

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens

**Herausgeber:** Association suisse des électriciens

**Band:** 27 (1936)

**Heft:** 13

**Artikel:** Eine neue Methode zur Berechnung von Wechselstromsystemen

**Autor:** Rutgers, F.J.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1057506>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 18.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

# BULLETIN

## RÉDACTION:

Secrétariat général de l'Association Suisse des Electriciens  
et de l'Union des Centrales Suisses d'électricité, Zurich 8

## EDITEUR ET ADMINISTRATION:

S. A. Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei, Zurich 4  
Stauffacherquai 36/40

Reproduction interdite sans l'assentiment de la rédaction et sans indication des sources

XXVII<sup>e</sup> Année

N<sup>o</sup> 13

Vendredi, 26 Juin 1936

## Eine neue Methode zur Berechnung von Wechselstromsystemen.

F. J. Rutgers, Kairo.

518 : 621.311.1.025

*Der Verfasser, Professor der Elektrotechnik an der Fakultät Polytechnique de l'Université Egyptienne, Giza, Kairo, hat eine neue Methode ausgearbeitet, die gestattet, unter Vermeidung der Rechnung mit imaginären Grössen die Stromverteilung in Wechselstromsystemen mit R, L und C in beliebiger Anordnung zu berechnen. Die Methode beruht darauf, dass die Spannungsabfälle, bzw. die elektromotorischen Kräfte, erzeugt durch Wirkstrom und Blindstrom, getrennt betrachtet werden, und dass die sich so ergebenden vier Ohmschen und induktiven (oder kapazitiven) elektromotorischen Kräfte in nur zwei senkrechten Richtungen liegen, und für jede dieser zwei Richtungen einfach algebraisch addiert werden können. Man erhält so für einen Knotenpunkt zwei rein algebraische Stromgleichungen (ohne Phasenwinkel), statt eine Vektorgleichung mit Phasenwinkel. Für eine Masche erhält man zwei rein algebraische Spannungsgleichungen, statt einer Vektorgleichung. Die Auflösung der so erhaltenen einfachen algebraischen Gleichungen ist äusserst leicht, wie an Beispielen gezeigt wird. Die Arbeit ist eine Bestätigung der vom Verfasser früher geäusserten Ansicht, dass die getrennte Betrachtung von Wirk- und Blindgrössen vorteilhaft ist und wesentliche Vereinfachungen bringt.*

*L'auteur, professeur d'électrotechnique à la Faculté Polytechnique de l'Université Egyptienne, Giza, le Caire, a développé une nouvelle méthode qui permet d'éviter l'emploi de grandeurs imaginaires lorsqu'on calcule la répartition du courant alternatif dans un système comprenant R, L et C disposées d'une façon quelconque. La méthode consiste à considérer séparément les chutes de tension ou les forces électromotrices produites par le courant actif et par le courant réactif, et à additionner algébriquement, pour chacune des deux directions, les quatre composantes ohmiques et inductives (ou capacitatives) situées dans deux directions perpendiculaires. On obtient ainsi pour chaque point nodal deux équations de courant purement algébriques (sans angle de phase), au lieu d'une équation vectorielle avec angle de phase. Pour un circuit fermé, on obtient deux équations de tension purement algébrique, au lieu d'une équation vectorielle. La solution de ces équations algébriques est excessivement simple, ce que montrent des exemples. Cette étude confirme l'hypothèse émise antérieurement par l'auteur, que la considération séparée des grandeurs actives et réactives est avantageuse et entraîne d'importantes simplifications.*

Unter den Problemen, die den Studierenden und den praktischen Elektroingenieuren einige Schwierigkeiten machen, befinden sich in erster Linie die Kirchhoffschen Gesetze für Wechselstrom. Merkwürdigerweise werden diese in den meisten Lehrbüchern geradezu stiefmütterlich behandelt. Oft begnügt man sich damit, zu sagen, dass ihre Anwendung sinngemäss wie für Gleichstrom zu erfolgen hat. Die Fragen, welche Studenten ihrem Lehrer stellen, zeigen aber, dass diese «sinngemässe» Anwendung nicht immer so einfach ist. Die positive und negative Bezugsrichtung, z. B. für gegen elektromotorische Kräfte, die senkrecht zur Stromrichtung sind, und die Phasenverschiebungswinkel verursachen den Studenten manches Kopfzerbrechen. Die elegante Methode der Rechnung mit komplexen Zahlen wird von Studierenden und oft auch von praktischen Ingenieuren nicht immer genügend beherrscht, um damit Probleme selbständig lösen zu können. Die Methode bleibt meistens beschränkt auf die Beweise von Lehrsätzen oder Formeln aus der Messbrückentechnik. Und die graphische Vektordarstellung allein eignet sich nur zur Lösung einfacher Aufgaben.

