

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 39 (1948)  
**Heft:** 13

**Artikel:** Der Einfluss des thermischen Widerstandsrauschens und des Schroteffektes auf die Störmodulation von Oszillatoren  
**Autor:** Spälti, A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1057957>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 29.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN

## DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS

### Der Einfluss des thermischen Widerstandsrauschens und des Schroteffektes auf die Störmodulation von Oszillatoren

Von A. Spälti, Zürich

621.396.822

Die Berücksichtigung der Rauschspannungen in einem aus linearen Elementen bestehenden Oszillator ergibt, dass die Kreisverstärkung des Oszillators nicht genau eins, sondern ganz wenig kleiner ist. Die Oszillatorspannung besteht nicht aus einer einzigen diskreten Frequenz, sondern aus einem kontinuierlichen Frequenzspektrum, welches mit der selektiv verstärkten Rauschspannung identisch ist. Dieses Frequenzspektrum und der damit zusammenhängende Störmodulationsgrad werden in Funktion der Oszillatordaten berechnet. Es zeigt sich, dass die linear demodulierte Oszillatorspannung ein vom thermischen Rauschen grundsätzlich verschiedenes Spektrum aufweist. Für gegebene Elemente eines Oszillators wird die optimale Dimensionierung für minimale Störmodulation bestimmt. Eine Kunstschaltung zur Kleinhaltung der Störmodulation wird diskutiert.

Si l'on considère les tensions de souffle d'un oscillateur à éléments linéaires, l'amplification dans le circuit de l'oscillateur n'est pas égale à l'unité, mais très légèrement inférieure. La tension de l'oscillateur ne comporte pas une unique fréquence discrète, mais un spectre de fréquences continu, identique à celui de la tension de souffle amplifiée sélectivement. Ce spectre de fréquence et, par suite, le degré de la modulation introduite par le bruit, sont calculés en fonction des caractéristiques de l'oscillateur. On constate que la tension de l'oscillateur démodulée linéairement présente un spectre tout à fait différent de celui qui est dû à l'agitation thermique. Pour des éléments donnés d'un oscillateur, l'auteur détermine le dimensionnement optimum qui permet de réduire au minimum la modulation due aux bruits parasites. Pour terminer, il présente un artifice de couplage destiné à réduire cette modulation.

#### 1. Einleitung

Die Erzeugung elektrischer Schwingungen mit Hilfe rückgekoppelter Elektronenröhrenverstärker findet in der Schwachstrom- und Messtechnik die mannigfaltigste Anwendung. Die theoretischen Grundlagen zum Selbsterregungsproblem [1, 2]<sup>1)</sup> sind vollständig geklärt und auch weiten Kreisen geläufig. Die bekannteren Arbeiten beschäftigen sich hauptsächlich mit den Voraussetzungen, die zum Zustandekommen einer stationären Schwingung führen. Meist wird bemerkt, dass eine beliebig kleine Störspannung, beispielsweise das Widerstands- oder Röhrenrauschen, den Anstoss zur Selbsterregung gibt. Diese Fremdspannung wird dann im stationären Schwingungszustand nicht mehr berücksichtigt, was zum Schluss führt, dass die Oszillatorspannung bei Verwendung eines linearen Verstärkers eine reine Sinusspannung sei. Der Grund für diese Vernachlässigung ist wohl darin zu suchen, dass die Rauschspannungen an sich sehr klein sind; beispielsweise entspricht einem Widerstand von  $10^3 \Omega$  bei 10 Hz Frequenzbandbreite und Zimmertemperatur eine Rauschspannung von rund  $1,3 \cdot 10^{-8}$  V.

Strutt [3] macht in einer kürzlich erschienenen Veröffentlichung über das Rauschen von Mischröhren auf die Störmodulation von Oszillatoren aufmerksam und verweist dabei auf eine Dissertation von Tsonge Shih [4]. Dieser Autor hat den Störmodulationseffekt von Oszillatoren rein experimentell untersucht. Durch Variation der Parameter hat er auch einen qualitativen Zusammenhang zwischen

der Störmodulation und den Oszillatordaten gefunden; doch fehlt eine genaue Berechnung, mit welcher die Messwerte verglichen werden können. Eine Kontrolle dieser Resultate mit den in diesem Aufsatz angegebenen Formeln ist nicht möglich, da wesentliche Betriebsdaten der untersuchten Schaltung fehlen. Die Störmodulation wurde in Funktion des Rückkopplungsfaktors gemessen, und es geht aus den angegebenen Kurven hervor, dass die Oszillatorröhre in den meisten Fällen im ausgesprochenen C-Betrieb arbeitet. Diese kann man deshalb nicht mehr als lineares Element betrachten, wodurch die Störmodulationsverhältnisse einer genauen Berechnung entzogen werden.

Im vorliegenden Aufsatz wird nun gezeigt, dass die Berücksichtigung der Rauschspannungen im stationären Schwingungszustand ein stetiges Frequenzspektrum der Oszillatorausgangsspannung zur Folge hat. In vielen praktischen Fällen, namentlich bei Messproblemen, ist der Verlauf dieses Spektrums von Bedeutung.

