2 + x_2^2}{12c^2} \right] \quad (18)$$

On peut remplacer $x_1^2 + x_2^2$ par les valeurs approchées $x_1'^2$ et $x_2'^2$ calculées d'après les équations (11) et (12), ce qui simplifie beaucoup les calculs. A l'aide des deux équations (18a) et (18b), on obtient les abscisses x_1 et x_2 des points d'appui. Les ordonnées se calculent d'après l'équation

$$y = c + \frac{x^2}{2c} + \frac{x^4}{24c^3} \quad (6a)$$

ou, en déplaçant l'axe des abscisses au point le plus bas de la courbe,

$$y' = \frac{x^2}{2c} + \frac{x^4}{24c^3} \quad (6b)$$

Pour contrôler l'expression dans la grande parenthèse, on peut comparer la somme $x_1^2 + x_2^2$ avec la somme $x_1'^2 + x_2'^2$.

5° Cas spéciaux de lignes aériennes.

a) Lignes ordinaires.

On entend par lignes ordinaires les lignes aériennes dont les portées jusqu'à 50 m sont presque identiques. L'Ordonnance⁹⁾ renferme pour ces lignes un tableau des flèches, selon lequel les flèches doivent être réglées (tableau II). Un calcul des flèches est donc superflu.

b) Lignes à grandes portées avec isolateurs rigides.

Il s'agit de toutes les lignes à points d'appui fixes, c'est-à-dire à isolateurs rigides (supports et chaînes d'arrêt), avec portées supérieures à 50 m. Le calcul de la flèche se fait selon les règles mentionnées aux chapitres précédents. Certaines portées de plus de 50 m dans le tracé de lignes ordinaires, ainsi que les portées équilibrées dans les lignes à isolateurs de suspension, sont traitées de la même manière.

c) Lignes à grandes portées avec isolateurs de suspension.

Les lignes à isolateurs de suspension présentent la propriété remarquable que les points de suspension des conducteurs ne sont plus rigides, mais peuvent se déplacer dans le sens de la ligne en cas de modification des conditions sous l'action des tensions différentes de deux portées adjacentes. Du fait de ces déviations (inclinaison des isolateurs), les tensions des portées adjacentes se modifient.

⁸⁾ Dans l'ancienne étude de Jobin, cette formule [équation (20)] renfermait une erreur d'impression, du fait qu'au lieu du chiffre 12 au dénominateur du second terme de la grande parenthèse se trouvait le chiffre 24.

⁹⁾ Art. 88.

On a constaté qu'en service normal (avec ou sans charge de neige uniformément répartie) avec chaînes d'isolateurs suffisamment longues, ces déviations sont très faibles et dépassent rarement 20 à 30 cm. Le couple créé par la composante verticale de la tension du conducteur avec cette déviation comme bras de levier peut donc être négligé dans la plupart des cas. Ces déviations des isolateurs équilibrent les tensions horizontales des conducteurs jusqu'à de très faibles différences. Pour toutes les portées entre deux points d'arrêt, p a donc la même valeur et les courbes des conducteurs de toutes les portées appartiennent à la même chaînette.

Pour les différentes conditions, les composantes horizontales des tensions dans les lignes à isolateurs de suspension ne doivent donc pas être calculées pour chaque portée séparément, mais bien pour toutes les portées entre deux points d'arrêt, en remplaçant a par la portée servant de base aux calculs a^* dans l'équation (1).

Si l'on désigne par

p_0 l'effort horizontal du conducteur en kg/cm² aux conditions de pose,

p^* la tension horizontale équilibrée aux conditions finales on obtient p^* à l'aide des équations¹⁰⁾:

a) Pour lignes à isolateurs de suspension et points d'appui au même niveau (portées horizontales):

$$p^{*3} + p^{*2} \left[\frac{\gamma_0^2 a^{*2} \cdot E}{24 \cdot p_0^2} + (t - t_0) \alpha E - p_0 \right] = \frac{\gamma^2 a^{*2} E}{24} \quad (19)$$

La valeur de la portée a^* est donnée par

$$a^{*2} = \frac{\sum_1^n a^3}{\sum_1^n a} \quad (20)$$

où n est le nombre des portées entre deux points d'arrêt.

b) Pour lignes à isolateurs de suspension et points d'appui à des niveaux différents (portées inclinées):

$$u \cdot p^{*3} + p^{*2} \left[\frac{\gamma_0^2 a^{*2} E}{24 p_0^2} + (t - t_0) \alpha E - u \cdot p_0 \right] = \frac{\gamma^2 \cdot a^{*2} \cdot E}{24} \quad (21)$$

$$a^{*2} = \frac{\sum_1^n a^3 \cos \psi}{\sum_1^n a}; u = \frac{\sum_1^n a \left(1 + \frac{h^2}{2a^2} \right)}{\sum_1^n a} \quad (22)$$

Pour calculer la composante horizontale p de l'effort de tension maximum p_z , selon l'équation (3), on doit introduire pour a et h les valeurs de la portée présentant la plus grande ordonnée y'_2 du point d'appui supérieur. Il s'agit généralement de la portée dont l'angle d'inclinaison ψ est le plus grand.