Ich habe schon früher<sup>1)</sup> öfters darauf hingewiesen, wie zweckmässig und natürlich die getrennte Betrachtung der Wirkströme und Blindströme sowie der Wirkleistungen und Blindleistungen ist. In der Tat gehen die Wirk- und Blindleistungen in unseren elektrischen Anlagen sozusagen getrennt nebeneinander her, und die Wirkströme und Blindströme können jede für sich einfach algebraisch addiert werden. Eine scheinbare Schwierigkeit ist, dass die Spannungsabfälle, bzw. gegen elektromotorischen Kräfte in einem Stromkreise durch den Gesamtstrom bedingt sind. Diese Schwierigkeit lässt sich aber bei der getrennten Behandlung der Wirk- und Blindströme leicht beheben, indem man auch die Spannungsabfälle getrennt behandelt. Man erhält dann für den ohmschen und induktiven (oder kapazitiven) Spannungsabfall zwei Komponenten je für Wirkstrom und Blindstrom, die aber alle vier nur in zwei senkrechten Richtungen liegen, und zwar in der Richtung des Wirkstromes (oder entgegenge-

<sup>1)</sup> Siehe z. B.: «Einfache graphische Darstellung von Wirk- und Blindleistung in Vektordiagrammen» v. F. Rutgers, Bull. SEV 1928, Nr. 22; Conférence Internationale des Grands Réseaux Electriques, 1929, Rapport Nr. 16.

setzt), d. h. in der Richtung der *Hauptspannung*, und in einer Richtung senkrecht dazu, die hier als Richtung der *Querspannung* bezeichnet werden soll. Man wählt die positive Richtung der Hauptspannung gleich wie die Richtung des Wirkstromes, und die positive Richtung der Querspannung 90 Grade dem Wirkstrom nacheilend. Man basiert dann die Berechnung einer Stromverteilung nicht auf die Gesamtströme mit ihren Phasenverschiebungen, sondern auf die Wirk- und Blindströme. Man erhält dann zwar die doppelte Zahl Ströme und die doppelte Zahl Spannungsabfälle (oder besser «gegen-elektromotorische Kräfte») und die doppelte Zahl Gleichungen, dafür aber sind alle Gleichungen rein algebraisch und ersten Grades, alle Phasenwinkel fallen aus der Rechnung weg, so dass man auch keine komplexen Zahlen benötigt. Die Stromverteilungsgleichungen lassen sich getrennt für die algebraisch addierbaren Wirkströme und für die ebenfalls algebraisch addierbaren Blindströme schreiben (Knotenpunktgleichungen). Und die gegen-elektromotorischen Kräfte bilden ebenfalls zwei für sich algebraisch addierbare Gruppen, deren Vektoren senkrecht aufeinander stehen. Die Spannungssummen beim Rundgang um eine Masche des Netzes ergeben für jede Masche zwei getrennte, einfache algebraische Gleichungen. Die Auflösung der doppelten Gesamtzahl von Gleichungen einfachster algebraischer Art ist viel leichter und sicherer als die Auflösung der halben Zahl Vektorgleichungen nach der Methode der Rechnung mit komplexen Zahlen.

für einen Wirk- oder Blindstrom eine positive Zahl, so hat dieser Strom die Richtung des Bezugspfeiles, sonst entgegengesetzt. Dabei wird angenommen, dass der positive Blindstrom dem positiven Wirkstrom um 90° nacheilt.

Für jeden Knotenpunkt erhält man zwei einfache algebraische Gleichungen:

1. Summe aller zum Knotenpunkt hinfließenden Wirkströme gleich Null.
2. Summe aller zum Knotenpunkt hinfließenden Blindströme gleich Null.

Für die elektromotorischen Kräfte ist es zweckmässig, nur wirklich bestehende elektromotorische Kräfte zu betrachten, und nicht die sogenannten EMKe zur «Ueberwindung» von ohmschen und induktiven Spannungsabfällen. Man setzt also die ohmsche gegen-elektromotorische Kraft  $IR$  entgegengesetzt der Stromrichtung und der wirklich durch Selbstinduktion hervorgerufenen elektromotorischen Kraft  $IX$ , die dem Strom um 90° nacheilt, wo  $X$  entweder  $\omega L$  oder  $-\frac{1}{\omega C}$  ist, je nachdem es sich um Selbstinduktion oder Kapazität handelt.

Als Grundlage für die Zerlegung der Ströme in Wirk- und Blindströme wählt man eine Hauptspannung, z. B. die Netzspannung. Sind weitere, phasenverschobene Spannungen gegeben, so zerlegt man diese in zwei Komponenten in Richtung und senkrecht zur Hauptspannung.

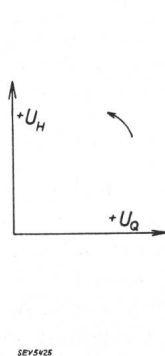


Fig. 1.

Zerlegung aller Spannungen in zwei senkrechte Richtungen, «Hauptspannungen»  $U_H$  und «Querspannungen»  $U_Q$

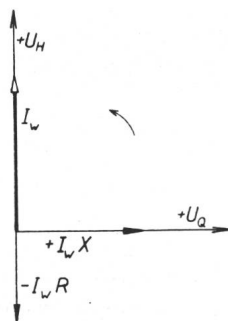


Fig. 2.

Ein Wirkstrom  $I_w$  erzeugt in einer Impedanz  $Z$  (bestehend aus  $R$  und  $X$  in Serie) eine negative Hauptspannung  $-I_w R$  und eine positive Querspannung  $+I_w X$ .

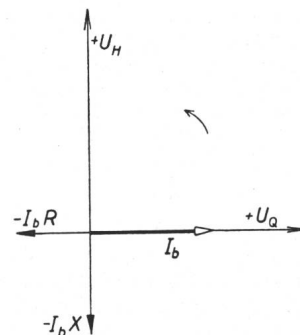


Fig. 3.