#### 2. Die charakteristische Selbsterregungsgleichung

Ein elektrischer Schwingungserzeuger kann bestehen aus einem Verstärker (aktiver Vierpol), dessen Ausgangsspannung über einen geeigneten Spannungsteiler (passiver Vierpol) an seine Eingangs-klemmen zurückgeführt ist (Fig. 1).

Für die Herleitung der Selbsterregungsgleichung denkt man sich die Verbindung zwischen Ausgang A und Eingang B aufgetrennt und belastet die nun offenen Klemmenpaare nach Fig. 2.

<sup>1)</sup> siehe Literaturverzeichnis am Schluss.

Unter diesen Voraussetzungen bedeuten  $v$  das Spannungsübertragungsmass (Verhältnis der Ausgangs- zur Eingangsspannung) von  $A$ , und  $f$  das Spannungsübertragungsmass von  $B$ .  $U_r$  ist die auf den Eingang von  $A$  reduzierte Rauschspannung und

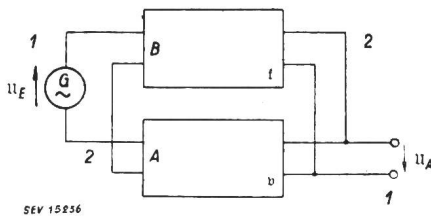


Fig. 1  
Elektrischer Schwingungserzeuger  
 $A$  Aktiver Vierpol;  $B$  Passiver Vierpol;  
1 Ausgänge; 2 Eingänge

berechnet sich als die in der Anordnung Fig. 2 am Ausgang von  $A$  gemessene Rauschspannung, dividiert durch das Spannungsübertragungsmass  $v$ . Den grössten Beitrag zu  $U_r$  liefert das thermische Widerstandsrauschen, hervorgerufen durch den Realteil  $R_{th}$  der Impedanz, welche an der Verbindungsleitung zwischen  $A$  und  $B$  gemessen wird, und der Schroteffekt der am Eingang von  $A$  liegenden

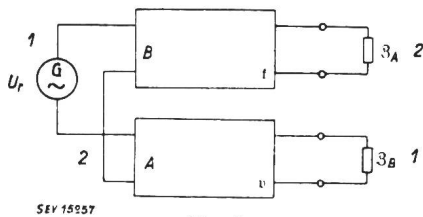


Fig. 2  
Elektrischer Schwingungserzeuger  
 $A$  Aktiver Vierpol;  $B$  Passiver Vierpol; 1 Ausgänge; 2 Eingänge;  $3_A$  Ausgangsimpedanz von  $A$ ;  $3_B$  Ausgangsimpedanz von  $B$ ;  $U_r$  Rauschspannung

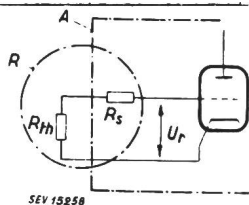
Röhre. Das thermische Widerstandsrauschen wird durch die Wärmebewegung der in einem Leiter vorhandenen Elektronen verursacht und berechnet sich als [5]:

$$U_{th} = \sqrt{4 K T R_{th} \Delta f}, \text{ wo} \quad (1)$$

- $K$  Boltzmannsche Konstante:  $1,37 \cdot 10^{-23} \text{ J/}^\circ\text{C}$  (1a)
- $T$  Absolute Temperatur
- $R_{th}$  Realteil der Impedanz, an welcher  $U_{th}$  gemessen wird
- $\Delta f$  Frequenzbandbreite.

Als Schroteffekt einer Röhre bezeichnet man die durch die quantenhafte Zusammensetzung des Anodenstromes bedingten Anodenstromschwankungen. Diese haben dieselbe spektrale Verteilung wie die thermische Rauschspannung. Für die Rechnung

Fig. 3  
Ersatzschema für den Eingang von  $A$  des elektrischen Schwingungserzeugers Fig. 1  
 $R_s$  Aequivalenter Rauschwiderstand der Röhre;  $R_{th}$  Realteil der Impedanz, gemessen an der Verbindungsleitung zwischen  $A$  und  $B$  in Fig. 2  
 $R = R_s + R_{th}$



ist es zweckmässig, wenn man sich den Schroteffekt durch eine thermische Rauschspannung hervorge-

rufen denkt, welche am Gitter einer schroteffekt-freien Röhre liegend Anodenstromschwankungen von der tatsächlichen Grösse erzeugt. Der Widerstand, welcher eine solche Rauschspannung erzeugt, ist der äquivalente Rauschwiderstand [5] der Röhre. Für den Eingang von  $A$  gilt bezüglich Rauschspannungen das Ersatzschema Fig. 3.

Die Rauschspannung ist nach (1):

$$U_r = \sqrt{4 K T R \Delta f} \quad (2)$$

$U_r$  besteht aus einem kontinuierlichen Spektrum von Sinusschwingungen unendlich kleiner Amplituden, deren Frequenzen im Bereich  $\Delta f$  liegen. Eine einzelne gedachte Schwingung aus diesem Spektrum sei  $U_E$ . Für die folgende Berechnung des Effektivwertes der Oszillatorspannung benötigt man  $U_E^2$ . Dieser Wert berechnet sich aus (2), indem man  $\Delta f$  unendlich klein werden lässt:

$$U_E^2 = d(U_r^2) = 4 K T R df \quad (2a)$$

Nach Fig. 1 ergibt sich die Spannungsgleichung:

$$U_A = (U_A f + U_E) v$$

$$\frac{U_A}{U_E} = \alpha = \frac{v}{1 - f v} \quad (3)$$

Nach der bekannten Rückkopplungstheorie entsteht Selbsterregung, wenn das Produkt

$$v f = 1 \quad (4)$$

wird. In Fig. 1 bedeutet dies unter Vernachlässigung von  $U_E$ , dass eine am Eingang von  $A$  gedachte Spannung derart verstärkt und von  $B$  derart gedämpft wird, dass sie am Ausgang von  $B$  mit gleicher Amplitude und Phase wieder erscheint.