¹⁰⁾ Développement, voir annexe I, équations (19*) à (26*).

Flèches normales des conducteurs des lignes ordinaires (Ordonnance art. 88 chiffre 3), tensions et efforts.

Tableau II.

Conducteur		Flèche, en cm, des conducteurs pour portées de m							Température °C (régime de la ligne)	Tension du conducteur à 10° C		Contraintes dans les portées de	
Dia- mètre mm	Section mm ²	20	25	30	35	40	45	50		kg	kg/mm ²	50 m à 0° C avec surcharge kg/mm ²	20 m à - 25° C kg/mm ²
Fil de cuivre demi-dur													
4	12,6	10	17	25	36	49	63	80	0°	40	3,2	28,0 ¹⁾	9,0
		14	22	32	43	56	71	88	+ 10°				
		19	27	38	50	63	78	95	+ 20°				
		45	64	84	107	131	158	187	0° S				
4,5	15,9	10	17	25	36	49	63	80	0°	51	3,2	24,9 ²⁾	9,0
		14	22	32	43	56	71	88	+ 10°				
		19	27	38	50	63	78	95	+ 20°				
		41	58	76	95	118	143	170	0° S				
5	19,6	10	16	24	34	46	60	75	0°	65	3,3	22,6	9,2
		14	21	30	41	54	68	84	+ 10°				
		18	26	36	48	61	75	91	+ 20°				
		37	52	69	87	107	130	154	0° S				
6	28,3	9	15	23	32	43	56	70	0°	100	3,5	18,7	9,6
		13	20	29	39	51	64	79	+ 10°				
		17	25	35	46	59	72	87	+ 20°				
		32	45	59	75	93	112	133	0° S				
7	38,5	9	14	21	30	40	52	65	0°	145	3,8	16,1	10,0
		12	19	27	36	47	60	74	+ 10°				
		16	24	33	43	55	68	82	+ 20°				
		28	40	53	67	83	100	119	0° S				
8	50	8	13	19	27	37	48	61	0°	200	4,0	14,3	10,3
		11	17	25	34	45	57	70	+ 10°				
		15	23	32	42	52	64	78	+ 20°				
		25	35	47	60	75	90	107	0° S				
Câble de cuivre													
9,1	50	8	13	19	27	37	48	61	0°	200	4,0	13,7	9,8
		11	17	25	34	45	57	70	+ 10°				
		15	23	32	41	52	64	78	+ 20°				
		26	37	49	63	78	94	111	0° S				
9,6	70	8	13	19	27	37	48	61	0°	280	4,0	11,5	9,8
		11	17	25	34	45	57	70	+ 10°				
		15	23	32	41	52	64	78	+ 20°				
		23	33	44	56	70	85	101	0° S				
Câble d'aluminium pur													
6,4	25	6	10	14	20	28	37	48	0°	35	1,4	13,6 p. 40 m	5,5
		10	16	22	30	39	50	62	+ 10°				
		17	24	32	41	51	62	74	+ 20°				
		45	62	81	101	122	144	167	0° S				
8,1	40	6	10	14	20	28	37	48	0°	56	1,4	11,5 maximum admiss.	5,5
		10	16	22	30	39	50	62	+ 10°				
		17	24	32	41	51	62	74	+ 20°				
		37	52	68	85	103	123	144	0° S				
10,8	70	5	9	13	18	24	31	40	0°	112	1,6	8,4	5,8
		9	14	20	26	34	44	54	+ 10°				
		15	21	28	37	46	56	67	+ 20°				
		29	41	54	68	83	99	116	0° S				
13	100	5	9	13	18	24	31	40	0°	160	1,6	6,9	5,8
		9	14	20	26	34	44	54	+ 10°				
		15	21	28	37	46	56	67	+ 20°				
		24	34	46	59	73	88	103	0° S				

¹⁾ 25,7 pour portée de 40 m et 22,5 pour portée de 30 m.

²⁾ 22,9 pour portée de 40 m.