Ein Blindstrom  $I_b$  erzeugt in einer Impedanz  $Z$  eine negative Hauptspannung  $-I_b R$  und eine negative Querspannung  $-I_b X$ .

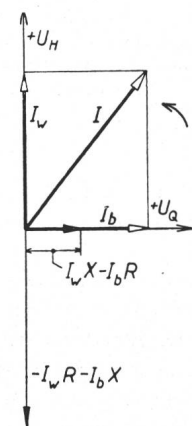


Fig. 4.

Ein beliebiger Strom, welcher eine Impedanz  $Z$  ( $R$  und  $X$  in Serie) durchfließt, erzeugt eine Hauptspannung  $= -I_w R - I_b X$  und eine Querspannung  $= +I_w X - I_b R$

Ist es schon für die Anwendung der Kirchhoffschen Gesetze für Gleichstrom unbedingt erforderlich, vor Beginn der Rechnung für jeden Teil des Stromkreises einen positiven Bezugssinn festzulegen, so ist dies ebenso nötig für die Berechnung eines Wechselstromsystems. Man gibt also jedem Element der Strombahn einen Bezugspfeil, der willkürlich gewählt werden kann. Ergibt dann die Rechnung

Fig. 1 zeigt die Zerlegung der Spannungen in die zwei senkrechten Richtungen: Hauptspannungen  $U_H$  und Querspannungen  $U_Q$ .

Wie Fig. 2 zeigt, bewirkt ein Wirkstrom  $I_w$  in einem ohmschen Widerstande  $R$  eine EMK gleich  $-I_w R$  in der Richtung der Hauptspannung und negativ. Der Wirkstrom bewirkt in einer Induktivität ( $X = \omega L$ ) eine EMK  $I_w X$ , die dem Wirkstrom um

90° nacheilt, also eine positive Querspannung darstellt.

Fig. 3 zeigt, dass ein Blindstrom  $I_b$  in einem ohmschen Widerstande eine EMK  $-I_b R$  erzeugt, die eine negative Querspannung ist, während der Blindstrom in der Induktivität eine EMK  $-I_b X$  erzeugt, welche dem Blindstrom nacheilt, d. h. eine negative Hauptspannung ist.

Fig. 4 zeigt dann die Zusammensetzung dieser Spannungen, woraus hervorgeht, dass ein beliebiger Strom mit den Komponenten  $I_w$  und  $I_b$ , welcher eine Impedanz  $Z$  (gebildet aus  $R$  und  $X$ ) durchfließt, die folgenden Spannungen erzeugt:

- a) eine Hauptspannung  $-I_w R - I_b X$  und
- b) eine Querspannung  $+I_w X - I_b R$

(Querspannungen können kenntlich gemacht werden durch eine eckige Linie.  $X$  ist positiv oder negativ, je nachdem es sich um eine Induktivität oder eine Kapazität handelt.)

**Resultat:**

Eine von einem Strom durchflossene Impedanz erzeugt:

- eine Hauptspannung  $-I_w R - I_b X$  und
- eine Querspannung  $-I_b R + I_w X$

In einem Stromkreis muss die Summe aller Hauptspannungen für sich gleich Null sein; ferner muss auch die Summe aller Querspannungen für sich gleich Null sein.

**Berechnung eines Stromsystemes.**

Zur Berechnung eines Stromkreises oder eines vermaschten Stromsystemes oder Netzes verfährt man folgendermassen (siehe auch die folgenden Beispiele):

- a) Man zeichnet das Schaltungsschema und nummeriert alle Elemente der Strombahn.
- b) Man trägt an jedem Element einen Bezugspfeil ein, der beliebig gewählt werden kann.
- c) Man trägt im Schema alle vorhandenen sowie alle durch die Ströme hervorgerufenen elektromotorischen Kräfte ein, getrennt in Hauptspannungen und Querspannungen (evtl. in zwei getrennten Zeichnungen).
- d) Man wendet auf die Knotenpunkte und auf die geschlossenen Netzmaschen die folgenden Gesetze an:

**Gesetz Nr. 1.** Die algebraische Summe aller zu einem Knotenpunkte hinfließenden Wirkströme ist Null.

**Gesetz Nr. 2.** Die algebraische Summe aller zu einem Knotenpunkt hinfließenden Blindströme ist Null.

**Gesetz Nr. 3.** Geht man in einem und demselben Umlaufsinn rings um eine geschlossene Masche, so ist die algebraische Summe aller Hauptspannungen gleich Null.

**Gesetz Nr. 4.** Geht man rings um eine Masche, wie bei 3, so ist die algebraische Summe aller Querspannungen gleich Null.

**Gesetz Nr. 5.** Begegnet man einem Bezugspfeil eines Elementes, welcher dem Umlaufsinn entgegen gerichtet ist, so ist das Vorzeichen aller Spannungen dieses Elementes umgekehrt in der Gleichung einzusetzen.

**Gesetz Nr. 6.** Hat man für irgendein Element  $I_w$  und  $I_b$  berechnet, so ist der Gesamtstrom in diesem Element stets  $I = \sqrt{I_w^2 + I_b^2}$ , ganz gleichgültig, in welchen zwei senkrechten Richtungen die Komponenten  $I_w$  und  $I_b$  gewählt waren.