Setzt man voraus, dass in einem kleinen, jedoch endlichen Frequenzbereich  $\Delta f$

$$1 - v f = g \quad (5)$$

sehr klein, jedoch nicht null ist, dann ist in diesem Bereich  $\alpha$  sehr gross. Die Rauschspannung in diesem Bereich ist endlich [vergl. (2a)]

$$U_r = \sqrt{4 K T R \Delta f} = \sqrt{\int_{\Delta f} \frac{U_E^2}{df} df} \quad (6)$$

Jede einzelne Schwingung  $U_E$  des Rauschspannungsspektrums wird mit  $\alpha$  verstärkt. Somit wird die Ausgangsspannung des Oszillators

$$U_{rA} = \sqrt{\int_{\Delta f} \frac{U_E^2}{df} a^2 df} \quad (7)$$

je nach dem Wert von  $a$  beliebig gross. Weiter sei vorausgesetzt, dass

$$\int_{f=-\infty}^{f=+\infty} \frac{dv}{1 - v f} = 0, \quad (8)$$

dann ist das Kriterium für einen stabilen, rückgekoppelten Verstärker erfüllt (Stabilitätskriterium nach Nyquist [1]).

Da die Voraussetzungen (5) und (8) eine endliche Oszillatorspannung zur Folge haben und einen stabilen Zustand kennzeichnen, ist damit bewiesen, dass  $U_{rA}$  die eigentliche Oszillatorspannung im stationären Zustand darstellt, sofern man (7) über sämtliche Frequenzen von 0 bis  $\infty$  integriert. Die Oszillatorspannung besteht demnach nicht aus einer diskreten Frequenz, sondern aus einer ganzen Wellengruppe. In diesem Spektrum treten nur diejenigen Schwingungen mit grosser Amplitude auf, für welche  $\nu f$  nahezu 1 wird. Die Oszillatorspannung ist also identisch mit der selektiv verstärkten Rauschspannung.

Voraussetzung für die Berechnungsmöglichkeit des Oszillatorspannungsspektrums mit Hilfe der Gleichungen (3) und (7) ist die Linearität von  $\nu$  und  $f$  für die Spannungen des stationären Schwingungszustandes.

Die Bedingung  $1 - \nu f \ll 1$  für die gewünschte Oszillatorfrequenz muss in der Praxis nicht unbedingt durch ausserordentlich genaue Dimensionierung von  $\nu$  und  $f$  realisiert werden, sondern ergibt sich automatisch, wenn einer der beiden Faktoren spannungsabhängig gemacht wird. Die Verstärkung einer Röhre kann z. B. dadurch reguliert werden, dass man die Oszillatorspannung gleichrichtet und mit dieser Gleichspannung die Gittervorspannung der Röhre ändert. Ein passiver Vierpol kann durch Verwendung von temperaturabhängigen Widerständen (Glühlampe) spannungsabhängig gemacht werden. Ist beim Einschalten eines solchen Oszillators  $\nu f$  reell und  $> 1$ , so wächst die Oszillatorspannung so lange exponentiell an, bis infolge der Spannungsabhängigkeit von  $\nu$  oder  $f$  Gleichung (8) erfüllt ist.

### 3. Der durch Schwingkreis gesteuerte Oszillator (LC-Oszillator)

Beabsichtigt ist, als Beispiel das Frequenzspektrum der Oszillatorschwingung eines LC-Oszillators zu berechnen.

Aus der Vielfalt von LC-Rückkopplungsschaltungen wird die Schaltung Fig. 4 untersucht. Für an-

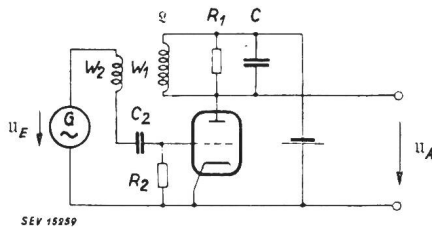


Fig. 4  
LC-Oszillator  
(Erklärung im Text)

dere Schaltungen kann das Frequenzspektrum durch sinngemässe Anwendung von Gleichung (3) gefunden werden.

Die Aufgabe besteht darin, nach Fig. 4 den aktiven und passiven Vierpol zu definieren und aus den Schaltelementen die Grössen  $\nu$  und  $f$  zu berech-

nen. Dann folgt nach (3) die Verstärkung für jede einzelne Schwingung des Rauschspannungsspektrums.

Es sei vorausgesetzt, dass die Elemente  $R_1$  und  $C_2$  genügend gross sind, so dass sie die Verstärkungs- und Dämpfungsverhältnisse nicht beeinflussen.