Remarque: Les données de la colonne des températures s'entendent sans charge supplémentaire, sauf là où il est indiqué «0° S», ce qui signifie 0° C avec charge supplémentaire selon l'art. 88, chiffre 1 b) de l'Ordonnance. Ces dernières conditions déterminent la hauteur minimum du conducteur au-dessus du sol et la distance verticale minimum par rapport aux autres conducteurs des croisements, selon les art. 13 et 30 de l'Ordonnance sur les parallélismes et croisements.

Les valeurs de la flèche indiquées dans le tableau précédent doivent être considérées comme des valeurs minima, selon le commentaire à l'art. 88 de l'Ordonnance. Lorsque l'on choisit, en raison d'une plus grande sécurité, une plus faible valeur pour les efforts de tension maxima que celles indiquées dans le tableau, le calcul de la flèche doit se faire selon les règles indiquées aux chapitres précédents.

6° Calcul des efforts exercés par les conducteurs sur les supports.

Ces efforts déterminent le calcul des supports. On peut les considérer comme des composantes dans trois directions.

a) Efforts dans le sens de la ligne.

Il s'agit des efforts de tension horizontaux, dont le calcul a été indiqué aux chapitres précédents.

b) Efforts perpendiculaires au sens de la ligne.

Il s'agit surtout de l'action du vent sur les conducteurs et en outre de l'effort résultant pour les supports d'angle. On admet en général que l'effort dû au vent s'exerce horizontalement. Si l'effort dû au vent sur les conducteurs d'une portée est connu, l'effort correspondant exercé sur chacun des deux supports sera dans ce cas égal à la moitié de la pression du vent sur tous les conducteurs.

On calcule l'effort résultant pour les supports d'angle en partant de l'effort horizontal dû aux conducteurs et de l'angle de déviation, selon la figure 6; il atteint:

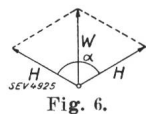


Fig. 6.

$$W = 2H \cdot \cos \frac{\alpha}{2}.$$

c) Efforts dans le sens vertical.

Il s'agit de l'effort dû au poids des conducteurs sur les supports. Au point le plus bas de la courbe, les efforts transmis sont seulement horizontaux, de sorte que l'effort qui intéresse chaque support est celui dû au poids des conducteurs entre le point d'appui et le point le plus bas de la courbe. Lorsque le point le plus bas se trouve en dehors de la portée, le point d'appui supérieur est affecté d'une charge verticale aussi grande que si la portion fictive de la courbe entre le point d'appui inférieur et le point le plus bas existait réellement. Pour le point d'appui inférieur, on a alors une composante verticale correspondant à ce tronçon fictif, mais agissant de bas en haut.

Il peut arriver que les efforts verticaux dûs aux deux portées s'exercent de bas en haut sur un support, ce qui soulève la chaîne d'isolateurs. Si cette résultante n'est pas très considérable, elle peut être généralement compensée par un contrepoids fixé à l'attache du conducteur. Ce contrepoids doit toujours être plus grand que la composante verticale maximum s'exerçant de bas en haut. Si cette composante est considérable, la ligne doit être équilibrée à ce support ou, lorsque la composante verticale est toujours dirigée vers le haut dans toutes les conditions, la chaîne d'isolateurs peut être dis-

posée en sens inverse, c'est-à-dire accrochée au bras de support au-dessous de la fixation du conducteur. Il est toutefois préférable de prévoir un équilibrage.

La détermination des efforts verticaux n'exigeant pas une aussi grande précision que le calcul des flèches, on peut utiliser généralement les simples formules approchées suivantes (figure 7):

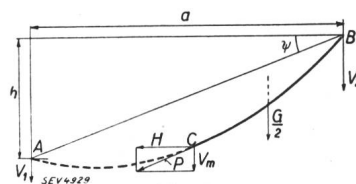


Fig. 7.

En supposant que le conducteur d'une portée soit coupé au point de contact C de la tangente menée parallèlement à la droite reliant les points d'appui, et en appliquant à cet endroit la tension P, l'effort vertical au point d'appui supérieur B est égal au poids du tronçon BC, augmenté de la composante verticale de la tension P en kg. On admet que l'effort horizontal correspondant est $H = p \cdot q$ (en kg), où q est la section du conducteur. Le tronçon BC est approximativement la moitié de l'arc AB. On a alors:

$$V_2 = \frac{G}{2} + V_m = \frac{G}{2} + H \cdot \operatorname{tg} \psi = \frac{G}{2} + H \cdot \frac{h}{a} \quad (23)$$

$$V_1 = \frac{G}{2} - H \cdot \frac{h}{a}$$

où G est le poids du conducteur entre A et B. Pour les petites portées, on peut admettre que l'arc AB a la même longueur que la droite AB. En désignant par g le poids du conducteur (sans ou avec charge supplémentaire) par unité de longueur, on a:

$$V_2 = \frac{g \cdot a}{2} + H \cdot \frac{h}{a} \quad (24)$$

$$V_1 = \frac{g \cdot a}{2} - H \cdot \frac{h}{a}$$

Les valeurs négatives de V correspondent à un effort dirigé de bas en haut. L'équation (23), resp. (24), donne des résultats suffisamment exacts pour les portées jusqu'à 400 m et des angles d'inclinaison jusqu'à 30° ($\cos \psi = 0,86$). A l'aide de la méthode suivante, on obtient des valeurs plus précises pour les efforts verticaux, et également un bon contrôle des tensions exercées par les conducteurs aux deux points d'appui.