**Anmerkung:** Für das Aufschreiben der Gleichungen benützt man besser an Stelle von  $I_w$  und  $I_b$  die kürzeren Symbole  $w$  und  $b$ , auch deshalb, weil sich diese Komponenten auf die Richtungen der gewählten Hauptspannung und Querspannung beziehen, welche nicht immer mit der «lokalen» Klemmenspannung der Elemente übereinstimmt (siehe diesbezügliche spätere Erklärung).

Besser als durch eine langatmige Erläuterung lässt sich dies an einigen ganz einfachen Beispielen zeigen, so einfach gewählt, dass man das Resultat auch sonst leicht überprüfen kann.

**Beispiel I.**

Ein Einphasengenerator mit der konstanten Klemmenspannung  $U$  speise eine Impedanz  $Z$ , mit dem ohmschen Widerstand  $R$  und dem induktiven Widerstand  $X$  in Serie, nach Schema Fig. 5, wo auch die Bezugspfeile eingetragen sind. Es sollen die Ströme berechnet werden.

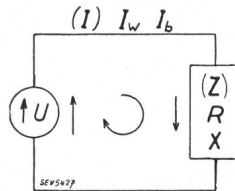


Fig. 5.

**Schema zum Beispiel I.**  
(Für eine Induktivität ist  $X = \omega L$  als positiver Wert, für eine Kapazität ist  $X = \frac{1}{\omega C}$  als negativer Wert einzusetzen.)

**Lösung.**

Da es keinen Knotenpunkt gibt, braucht man nur die Spannungsgleichungen anzuschreiben.

**Gesetz Nr. 3:** Summe aller Hauptspannungen gleich Null, gibt:

$$U - I_w R - I_b X = 0$$

**Gesetz Nr. 4:** Summe aller Querspannungen gleich Null, gibt:

$$-I_b R + I_w X = 0$$

Man erhält somit zwei gewöhnliche algebraische Gleichungen mit zwei Unbekannten. Man benötigt keine komplexe Zahlen, Phasenwinkel oder trigonometrische Funktionen. Die Auflösung der beiden Gleichungen ist leicht, man erhält (passend umgeformt):

$$I_w = \frac{U}{R^2 + X^2} \text{ und } I_b = \frac{U}{R^2 + X^2}$$

wo  $R$  und  $X$  die gegebenen Konstanten des Stromkreises sind.

Den Ausdruck  $\frac{R^2 + X^2}{R} = \frac{Z^2}{R}$

kann man als «Wirkimpedanz»  $Z_w$  bezeichnen; der Ausdruck

$$\frac{R^2 + X^2}{X} = \frac{Z^2}{X}$$

wäre dann die «Blindimpedanz»  $Z_b$ .

Falls man den Gesamtstrom  $I$  sucht, so findet man ihn aus

$$I = \sqrt{I_w^2 + I_b^2}$$

Diese Beziehung bleibt immer bestehen, wenn man zwei aufeinander senkrechte Komponenten von  $I$  hat, auch wenn das Bezugssystem irgendeine Lage hat, wie Fig. 6 zeigt.

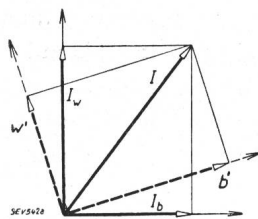


Fig. 6.

$I$  ist sowohl gleich  $\sqrt{I_w^2 + I_b^2}$   
als auch gleich  $\sqrt{w'^2 + b'^2}$

**Beispiel II.**

Es soll der gleiche Fall betrachtet, aber der Bezugspfeil in Element  $Z$  umgekehrt werden, wie Fig. 7 zeigt.

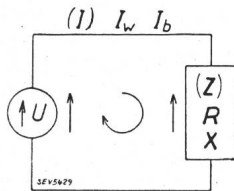


Fig. 7.

Schema zum Beispiel II.  
(Bezugspfeil für  $Z$  umgekehrt als bei Fig. 5.)

**Auflösung.**

Man erhält dann, unter Anwendung der Gesetze 3, 4 und 5:

- aus Summe der Hauptspannungen gleich Null

$$U - [-I_w R - I_b X] = 0$$

- Aus Summe der Querspannungen gleich Null

$$-[-I_b R + I_w X] = 0$$

Die Auflösung der beiden Gleichungen gibt

$$I_w = -\frac{U}{\frac{R^2 + X^2}{R}} \text{ und } I_b = -\frac{U}{\frac{R^2 + X^2}{X}}$$

Das Resultat ist das gleiche wie im ersten Beispiel, nur erhält man negative Werte für  $I_w$  und  $I_b$ , d. h. die Ströme sind entgegengesetzt dem Bezugspfeil in  $Z$ .

**Beispiel III.**

Ein Generator speise zwei parallele Impedanzen  $Z_1$  und  $Z_2$ , wie das Schema Fig. 8 zeigt, in welche

die Bezugspfeile und der gewählte Umlaufssinn der Maschen eingetragen sind. Die Zeichnung gibt auch die angenommenen Werte für  $R_1$  und  $X_1$  und  $R_2$  und  $X_2$ .

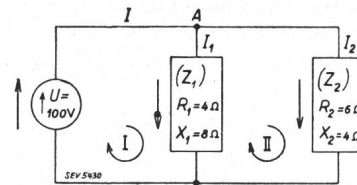


Fig. 8.  
Schema zum Beispiel III.