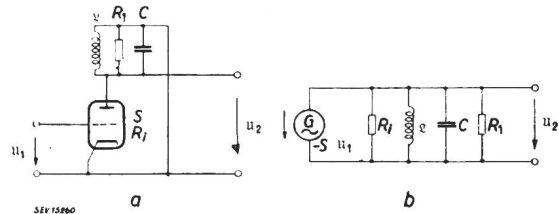


Fig. 5  
Aktiver Vierpol des LC-Oszillators Fig. 4  
a Schaltung entsprechend Fig. 4; b Stromersatzschema;  
S Steilheit der Röhre;  $R_l$  Innenwiderstand der Röhre

Die Röhre mit dem Schwingkreis als Aussenwiderstand stellt den aktiven Vierpol dar. Die Verstärkung  $\nu$  lässt sich aus dem Stromersatzschema berechnen (Fig. 5):

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{u_2}{u_1} \\ &= -S \beta = -S \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_l}} \end{aligned} \quad (9)$$

Mit den Definitionen:  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (9a)$

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0} \quad (9b)$$

$$R_0 = \frac{R_1 R_l}{R_1 + R_l} \quad (9c)$$

$$Q = \frac{R_0}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \quad (9d)$$

folgt aus (9)

$$\nu = \frac{-S R_0}{1 + jQ\left(\Omega - \frac{1}{\Omega}\right)} \quad (10)$$

Für die Selbsterregung sind nur die Frequenzen in unmittelbarer Nähe der Resonanzfrequenz ( $\Omega \sim 1$ ) von Bedeutung. Dann ist

$$\Omega = 1 + \delta \quad \delta \ll 1 \quad (11)$$

Gleichung (11) in (10) eingesetzt und vereinfacht ergibt die zweckmässige Näherungslösung

$$\nu = \frac{-S R_0}{1 + j2Q\delta} \quad (12)$$

Der passive Vierpol wird nach Fig. 4 aus dem Schwingkreis  $C R_1 L$  mit der Sekundärwicklung  $w_2$  gebildet. Unter der Voraussetzung eines idealen Übertragers wird das Übertragungsmass:

$$\xi = -\frac{w_2}{w_1} = -k \quad (13)$$

Es ist also frequenzunabhängig und reell.

Durch Einsetzen von (12) und (13) in (3) erhält man die Verstärkung  $\alpha$  für eine im Gitterkreis gedachte Schwingung  $u_E$  des Rauschspannungsspektrums:

$$\frac{u_A}{u_E} = \alpha = \frac{-S R_0}{1 + j 2 Q \delta} \cdot \frac{1}{1 - \frac{S R_0}{1 + j 2 Q \delta} k} \quad (14)$$

Die Steilheit  $S$  der Röhre ist infolge der Gittergleichrichtung ( $R_2, C_2$  in Fig. 4) abhängig von der Oszillatorausgangsspannung  $U_{rA}$ . Ist  $S$  die Steilheit bei der Ausgangsspannung  $U_{rA}$  und  $S_0$  bei  $U_0$ ,

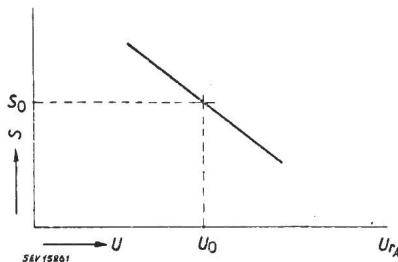


Fig. 6

Abhängigkeit der Steilheit von der Oszillatorausgangsspannung bei der Schaltung nach Fig. 4.  
 $S$  Steilheit der Röhre;  $U_{rA}$  Oszillatorspannung

so besteht in einem bestimmten Bereich nach Fig. 6 die Beziehung:

$$\frac{S_0 - S}{S} = (U_{rA} - U_{a0}) p \quad (15)$$

$$\gamma = \frac{S_0}{S} - 1 \quad (16)$$

$S_0$  ist diejenige Steilheit, wofür das Produkt  $\eta \xi$  bei der Resonanzfrequenz ( $\delta = 0$ ) gleich 1 wird. Also ist nach (14)

$$k = \frac{1}{S_0 R_0} \quad (17)$$

$S$  ist die im stationären Schwingungszustand tatsächlich vorhandene Steilheit. Das Verhältnis  $\frac{S_0}{S}$  weicht nach (5) sehr wenig von 1 ab, d. h.  $\gamma$  in (16) ist sehr klein. Die Grössen  $U_0$  und  $p$  sind Konstanten und aus dem Röhrenkennlinienfeld berechenbar.

Durch Einsetzen von (16) und (17) in (14) und Vernachlässigung von  $\gamma$  gegenüber 1 folgt:

$$\alpha = \frac{-S_0 R_0}{\gamma + j 2 Q \delta} \quad (18)$$

Gleichung (18) stellt somit für eine Oszillatorschaltung nach Fig. 4 die Verstärkung für eine im Gitterkreis der Röhre liegende einzelne Schwingung des Rauschspannungsspektrums dar.