On sait que la différence des tensions d'un conducteur à deux points donnés de la chaînette est égale à la différence des ordonnées de ces points, multipliée par le poids spécifique (virtuel) du conducteur.

Connaissant a , h , p et γ , on peut calculer la flèche f . Selon la figure 8, on a: $p_m = \frac{p}{\cos \psi}$, où p

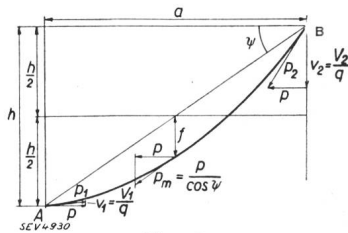


Fig. 8.

est l'effort horizontal de tension. Les efforts aux points d'appui sont alors:

$$p_2 = \frac{p}{\cos \psi} + \gamma \cdot \left(f + \frac{h}{2} \right) \quad (25)$$

$$p_1 = \frac{p}{\cos \psi} + \gamma \cdot \left(f - \frac{h}{2} \right)$$

On en déduit des efforts verticaux pour la section q du conducteur:

$$V_2 = q \cdot \sqrt{p_2^2 - p^2} \quad (26)$$

$$V_1 = q \cdot (\pm \sqrt{p_1^2 - p^2})$$

Les tensions étant toujours positives, on ne sait pas s'il faut résoudre positivement ou négativement la racine carrée, tandis que dans les équations (23) et (24) le signe de la composante verticale est bien défini.

Quand il s'agit de déterminer exactement les efforts pour les grandes portées de plus de 500 m, on calcule tout d'abord les ordonnées des points A et B, comme indiqué au chapitre 4. Si ces ordonnées y_1 et y_2 sont rapportées au point zéro de la chaînette, resp. y'_1 et y'_2 au point le plus bas de la chaînette, on calcule les efforts à l'aide des équations suivantes, où p est la composante horizontale de la tension:

$$p_2 = \gamma \cdot y_2 = p + \gamma \cdot y'_2 \quad (27)$$

$$p_1 = \gamma \cdot y_1 = p + \gamma \cdot y'_1$$

Ces équations sont identiques à l'équation (14).

7° Conducteurs en deux métaux.

On utilise souvent des câbles composés de plusieurs fils en métal à forte résistance à la traction, autour desquels sont groupés les conducteurs proprement-dits en métal bon conducteur, mais moins résistant à la traction. La combinaison la plus connue est celle de l'acier et de l'aluminium.

On pourrait calculer la résistance et la tension en admettant que le métal le plus résistant soit seul porteur et que le plus conducteur ne constitue qu'une charge supplémentaire. Ce procédé donne des lignes

très sûres, mais présentant des flèches si grandes, quand la section du métal porteur est faible, que ces lignes ne sont pas économiques.

Il est plus correct d'admettre que les deux métaux coopèrent à la résistance du câble, comme l'autorise d'ailleurs l'Ordonnance dans certaines conditions (art. 89). On considère le câble dans son ensemble et les calculs se font comme pour un câble homogène. Les constantes physiques du câble complet (poids spécifique, module d'élasticité et coefficient de dilatation linéaire) différent de celles des composants, mais se calculent à l'aide de celles-ci.

En désignant par

q_1 la section totale des fils d'un métal,
 q_2 » » » » de l'autre métal,
 q » » » du câble complet,
 P_1 la part de l'effort afférent aux fils q_1 ,
 P_2 » » » » » » » q_2 ,
 P la tension totale du câble,
 E_1 le module d'élasticité des fils q_1 ,
 E_2 » » » » » q_2 ,
 E_s » » » du câble complet,

on obtient les relations suivantes¹¹⁾, en considérant qu'au moment de la pose du câble les deux métaux subissent le même allongement:

$$P_1 = \left(\frac{q_1 \cdot E_1}{q_1 \cdot E_1 + q_2 \cdot E_2} \right) \cdot P \quad (28)$$

$$P_2 = \left(\frac{q_2 \cdot E_2}{q_1 \cdot E_1 + q_2 \cdot E_2} \right) \cdot P$$

$$E_s = \frac{q_1}{q} \cdot E_1 + \frac{q_2}{q} \cdot E_2$$

Ces relations sont valables tant que les deux métaux ne dépassent pas sensiblement la limite de proportionnalité.