**Lösung.**

- Für den Knotenpunkt A erhält man:

- Summe der zufließenden Wirkströme gleich Null:

$$I_w - I_{w1} - I_{w2} = 0$$

- Summe der zufließenden Blindströme gleich Null:

$$I_b - I_{b1} - I_{b2} = 0$$

- Spannungsgleichungen für Masche I:

- Summe der Hauptspannungen gleich Null:

$$U - I_{w1} R_1 - I_{b1} X_1 = 0$$

- Summe der Querspannungen gleich Null:

$$-I_{b1} R_1 + I_{w1} X_1 = 0$$

- Spannungsgleichungen für Masche II:

- Summe Hauptspannungen gleich Null:

$$-[-I_{w1} R_1 - I_{b1} X_1] + [-I_{w2} R_2 - I_{b2} X_2] = 0$$

oder, besser geschrieben:

$$I_{w1} R_1 + I_{b1} X_1 - I_{w2} R_2 - I_{b2} X_2 = 0$$

- Summe aller Querspannungen gleich Null:

$$I_{b1} R_1 - I_{w1} X_1 - I_{b2} R_2 + I_{w2} X_2 = 0$$

Setzt man die gegebenen Werte für  $U, R_1, X_1, R_2, X_2$  ein, so erhält man die folgenden sechs sehr einfachen Gleichungen, wobei man, wie schon früher bemerkt, deutlicher und kürzer statt  $I_{w1}, I_{b1}$  usw. nur  $w_1, b_1$  usw. schreibt.

Die sechs Gleichungen sind:

- $w - w_1 - w_2 = 0$ ;
- $b - b_1 - b_2 = 0$ ;
- $100 - 4 w_1 - 8 b_1 = 0$ ;
- $8 w_1 - 4 b_1 = 0$ ;
- $4 w_1 + 8 b_1 - 6 w_2 - 4 b_2 = 0$ ;
- $4 b_1 - 8 w_1 - 6 b_2 + 4 w_2 = 0$ .

Hieraus erhält man

$$w = 16,6 \text{ A}; w_1 = 5 \text{ A}; w_2 = 11,6 \text{ A}; b = 17,7 \text{ A}; b_1 = 10 \text{ A}; b_2 = 7,7 \text{ A}$$

und hieraus, falls der Gesamtstrom gewünscht wird:

$$I = \sqrt{w^2 + b^2} = 24,3 \text{ A}$$

$$I_1 = \sqrt{w_1^2 + b_1^2} = 11,2 \text{ A}$$

$$I_2 = \sqrt{w_2^2 + b_2^2} = 13,9 \text{ A}$$



Für diesen einfachen Fall lassen sich die Ströme natürlich einfacher nach bekannter Formel berechnen. Es ist z. B.

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + X_1^2}} = \frac{100}{\sqrt{4^2 + 8^2}} = 11,15 \text{ A}$$

und  $I_2 = \frac{100}{\sqrt{6^2 + 4^2}} = 13,9 \text{ A}$

Diese Kontrollrechnung zeigt, dass die Werte stimmen.

Eine Kontrolle der Rechnungsergebnisse ist aber auch in komplizierteren Fällen leicht zu machen durch Anwendung der beiden folgenden Sätze:

- a) Summe aller Wirkleistungen gleich Null;
- b) Summe aller Blindleistungen gleich Null (wobei Abgaben und Aufnahmen entgegengesetztes Vorzeichen haben).

In diesem Beispiel ist die vom Generator abgegebene Wirkleistung gleich  $U \cdot w = 100 \cdot 16,6 = 1660$  Watt, und die von den beiden Impedanzen aufgenommenen Wirkleistungen sind zusammen

$$I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 = 11,2^2 \cdot 4 + 13,9^2 \cdot 6 = 1164 \text{ Watt.}$$

(Eine kleine Differenz pflegt vom Rechnen mit dem Rechenschieber herzurühren. Es ist gerade ein Vorteil der geschilderten neuen Methode, dass die Gleichungen so einfacher Art sind, dass alle Rechnungen mit Rechenschieber gemacht werden können.)

In unserem Falle ist weiter die abgegebene Blindleistung gleich  $U \cdot b = 100 \cdot 17,7 = 1770$  Var und die aufgenommene Blindleistung der beiden Impedanzen zusammen  $I_1^2 X_1 + I_2^2 X_2 = 1000 + 775 = 1775$  Var, was also unser Rechnungsergebnis bestätigt.

**Beispiel IV.**

Zum Schlusse sei noch ein letztes Beispiel mit mehreren Impedanzen gegeben, wobei sich Gelegenheit geben wird, auch die Vektordiagramme, die sich aus der neuen Berechnung ergeben, zu betrachten.

Fig. 9 zeigt das komplette Schaltungsschema mit allen Bezugs Pfeilen und den gegebenen Daten.

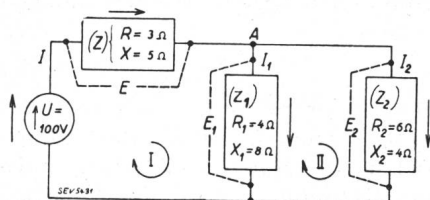


Fig. 9.

Schema zum Beispiel IV.

**Lösung.**

1. Knotenpunkt A

- a)  $\sum w = 0$  gibt  $w - w_1 - w_2 = 0$ ;
- b)  $\sum b = 0$  gibt  $b - b_1 - b_2 = 0$ .