Für die Berechnung des Effektivwertes und des Spektrums der Oszillatorausgangsspannung spielt die Phase der einzelnen Schwingungen  $u_E$  der gitterseitigen Rauschspannungen und der Verstärkung  $\eta$  keine Rolle. Die Verstärkung  $\alpha$  ist gleich dem Absolutwert der Gleichung (18):

$$|\alpha| = \frac{S_0 R_0}{\sqrt{\gamma^2 + 4 Q^2 \delta^2}} \quad (19)$$

Aus (19) und (7) folgt die Oszillatorausgangsspannung:

$$U_{rA} = \sqrt{\int \frac{U_E^2}{df} \frac{S_0^2 R_0^2}{\gamma^2 + 4 Q^2 \delta^2} df} \quad (20)$$

Der Wert  $\frac{U_E^2}{df}$  ist nach (2a) bekannt; für  $\delta$  wird die Definition nach (9b) und (11) eingesetzt, so dass sich (20) schreiben lässt:

$$U_{rA} = \sqrt{\int 4 K T R \frac{S_0^2 R_0^2}{\gamma^2 + 4 Q^2 \left(\frac{f}{f_0} - 1\right)^2} df} \quad (21)$$

Zur Integration wird (21) quadriert:

$$U_{rA}^2 = \int 4 K T R S_0^2 R_0^2 \frac{1}{\gamma^2 + 4 Q^2 \left(\frac{f}{f_0} - 1\right)^2} df \quad (22)$$

Die Integration erfolgt mit der Substitution  $\frac{f}{f_0} - 1 = \delta$  und ergibt:

$$U_{rA}^2 = \frac{4 K T R S_0^2 R_0^2 f_0}{2 \gamma Q} \operatorname{arctg} \frac{2 Q}{\gamma} \left(\frac{f}{f_0} - 1\right) \Big|_{f_1}^{f_2} \quad (23)$$

Für den mathematisch genauen Wert von  $U_{rA}^2$  muss über sämtliche Frequenzen von 0 bis  $\infty$  integriert werden. (22) gilt aber wegen der Voraussetzung (11) nur in einem engen Bereich um  $f_0$ . Aus der folgenden Berechnung geht jedoch hervor, dass der Wert des Integrals (23) ausschliesslich von diesem engen Frequenzbereich bestimmt wird. Die Integrationsgrenzen werden symmetrisch zu  $f_0$  gewählt;

$$\begin{aligned} f_1 &= f_0 - \Delta f \\ f_2 &= f_0 + \Delta f \end{aligned} \quad (24)$$

aus (23) folgt:

$$U_{rA}^2 = \frac{4 K T R S_0^2 R_0^2 f_0}{2 \gamma Q} \left[ \operatorname{arctg} \frac{2 Q \Delta f}{\gamma f_0} - \operatorname{arctg} \frac{-2 Q \Delta f}{\gamma f_0} \right] \quad (25)$$

Sobald

$$\frac{2 Q \Delta f}{f_0} \gg \gamma$$

was bei zweckmässiger Wahl des Integrationsbereiches immer der Fall ist, wird der Klammerausdruck

in (25) zu  $\pi$ , die Ausgangsspannung  $U_{rA}$  also von der integrierten Frequenzbandbreite unabhängig:

$$U_{rA}^2 = \frac{2 \pi KTR S_0^2 R_0^2 f_0}{\gamma Q} \quad (26)$$

$\gamma$  ist in diesem Ausdruck noch unbekannt. In (15) besteht aber eine weitere Beziehung zwischen  $U_{rA}$  und  $\gamma$ , so dass sich beide Grössen berechnen lassen. (15) nach  $U_{rA}$  aufgelöst und in (26) eingesetzt, ergibt:

$$\left(\frac{\gamma}{p} + U_0\right)^2 = \frac{2 \pi KTR S_0^2 R_0^2 f_0}{\gamma Q} \quad (27)$$

Für  $\frac{\gamma}{p} \ll U_0$  folgt:

$$\gamma = \frac{2 \pi KTR S_0^2 R_0^2 f_0}{U_0^2 Q} \quad (28)$$

Dass die Voraussetzung  $\gamma \ll 1$  berechtigt war, kann folgendem numerischen Beispiel entnommen werden. Das Beispiel liegt nicht irgendwie extrem, sondern entspricht einem in der Rundfunktechnik üblichen Fall.

$K = 1,37 \cdot 10^{-23}$	J/°C Boltzmannsche Konstante	} (29)
$T = 300$ °C	Absolute Temperatur	
$R = 5000$ $\Omega$	Rauschwiderstand der Röhre	
$S_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ A/V	Steilheit der Röhre	
$R_0 = 10^4$ $\Omega$	Resonanzwiderstand des Schwingkreises	
$f_0 = 10^6$ Hz	Oszillatorfrequenz	
$U_0 = 20$ V	Schwingspannung des Oszillators	
$Q = 100$	Kreisgüte	

Mit diesen Werten wird:

$$\gamma = 1,29 \cdot 10^{-12}$$

Durch Einsetzen von (28) in (22) und Differenzieren nach  $f$  folgt das Frequenzspektrum der Oszillator-Ausgangsspannung:

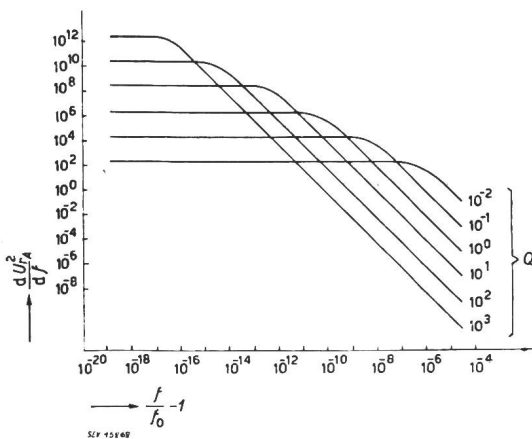


Fig. 7

Frequenzspektrum der Oszillatorausgangsspannung  $U_{rA}$  Rauschspannung;  $f, f_0$  Frequenzen;  $Q$  Gütefaktor

$$\frac{d U_{rA}^2}{d f} = \frac{KTR S_0^2 R_0^2}{Q^2 \left(\frac{f}{f_0} - 1\right)^2 + \frac{\pi^2 K^2 T^2 R^2 S_0^4 R_0^4 f_0^2}{U_0^4 Q^2}} \quad (30)$$

und durch Einsetzen von (28) in (26) ihr Effektivwert:

$$U_{rA} = U_0 \quad (30a)$$

Für das unter (29) angegebene Beispiel ist das Frequenzspektrum mit  $Q$  als Parameter in Fig. 7 graphisch dargestellt.

#### 4. Der widerstandskapazitätsgesteuerte Oszillator (RC-Oszillator)

Analog Abschnitt 3 soll hier das Frequenzspektrum der Oszillatorspannung eines RC-Oszillators berechnet werden. Fig. 8 zeigt eine gebräuchliche Schaltung.

Der aktive Vierpol enthält einen Verstärker, welcher durch Spannungsgegenkopplung sehr stark linearisiert ist, so dass sein Spannungsübertragungsmass  $\nu = v$  in weiten Grenzen frequenz- und belastungsunabhängig ist. Die verstärkungsbestimmende Gegenkopplungsspannungsteilung  $G'G''$  ist vom Effektivwert der Ausgangsspannung abhängig, da  $G''$  aus einem Heissleiter (Glühlampe) besteht.

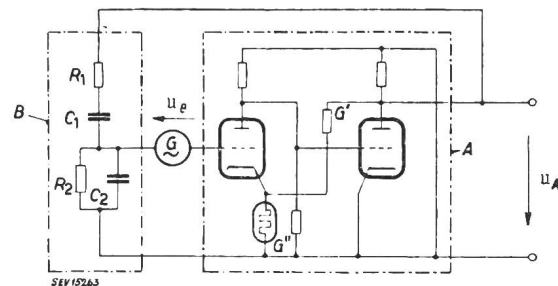


Fig. 8

Blockschema eines RC-Oszillators (Erklärung im Text)

Das Spannungsübertragungsmass des passiven Vierpols  $B$  beträgt nach Fig. 8:

$$k = \frac{1}{1 + \left(R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right) \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}\right) \frac{R_2}{j\omega C_2}} \quad (31)$$

$$k = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} + j\omega C_2 R_1 + \frac{1}{j\omega C_1 R_2}}$$

Mit den Abkürzungen und Definitionen:

$$C_1 = C_2 = C$$

$$\frac{R_1}{R_2} = n$$

$$\omega_0 = \frac{1}{|R_1 R_2 C_1 C_2|} = \frac{1}{R_2 C |n|} \quad (32)$$



$$\frac{\omega}{\omega_0} = (1 + \delta) = \frac{f}{f_0}$$

folgt aus (31):

$$k = \frac{1}{2 + n + j\sqrt{n} \left(1 + \delta - \frac{1}{1 + \delta}\right)} \quad (33)$$

Wie beim LC-Oszillator sind auch hier für die Selbsterregung nur die in unmittelbarer Nähe der Resonanzfrequenz liegenden Frequenzen von Bedeutung, d. h.  $\delta$  ist klein, so dass man für (33) schreiben kann:

$$k = \frac{1}{2 + n + j 2 \delta \sqrt{n}} \quad (34)$$

Die spannungsabhängige Verstärkung sei

$$v = \frac{v_0}{1 + \gamma} \quad (35)$$

$$v_0 = 2 + n \quad (36)$$

$\gamma$  hat dieselbe Bedeutung wie beim LC-Oszillator, ist also sehr klein.  $v_0$  ergibt bei der Resonanzfrequenz die Rückkopplungsbedingung  $vk = 1$  (4). Die charakteristischen Grössen des Oszillators sind damit bestimmt und durch Einsetzen von (34), (35) und (36) in (3) folgt:

$$\alpha = \frac{\frac{v_0}{1 + \gamma}}{1 - \frac{v_0}{(1 + \gamma)(2 + n + j 2 \delta \sqrt{n})}} \quad (37)$$

$$\alpha = \frac{v_0}{\gamma + j 2 \delta \frac{\sqrt{n}}{2 + n}}$$

Vergleicht man diese Formel mit der entsprechenden Gleichung (18) des LC-Oszillators, so findet man völlige Übereinstimmung, wenn man definiert:

$$\left. \begin{aligned} v_0 &= -S_0 R_0 \text{ Verstärkung} \\ &\text{für die Resonanzfrequenz} \\ \frac{\sqrt{n}}{2 + n} &= Q \text{ Kreisgüte} \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Alle Berechnungen, die auf Grund von (18) angestellt wurden, gelten mit den Definitionen (38) auch für den RC-Oszillator.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen dem RC- und dem LC-Oszillator besteht jedoch darin, dass die «Kreisgüte» des RC-Kreises auch theoretisch nicht beliebig gross gemacht werden kann. Der Ausdruck

$$\frac{\sqrt{n}}{2 + n} = Q$$

hat ein Maximum:

$$\frac{dQ}{dn} = \frac{(2 + n) \frac{1}{2} n^{-\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}}}{(2 + n)^2} = 0 \quad (39)$$

$$Q_{max} = \frac{\sqrt{2}}{4} = 0,354 \quad n = 2 \quad (40)$$

Der RC-Spannungsteiler entspricht also einem sehr stark gedämpften Schwingungskreis.

### 5. Die Qualität von Oszillatorschwingungen als Träger amplitudenmodulierter Sender

Die Tatsache, dass jeder Oszillator grundsätzlich nicht eine diskrete Frequenz, sondern eine ganze Wellengruppe liefert, kann qualitativ auch so interpretiert werden, dass die Oszillatorspannung nicht rein sinusförmig, sondern stets moduliert ist. Die Grösse dieser Störmodulation soll im folgenden berechnet werden. Dabei wollen wir uns auf die Betrachtung von tonfrequenzmodulierten Sendern beschränken. Diese kennzeichnen sich dadurch, dass sich die Seitenbänder in einem Frequenzgebiet von  $\pm 20 \text{ Hz} \dots 15 \text{ kHz}$  um die Trägerfrequenz gruppieren.

Die Grösse des durch das Widerstands- und Röhrenrauschen bedingten Störmodulationsgrades könnte direkt aus Gleichung (30) berechnet werden, indem man  $\frac{dU_{rA}^2}{df}$  über den Bereich der Seitenbänder integriert. Durch eine zweckmässige Vereinfachung kommt man aber zu einem wesentlich übersichtlicheren Resultat.

Setzt man in Gleichung (19)  $\gamma = 0$ , so bedeutet das im Frequenzspektrum (Fig. 7) ein monotones Ansteigen von  $\frac{d(U_{rA}^2)}{df}$  mit kleiner werdendem  $\left|\frac{f}{f_0} - 1\right|$ ;

der Effektivwert der Oszillatorspannung wäre  $\infty$ . Ist nun der unter der Voraussetzung  $\gamma = 0$  berechnete Effektivwert des Seitenbandes  $20 \text{ Hz} \dots 15 \text{ kHz}$  klein gegenüber der tatsächlichen Oszillatorspannung, so befindet sich das Seitenband ausschliesslich auf dem in Fig. 7 unter  $45^\circ$  abfallenden Teil des Frequenzspektrums, wo  $\gamma$  praktisch ohne Einfluss auf die Spannung ist. Mit anderen Worten: Wenn der unter der Voraussetzung  $\gamma = 0$  berechnete Modulationsgrad klein ist, so war die Vernachlässigung  $\gamma = 0$  erlaubt.

An Stelle von (22) wird also geschrieben:

$$\frac{d(U_{rA}^2)}{df} = KTR S_0^2 R_0^2 \frac{1}{Q^2 \left(\frac{f}{f_0} - 1\right)^2} \quad (41)$$

Zur anschaulicheren Definition des Integrationsbereiches und der Integrationsgrenzen ist das Frequenzspektrum nach (41) in Fig. 9 dargestellt. Durch Integration von (41) folgt:

$$U_{r12}^2 = KTR S_0^2 R_0^2 \frac{f_0}{Q^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{f}{f_0} - 1\right)} \Bigg|_{f_2}^{f_1} \quad (42)$$

Mit den Definitionen (s. Fig. 9):

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= f_0 + \Delta f_1 \\ f_2 &= f_0 + \Delta f_2 \\ \Delta f &= \Delta f_2 - \Delta f_1 \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

wird der Effektivwert eines Seitenbandes:

$$U_{r12} = \sqrt{4 KTR \Delta f} S_0 R_0 \cdot \frac{f_0}{2 Q \sqrt{\Delta f_1 \Delta f_2}} \quad (44)$$

In diesem Ausdruck können deutlich drei charakteristische Faktoren unterschieden werden.

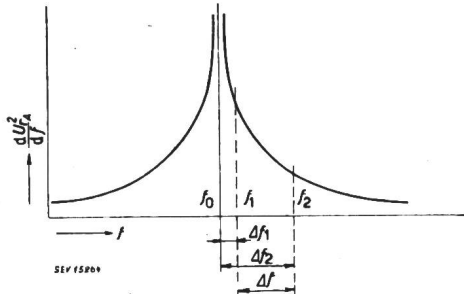


Fig. 9  
Frequenzspektrum nach Gleichung (41)  
Definition des Integrationsbereiches  
 $U_{rA}$  Rauschspannung;  $f_0 \dots f_2$  Frequenzen

Der erste Wurzelausdruck stellt das thermische Rauschen dar.  $S_0 R_0$  ist die Resonanzverstärkung des Verstärkers. Der letzte Ausdruck gibt an, in welchem Masse das Widerstandsrauschen durch die Rückkopplung verstärkt wird. Dieser ist proportional der Resonanzfrequenz und der reziproken Kreisgüte. Der Wurzelausdruck ist das geometrische Mittel des betrachteten Seitenfrequenzbandes. Bei der linearen Demodulation einer solchen Oszillator-schwingung unterscheidet sich das Störspannungsspektrum grundsätzlich vom üblichen Widerstandsrauschen dadurch, dass das Quadrat der Rauschspannung pro Frequenzbandbreite umgekehrt proportional dem Quadrat der betreffenden Frequenz ist, während es sonst frequenzunabhängig ist. Akustisch äussert sich dieser Unterschied gegenüber dem bekannten Verstärkerrauschen durch eine dumpfere Klangfarbe.