Ainsi, dans le cas d'un câble aluminium-acier d'une section totale de 210,3 mm², dont 170,5 mm² pour l'aluminium et 39,8 mm² pour l'âme d'acier, le module d'élasticité de l'aluminium étant de $5,5 \cdot 10^5$ kg/cm² et celui de l'acier de $18,5 \cdot 10^5$ kg/cm², l'aluminium participe pour 56,7 % et l'âme d'acier pour 43,3 % à la tension totale P , lors de la pose du câble selon l'équation (28).

Pour les coefficients de dilatation linéaire du câble on a la relation suivante, en considérant que les variations de longueur des deux métaux doivent être identiques lorsque la température varie¹¹⁾:

$$\alpha_s = \frac{q_1 \cdot E_1 \cdot \alpha_1 + q_2 \cdot E_2 \cdot \alpha_2}{q_1 \cdot E_1 + q_2 \cdot E_2} \quad (29)$$

où α_1 et α_2 sont les coefficients de dilatation linéaire des deux métaux et α_s celui du câble complet.

Du fait que les coefficients de dilatation sont différents, la répartition de l'effort de tension varie avec la température. Ainsi, lorsque la température baisse, le métal présentant le plus grand coefficient

¹¹⁾ Développement, voir annexe I, équations (27*) à (32*).

de dilatation cherche à se contracter le plus fortement et participe dans une plus grande mesure à l'effort de tension. Par contre, si ce métal présente le plus faible module d'élasticité, l'allongement élastique compense en partie l'augmentation de charge. La répartition de la tension calculée dans l'exemple précédent n'est donc strictement valable qu'à la température de pose.

Le poids spécifique du câble complet sans charge supplémentaire en kg/cm^3 est égal au poids du câble par cm, divisé par la section totale du câble en cm^2 .

La charge de rupture du câble complet est toujours inférieure à la somme des charges de rupture partielles des composants. On ne peut la calculer qu'en s'aidant des données pratiques et il est préférable de la déterminer par un *essai de rupture*.

Selon l'Ordonnance, la contrainte maximum admissible des câbles mixtes est celle qui se présente dans le cas le plus défavorable, lorsque l'un ou l'autre des deux métaux atteint sa contrainte maximum admissible.

Ainsi, dans le cas du câble aluminium-acier de l'exemple précédent, il va de soi que c'est l'aluminium qui détermine la contrainte admissible du câble, puisque ce métal participe dans la plus large mesure à l'effort de tension et qu'il ne peut pas s'allonger autant que l'acier. Selon l'Ordonnance¹²⁾, sa contrainte maximum admissible est de 1300 kg/cm^2 , ou pour toute la section d'aluminium: $1300 \cdot 1,705 = 2215 \text{ kg} = 56,7 \%$ de la contrainte maximum admissible du câble. Cette dernière atteint donc $2215 \cdot \frac{100}{56,7} = 3910 \text{ kg}$ ou $3910 : 2,103 = 1860 \text{ kg/cm}^2$ par rapport à la section totale du câble; dans ce cas, l'âme d'acier n'est chargée que de 1695 kg , donc à 36% de sa résistance à la rupture, ce qui augmente très sensiblement la sécurité supplémentaire.

8° Charges exceptionnelles.

Dans bien des cas, il est intéressant de savoir comment se comporte une ligne correctement montée, dans certaines conditions exceptionnelles, par exemple lorsque la couche de givre dépasse 2 kg par mètre courant. En outre, on peut se demander quelle est la charge supplémentaire qui pourrait provoquer la rupture d'une ligne tendue correctement.

Ces deux questions peuvent se résoudre à l'aide des équations (1) et (1a). Il faut noter toutefois que, dans les cas normaux, la limite de proportionnalité du métal des conducteurs n'a été que légèrement dépassée jusqu'à la charge maximum prescrite et que l'on pouvait par conséquent tabler sur un module d'élasticité constant E . Or cela n'est plus le cas lorsque les charges sont encore plus élevées.

¹²⁾ Voir tableau I, note 1).

Pour pouvoir effectuer les calculs, il est nécessaire de connaître la courbe de rupture du câble, resp. la courbe tension-allongement du métal des conducteurs.