2. Masche I:

a)  $\sum$  Hauptspannungen  $= 0$  gibt:

$$U - wR - bX - w_1 R_1 - b_1 X_1 = 0;$$

b)  $\sum$  Querspannungen  $= 0$  gibt:

$$-bR + wX - b_1 R_1 + w_1 X_1 = 0$$

3. Masche II:

a)  $\sum$  Hauptspannungen  $= 0$  gibt:

$$-[-w_1 R_1 - b_1 X_1] + [-w_2 R_2 - b_2 X_2] = 0$$

oder anders geschrieben:

$$w_1 R_1 + b_1 X_1 - w_2 R_2 - b_2 X_2 = 0$$

b)  $\sum$  Querspannungen  $= 0$  gibt:

$$b_1 R_1 - w_1 X_1 - b_2 R_2 + w_2 X_2 = 0$$

Setzt man die gegebenen Werte ein und ordnet man die Gleichungen, so erhält man die folgenden sechs sehr einfachen Gleichungen:

1.  $w - w_1 - w_2 = 0$ ;
2.  $b - b_1 - b_2 = 0$ ;
3.  $3w + 4w_1 + 5b + 8b_1 = 100$ ;
4.  $5w + 8w_1 - 3b - 4b_1 = 0$ ;
5.  $4w_1 - 6w_2 + 8b_1 - 4b_2 = 0$ ;
6.  $8w_1 - 4w_2 - 4b_1 + 6b_2 = 0$ .

Die sehr leicht zu findenden Auflösungen sind:

$$w = 5,93 \text{ A}; w_1 = 1,55 \text{ A}; w_2 = 4,38 \text{ A}; b = 8,17 \text{ A}; b_1 = 4,39 \text{ A}; b_2 = 3,77 \text{ A}.$$

Hieraus erhält man, wenn gewünscht:

$$I = \sqrt{w^2 + b^2} = 10,09 \text{ A}$$

$$I_1 = \sqrt{w_1^2 + b_1^2} = 4,65 \text{ A}$$

$$I_2 = \sqrt{w_2^2 + b_2^2} = 5,78 \text{ A}$$

Es sei hier nochmals bemerkt, dass der Gesamtstrom  $I$  stets gleich  $\sqrt{w^2 + b^2}$  ist, ganz gleichgültig, in welcher Richtung die Haupt- und Querspannung gewählt wurde; die beiden Spannungsrichtungen müssen nur senkrecht aufeinander sein (siehe nochmals Fig. 6).

Die Richtigkeit der zahlenmässigen Auflösung der sechs Gleichungen wird rasch durch Einsetzen der erhaltenen Werte nachgeprüft.

Um zu kontrollieren, ob die gefundenen Ströme der Wirklichkeit entsprechen, d. h. ob die Gleichungen richtig sind, benützt man wieder am zweckmässigsten die Beziehungen:

1. Summe aller abgegebenen Wirkleistungen gleich Summe aller aufgenommenen Wirkleistungen ( $I^2 R$ ).
2. Summe aller abgegebenen Blindleistungen gleich Summe aller aufgenommenen Blindleistungen ( $I^2 X$ ).

Ein Vorteil ist es, dass man dazu die einzelnen lokalen Klemmenspannungen an den verschiedenen Impedanzen gar nicht zu kennen braucht!

Kontrolle:

1. Abgegebene Wirkleistung  $U \cdot w = 593 \text{ W}$ .

Aufgenommene Wirkleistungen:

Element Z	$I^2 R = 305,7 \text{ W}$
Element $Z_1$	$I_1^2 R_1 = 86,8 \text{ W}$
Element $Z_2$	$I_2^2 R_2 = 200,4 \text{ W}$
	total $592,9 \text{ W}$

2. Abgegebene Blindleistung  $U \cdot b = 817 \text{ Var}$ .

Aufgenommene Blindleistungen:

Element Z	$I^2 X = 509,5 \text{ Var}$
Element $Z_1$	$I_1^2 X_1 = 173,6 \text{ Var}$
Element $Z_2$	$I_2^2 X_2 = 133,6 \text{ Var}$
	total $816,7 \text{ Var}$

Hier möge eine Bemerkung über das *Vektordiagramm* eingeschaltet werden.

Die neue Berechnung gibt alle Ströme aufgelöst nach zwei senkrechten Richtungen. Die eine Komponente ( $w$ ;  $w_1$ ;  $w_2$ ; usw.) liegt in der Richtung der angenommenen Hauptspannung, die andere ( $b$ ;  $b_1$ ;  $b_2$ ; usw.) in die dazu senkrechte Richtung der Querspannung (der Hauptspannung nacheilend).

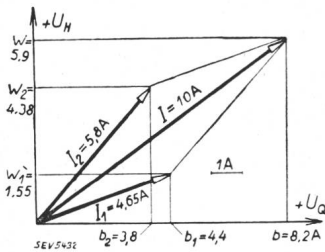


Fig. 10.

Gesamtströme, erhalten aus  $w$ - und  $b$ -Werten, wobei es gleichgültig ist, nach welchen zwei senkrechten Richtungen die Komponenten  $w$  und  $b$  gewählt wurden.

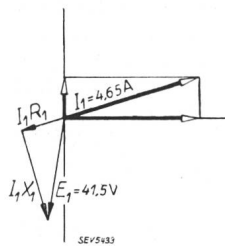


Fig. 11a.

Vektordiagramm der lokalen Spannung  $E_1$  am Element  $Z_1$ . Man erhält analog  $E_2$  und  $E_2$ .