Il s'agit, par exemple, de calculer la charge de neige amenant la rupture d'un câble d'un poids spécifique γ_0 , tendu par un effort p_0 à une température t_0 sur une portée horizontale a . La solution s'obtient par l'équation (1a) :

$$\frac{a^2}{24} \cdot \left(\frac{\gamma^2}{p^2} - \frac{\gamma_0^2}{p_0^2} \right) = (t - t_0) \alpha + (p - p_0) \cdot \frac{1}{E} \quad (1a)$$

où p est la résistance du conducteur à la rupture. On détermine ainsi γ , c'est-à-dire le poids du conducteur + la charge de neige amenant la rupture, rapportés à l'unité de longueur et de section du conducteur. Sous cette forme, l'équation n'est cependant pas appropriée à une solution, car E n'est pas constant. L'allongement du métal est égal à la tension, divisée par le module d'élasticité, donc

$$\varepsilon = \frac{p}{E}.$$

En introduisant ε dans l'équation (1a), il vient :

$$\frac{a^2}{24} \cdot \left(\frac{\gamma^2}{p^2} - \frac{\gamma_0^2}{p_0^2} \right) = (t - t_0) \alpha + \varepsilon - \varepsilon_0. \quad (30)$$

Si l'on dispose de la courbe de rupture du métal (figure 9), on en tire la résistance à la rupture p_b et l'allongement lors de la rupture ε_b , valeurs que

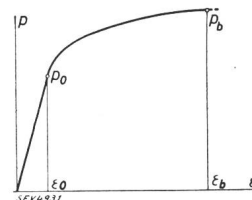


Fig. 9.

l'on introduit dans l'équation (30), au lieu de p et ε . Si ε est exprimé en %, on introduit la valeur $\frac{\varepsilon}{100}$. Quant à ε_0 , il est fourni par les valeurs connues de p_0 et E . Enfin, si l'on choisit la température t à laquelle la charge de neige amenant la rupture doit être déterminée, on possède toutes les valeurs nécessaires pour calculer l'inconnue γ , qui détermine à son tour la charge de neige amenant la rupture K_b , selon la relation :

$$K_b = q(\gamma - \gamma_0). \quad (31)$$

Les valeurs γ et γ_0 ayant été exprimées en kg/cm^3 , on a K_b en kg par cm de longueur du conducteur.

Le calcul de la tension est un peu plus compliqué lorsqu'il s'agit d'une charge supplémentaire dépassant 2 kg par mètre courant. Dans l'équation (30), γ et γ_0 sont des valeurs connues, mais p et ε sont deux inconnues en relation par la courbe de

rupture, mais non pas sous forme analytique. On introduit dans l'équation (30) différentes valeurs de p , on calcule ε et l'on varie p jusqu'à ce que les

valeurs correspondantes de p et ε donnent comme coordonnées un point du diagramme qui se trouve sur la courbe de rupture.

Tableau des principales formules.

Tableau III.

	A. Portées jusqu'à 300 m points d'appui même niveau	B. Portées jusqu'à 500 m env. et angle ψ jusqu'à 30° ¹⁾	C. Portées de 500 à 1200 m env. avec inclinaison quelconque
1° Equation des conditions	$p^3 + p^2 \cdot \left[\frac{\gamma_0^2 a^2 E}{24 p_0^2} + (t-t_0) \alpha E - p_0 \right] = \frac{\gamma^2 a^2 E}{24}$	$p^3 \left(1 + \frac{h^2}{2 a^2} \right) + p^2 \left[\frac{\gamma_0^2 a^2 E \cos \psi}{24 p_0^2} + (t-t_0) \alpha E - p_0 \left(1 + \frac{h^2}{2 a^2} \right) \right] = \frac{\gamma^2 a^2 E \cos \psi}{24}$	$p^3 \left(1 + \frac{h^2}{2 a^2} \right) + p^2 \left[\frac{\gamma_0^2 a^2 E \cos \psi}{24 p_0^2} + (t-t_0) \alpha E - p_0 \left(1 + \frac{h^2}{2 a^2} \right) \right] = \frac{\gamma^2 a^2 E \cos \psi}{24}$
2° Flèche	$f = \frac{\gamma \cdot a^2}{8 p}$	$f = \frac{\gamma \cdot a^2}{8 p \cos \psi}$	$f = \frac{y_0 - c}{\cos \psi} = \left(\frac{\gamma \cdot a^2}{8 p} + \frac{\gamma^3 \cdot a^4}{384 p^3} \right) \frac{1}{\cos \psi}$
3° Courbe du conduct.: Equation du point le plus bas	$y' = \frac{x^2}{2 c}$	$y' = \frac{x^2}{2 c \cos \psi}$	$y' = \frac{x^2}{2 c} + \frac{x^4}{24 c^3} + \frac{x^6}{720 c^5} \text{)}$
4° Courbe de conduct.: Paramètre	$c = \frac{p}{\gamma}$	a) $c = \frac{p}{\gamma}$, où p selon éq. b) b) $p^2 \left(\frac{h^2}{a^2} + 2 \right) - p (2 p_2 - \gamma \cdot h) + \frac{\gamma^2 a^2}{4} = 0$	a) $c = \frac{p}{\gamma}$ b) $c \cdot y_0 = c^2 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24 c^2}$ où $x = \frac{a}{2} y_0 = \frac{1}{2} (y_1 + y_2) \cdot \cos \psi$ c) $c = \frac{1}{2} \left[y_0 + \sqrt{y_0^2 - \frac{a^2}{2}} \right]^3$
5° Points d'appui: abscisses	$x_1 = x_2 = \frac{a}{2}$	$x_2 = \frac{c \cdot h \cdot \cos \psi}{a} \pm \frac{a}{2}$	a) $x_2 - x_1 = a$ b) $h = \frac{a}{2 c} (x_1 + x_2) \left[1 + \frac{x_1^2 + x_2^2}{12 c^2} \right]$
6° Points d'appui: ordonnées	$y_1 = y_2 = \frac{\gamma \cdot a^2}{8 p}$	$y_1' = \frac{\gamma \cdot x_1^2}{2 p \cos \psi} = \frac{x_1^2}{2 c \cos \psi}$ $y_2' = y_1' + h$	$y_1' = \frac{x_1^2}{2 c} + \frac{x_2^4}{24 c^3}$ $y_2' = y_1' + h$
7° Efforts de tension aux points d'appui	$p_1 = p_2 = p + \gamma \cdot f \sim p$	$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p}{\cos \psi} + \gamma \left(f \pm \frac{h}{2} \right)$	$p_2 = p + \gamma y_2' = \gamma \cdot y_2$ (valable aussi pour A et B) $p_1 = p + \gamma y_1' = \gamma \cdot y_1$
8° Efforts verticaux aux points d'appui	$V_1 = V_2 = \frac{g \cdot a}{2}$	$V_2 = \frac{g \cdot a}{2} \pm H \left(\frac{h}{a} \right)$ où $H = p \cdot q$	$V_2 = q \sqrt{p_2^2 - p^2} \pm \text{lorsque } V_2 \leq \text{poids du conducteur}$ $V_1 = q (\pm \sqrt{p_1^2 - p^2})$
<p>Dans toutes les formules a, h, c et les autres longueurs en cm, γ en kg/cm³ p en kg/cm²</p> <p>Dans les formules ne contenant que des dimensions linéaires, celles-ci peuvent aussi être exprimées en mètres ou en toutes autres unités. Cependant, dans la même formule on ne doit se servir que d'une unité.</p>			
<p>¹⁾ Pour des inclinaisons supérieures à 30°, utiliser la formule C. ²⁾ Le dernier terme peut être négligé, sauf dans des cas extrêmes. ³⁾ Formule approchée, exacte seulement pour portées jusqu'à 500 m.</p>			

Comme il est montré dans cet article, on peut faire les calculs pour des portées ne dépassant pas 400 ou 500 m à l'aide de formules approchées, pour lesquelles une règle à calcul de 50 cm de longueur assure une exactitude suffisante. Pour des portées

plus grandes et plus fortement inclinées, il est toutefois indispensable de faire les calculs selon les règles de la chaînette, en poussant jusqu'à la cinquième décimale.

Annexe II.

Procédé graphique permettant de résoudre les calculs mécaniques des conducteurs à l'aide de la chaînette type.

L'équation de la chaînette est $y = c \cdot \text{Coth} \frac{x}{c}$.

On établit les valeurs relatives de toutes les données linéaires se rapportant à la chaînette, donc la portée, le dénivellement, la flèche, etc., en les divisant par le paramètre.

Portée	a portée relative	$\frac{a}{c} = A$
Dénivellement	h dénivellement relatif	$\frac{h}{c} = H$
Flèche	f flèche relative	$\frac{f}{c} = F$
Arc	l arc relatif	$\frac{l}{c} = L$
Abscisse	x abscisse relative	$\frac{x}{c} = X$
Ordonnée	y ordonnée relative	$\frac{y}{c} = Y$
Paramètre	c paramètre relatif	$\frac{c}{c} = 1$

En valeurs relatives, l'équation de la chaînette est

$$Y = \text{Coth} X$$

C'est l'équation d'une chaînette de paramètre 1. Elle représente donc la forme de toutes les chaînettes quelconques à l'échelle 1 : c . Si cette chaînette est dessinée, il suffit d'établir les valeurs relatives d'une courbe de conducteur dont on connaît le paramètre, la portée et le dénivellement, en les divisant par le paramètre, et de les reporter sur la courbe type. On peut alors lire sur cette dernière les valeurs relatives de la flèche, de l'arc, des abscisses et des ordonnées, et déterminer les valeurs absolues par multiplication par le paramètre. La connaissance des ordonnées des points d'appui A et B permet en outre de déterminer les tensions à ces points en multipliant ces ordonnées par le poids du conducteur par unité de longueur et de section. Enfin, les angles de la courbe considérée étant conformes aux angles réels, on peut également lire directement les angles que font la courbe du conducteur ou la tangente à la courbe avec les axes des coordonnées.