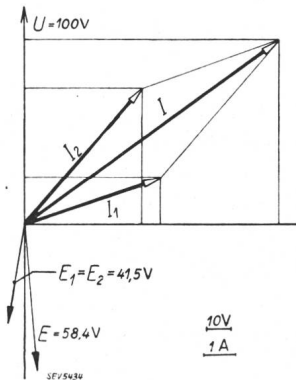


Fig. 11b.

Vektordiagramm aller Ströme und Spannungen. (Hilfslinien für die Spannungen weggelassen, siehe Fig. 11a.)

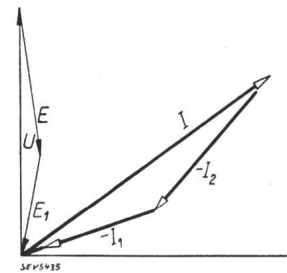


Fig. 11c.

Die Vektoren  $U$ ,  $E$  und  $E_1$  sowie die Vektoren  $I$ ,  $-I_2$  und  $-I_1$  bilden je ein geschlossenes Polygon.

Um das Vektordiagramm aller Ströme nach Größe und Richtung zu erhalten, zeichnet man zuerst das Bezugskreuz und findet zu jedem  $w$  und  $b$  den Gesamtstrom und seine Phasenverschiebung mit Bezug auf die Hauptspannung. Dieser Winkel kann natürlich auch rechnerisch erhalten werden, da deren Tangente gleich  $\frac{b}{w}$  ist.

Fig. 10 zeigt die Vektoren der drei Ströme  $I$ ,  $I_1$  und  $I_2$ , die so erhalten wurden. Natürlich muss in unserem Fall die Vektorsumme  $I_1 + I_2$  gleich  $I$  sein, oder besser ausgedrückt  $I$  und  $-I_1$  und  $-I_2$  müssen ein geschlossenes Vektorpolygon bilden.

Wünscht man auch die Vektoren der lokalen Spannungen an den Klemmen jeder Impedanz zu erhalten, so ist das ebenfalls leicht möglich, obgleich die Kenntnis dieser lokalen Spannungen

nicht immer erforderlich ist, wenn man sich angewöhnt hat, mehr mit den Wirk- und Blindleistungen zu rechnen, für die man die Kenntnis der lokalen Spannungen nicht benötigt.

In Fig. 11a ist die lokale Spannung am Element  $Z_1$  dargestellt als  $E_1 = \sqrt{(I_1 R_1)^2 + (I_1 X_1)^2}$ . Es ist empfehlenswert, die Spannungsvektoren nicht nach der älteren Methode als Spannungen zur Ueberwindung von  $R$  und  $X$  aufzutragen, sondern nach der neueren Methode, die nur wirklich vorhandene EMKe darstellt, wobei  $I_1 R_1$  entgegengesetzt dem Strome  $I_1$  ist, und  $I_1 X_1$  dem Strome um  $90^\circ$  nacheilt. Beispielsweise ergibt sich dann für das Diagramm kein Unterschied, ob eine Maschine als Motor oder als Generator arbeitet. Bei dieser neueren Methode bilden dann auch alle elektromotorischen Kräfte rings um eine geschlossene Masche ein geschlossenes Vektorpolygon.

In Fig. 11a wurden somit die Spannungsvektoren für den Strom  $I_1$  in dieser Weise dargestellt.

Fig. 11b zeigt dann sämtliche Ströme und Spannungen. Da  $Z_1$  und  $Z_2$  an der gleichen Spannung liegen, ergibt sich  $E_1$  gleich  $E_2$ .

Fig. 11c zeigt das geschlossene Polygon der Ströme  $I$ ,  $-I_2$  und  $-I_1$  und die Spannungen  $U$ ,  $E$  und  $E_1$  rings um die Masche I. Die Spannungen rings um die Masche I bilden, wie Fig. 11c zeigt, ein geschlossenes Vektorpolygon, entsprechend den ursprünglichen Kirchhoffschen Gesetzen für Wechselstromkreise.

Ich möchte den Leser nicht mit weiteren Beispielen ermüden. Die Einfachheit der Rechnungen mit nur algebraischen Gleichungen einfachster Form im Vergleich zur Rechnung mit imaginären Größen und trigonometrischen oder Exponentialfunktionen springt ins Auge.

Die Methode lässt sich auch auf andere Probleme, Wechselstrombrückenmessungen usw., ausdehnen, auch auf Drehstromsysteme gänzlich ungleicher Be-

lastung der Phasen, indem man eine Phasenspannung als Hauptspannungsrichtung annimmt und die beiden anderen Phasenspannungen in der Richtung dieser Hauptspannung und senkrecht dazu zerlegt. Man erhält dann zur Berechnung eines beliebigen Drehstromsystems nur einfache algebraische Gleichungen ersten Grades, deren Auflösung für zahlenmäßige Rechnungen sehr leicht ist. Auch hier sind für die Berechnung der Stromverteilung keinerlei komplexe Zahlen oder trigonometrische Funktionen erforderlich. Auch für die Berechnung des Einflusses höherer Harmonischer ist die getrennte Betrachtung der Wirk- und Blindkomponenten zweckmässig.

Ich glaube, dass diese Darstellungen meine schon früher mehrmals geäußerte Ansicht bestätigen, dass die Benützung von Wirk- und Blindströmen, Wirkleistungen und Blindleistungen, die in unseren elektrischen Anlagen sozusagen getrennt nebeneinander hergehen, gegenüber der noch meistens üblichen Rechnungsweise mit Gesamtströmen und Phasenverschiebungen manche Vorteile bietet.