Pour résoudre différents problèmes, il suffit donc de dessiner cette chaînette type une fois pour toutes. La courbe doit être dessinée à une échelle aussi grande que possible, car les paramètres des courbes des conducteurs de lignes aériennes se trouvent entre 500 et 1500 m. Si l'on choisit pour le paramètre normal une longueur de 1 mètre, la courbe représente directement la figure d'une chaînette de paramètre 1000 à l'échelle 1 : 1000. L'abaque permettant de lire jusqu'à $\frac{1}{2}$ mm; toutes les longueurs ne peuvent être déterminées avec exactitude que jusqu'à 1 mètre.

Le dessin de la courbe exige un papier de format $2,2 \times 1,5$ m. Les coordonnées de la courbe peuvent être lues directement en mètres sur la table de la fonction hyperbolique Coth , dans la Hütte, tome I. Si l'axe des abscisses passe par le point le plus bas de la courbe, il faut chaque fois déduire 1 m des valeurs indiquées dans la table du Coth . Afin de pouvoir représenter également des portées fortement surélevées, il est préférable de disposer l'axe des ordonnées non pas au milieu, mais bien à environ 70 cm du bord gauche ou droit de la feuille (diagramme I)*).

* Le secrétariat général de l'ASE et de l'UCS éditera probablement le diagramme II à l'intention des intéressés. Des informations détaillées suivront.

Si l'on se contente d'une faible précision pour les lectures, on peut représenter le paramètre normal par 50 cm pour établir la courbe. Le format ($1,1 \times 0,75$ m) est alors un peu plus maniable (diagramme II)*).

En outre, s'il s'agit de déterminer la courbe des conducteurs pour deux points d'appui A et B donnés par leur portée et leur dénivellement, pour une tension maximum donnée et le poids spécifique, le paramètre est d'abord inconnu. Ce problème se résout de la manière suivante:

Du fait que toutes les courbes de conducteurs sont semblables, la courbe normale dessinée représente n'importe quelle courbe à une échelle correspondante. On sait en outre que l'ordonnée du point d'appui supérieur multipliée par le poids par unité de longueur du conducteur donne la tension maximum.

On suppose que la distance des points d'appui A et B est de x mètres par exemple. On tire alors dans le diagramme de la courbe normale une sécante quelconque présentant le même angle d'inclinaison que celui de la droite reliant les points A et B par rapport à l'horizontale. La longueur de cette sécante entre les points où elle coupe la courbe type, mesurée sur le diagramme, est désignée par b . On mesure alors la différence de hauteur du point B au-dessus du point le plus bas de la courbe et on ajoute le paramètre normal; cette cote, appelée Y , représente l'ordonnée du point B dans le dessin. Cette ordonnée est alors en réalité:

$$y = Y \cdot \frac{x}{b}$$

On multiplie y par le poids par unité de longueur du conducteur et l'on obtient la tension maximum au point B. Si la tension ainsi obtenue ne correspond pas à la valeur

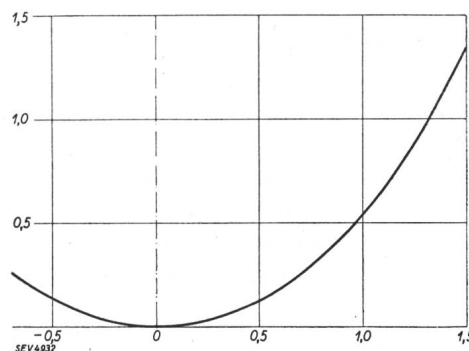


Fig. 7*.

prescrite, on déplace la sécante parallèlement à elle-même et l'on répète le procédé jusqu'à ce que la tension obtenue corresponde à la valeur choisie. Quand c'est le cas, le paramètre cherché est égal au paramètre de la courbe type multiplié par $\frac{x}{b}$ et l'arc de cette courbe coupé par la sécante est la représentation de la courbe cherchée à l'échelle $1: \frac{x}{b}$.

La figure (7*) représente une de ces chaînettes normales.