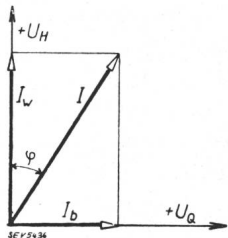


Fig. 12.

Die Wirkleistung ist sowohl gleich  $I^2 R$  als auch

$$\text{gleich } I_w^2 \cdot \frac{R^2 + X^2}{R} = I_w^2 \cdot Z_w$$

und die Blindleistung ist sowohl gleich  $I^2 X$  als auch

$$\text{gleich } I_b^2 \cdot \frac{R^2 + X^2}{X} = I_b^2 \cdot Z_b,$$

wo  $Z_w$  die Wirkimpedanz und  $Z_b$  die Blindimpedanz bedeuten.

Ich hoffe, später zeigen zu können, dass auch andere Probleme als die hier näher behandelte Berechnung der Stromverteilung eines Wechselstromsystems sich vereinfachen lassen durch Benützung der Wirk- und Blindgrößen.

Man wäre vielleicht geneigt, einzuwenden, dass dem entgegensteht, dass die Stromwärmeverluste  $I^2 R$  vom Gesamtstrom abhängig sind. Der Gesamtstrom  $I$  lässt sich stets sofort aus  $\sqrt{w^2 + b^2}$  finden, auch dann, wenn die senkrechten Stromkomponenten sich nicht auf die Lokalspannung am betreffenden Element der Strombahn beziehen.

Sind  $w$  und  $b$  die Wirk- und Blindstromkomponenten, bezogen auf die Klemmenspannung des betreffenden Elementes (Lokalspannung), so lässt sich übrigens die Stromwärme  $I^2 R$ , d. h. die Wirkleistung

auch aus dem Wirkstrom allein finden. Es ist nämlich, wie Fig. 12 zeigt:

$$I^2 \cdot R = \left( \frac{w}{\cos \varphi} \right)^2 \cdot R = \frac{w^2 Z^2}{R} = w^2 \cdot \frac{R^2 + X^2}{R}$$

wobei wieder (wie bei Beispiel I)

$$\frac{R^2 + X^2}{R} = Z_w$$

als Wirkimpedanz bezeichnet wird. Die Stromwärme  $I^2 R$  ist dann gleich  $(I_w)^2 \cdot Z_w$ , und man erhält den

*Satz:* Die Wirkleistung in einem Strombahnelement ist gleich dem Quadrat des Wirkstromes (bezogen auf die Richtung seiner lokalen Klemmenspannung), multipliziert mit der Wirkimpedanz

$$Z_w = \frac{R^2 + X^2}{R}$$

In gleicher Weise erhält man den weiteren

*Satz:* Die Blindleistung in einem Element der Strombahn ist gleich dem Quadrat des Blindstromes multipliziert mit der Blindimpedanz

$$Z_b = \frac{R^2 + X^2}{X}$$

Da die Wirkleistungen die Arbeit und die Arbeitsverluste unserer Maschinen und Anlagen darstellen, während die Blindleistungen mit den magnetischen Feldern und deren Streuungen zusammenhängen, kann man auch andere Probleme als die hier behandelten lösen durch getrennte Rechnungen über Wirkleistungen und ihre Wirkungsgrade sowie über die dann getrennten Blindleistungen und deren Wirkungsgrade. Wenn man im Auge behält, dass vom allgemeinen Standpunkte der Physik aus die Arbeit eine viel einfachere Einheit darstellt als der elektrische Strom und die Spannung, ist zu erwarten, dass Rechnungen mit Wirk- und Blindleistungen und deren Wirkungsgraden manche Vereinfachung bringen können gegenüber den Berechnungen mit Strömen, Spannungen und deren Phasenverschiebungen.

Vielleicht werden wir später Gelegenheit haben, dies an weiteren Beispielen zu sehen.

## Festigkeitsversuche an imprägnierten hölzernen Leitungsmasten.

Mitgeteilt von den Nordostschweizerischen Kraftwerken A.-G., Baden, und den Elektrizitätswerken des Kantons Zürich, Zürich.

621.315.668.1.0014

Es wird über Festigkeitsversuche an alten hölzernen Leitungsmasten berichtet. Diese Versuche zeigen, dass auch 30-jährige Holzstangen, wenn sie durch Fäulnispilze nicht angegriffen sind, im allgemeinen immer noch eine genügende Festigkeit aufweisen, so dass die Bestrebungen zur Verlängerung der Lebensdauer durchaus gerechtfertigt sind.

L'auteur relate des essais de résistance effectués sur de vieux poteaux de lignes électriques en bois. Ces essais démontrent que même des poteaux âgés de 30 ans présentent encore une résistance mécanique suffisante, s'ils ne sont pas atteints par les champignons. Les efforts en vue de prolonger la durée des poteaux sont donc parfaitement justifiés.

Beim Auftreten von orkanartigen Sturmwinden, wie die, welche in einigen Gegenden der Ostschweiz am 20. Juli 1935 zu verzeichnen waren, kamen schon

da und dort Brüche von Holzstangen an Regelleitungen vor. Wenn es sich hierbei um Stangen handelte, die offenbar durch vorgeschrittene Fäulnis