Der durch das Seitenband nach (44) verursachte Störmodulationsgrad wird

$$m = \frac{2 U_{r12}}{U_{rA}} \quad (45)$$

$$m = \frac{\sqrt{4 KTR \Delta f} S_0 R_0 f_0}{U_0 Q \sqrt{\Delta f_1 \Delta f_2}} \quad (46)$$

In den meisten praktischen Fällen ist  $\Delta f \sim \Delta f_2$ . Kürzt man diese Werte in (46), so erkennt man, dass der Modulationsgrad nicht vom demodulierten Frequenzband, sondern nur von der unteren Grenzfrequenz  $\Delta f_1$  abhängig ist.

Für die numerischen Werte nach (29) und  $\Delta f_1 = 20$  Hz,  $\Delta f_2 = 15$  kHz ist  $m$  in Funktion von  $f_0$  mit  $Q$  als Parameter in Fig. 10 dargestellt. Der punktierte Teil der Kurven gilt nur approximativ, denn in diesem Gebiet ist die Voraussetzung nicht erfüllt, dass das demodulierte Seitenband klein ist gegenüber der Oszillatorspannung  $U_0$ .

Die Forderungen, die an einen Oszillator mit möglichst kleiner Störmodulation gestellt werden, müssen also lauten:

- a. Schwingkreis schwach gedämpft
- b. Schwingkreis niederohmig
- c. Oszillatorröhre mit geringem Schroteffekt
- d. Verstärkung klein
- e. Schwingspannung gross

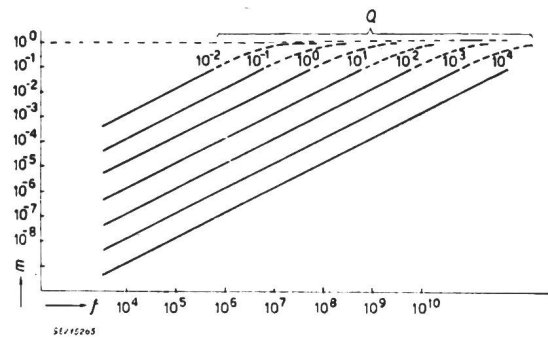


Fig. 10  
Störmodulationsgrad eines Oszillators mit den Daten Gleichung (29) bei einem Seitenband von 20 Hz...15 kHz  
 $m$  Modulationsgrad;  $f$  Frequenz;  $Q$  Gütefaktor

Sie laufen also parallel mit der Forderung nach möglichst hoher Frequenzstabilität [7].

### 6. Die Dimensionierung eines Oszillators mit minimaler Störmodulation

Bei der Dimensionierung eines Oszillators sind  $f_0$ ,  $\Delta f_1$  und  $\Delta f_2$  durch die Betriebsbedingungen, und  $S$  durch die zur Verfügung stehende Röhre gegeben. Die Grösse der Kreisgüte  $Q$  ist durch den Aufwand begrenzt. Die Werte  $R$ ,  $R_0$  und  $U_0$  sind voneinander abhängig, so dass für diese noch eine zweckmässige Wahl getroffen werden muss. Setzt man beispielsweise eine Schaltung nach Fig. 4 voraus, so ergeben sich folgende Verhältnisse:

$$R = R_s + R_{th} = R_s + \frac{R_0}{(S R_0)^2} \quad (47)$$

(Definition siehe Fig. 3)

Die bei gegebener Anodengleichspannung erzielbare grösste Wechselspannung  $U_0$  ist vom Röhrenaussenwiderstand abhängig (kleine Verzerrungen voraus-

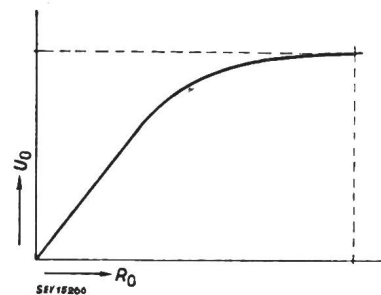


Fig. 11  
Bei gegebener Anodengleichspannung erzielbare grösste Wechselspannung  $U_0$  in Funktion des Röhrenaussenwiderstandes  $R_0$

gesetzt). Bei einem praktischen Beispiel wurde der Zusammenhang nach Fig. 11 gefunden; bei kleinem Belastungswiderstand ist  $U_0$  durch die Stromaussteuerung begrenzt, bei grossem Aussenwiderstand durch die Spannungsaussteuerung.



Der Verlauf lässt sich mit guter Annäherung darstellen durch die Gleichung:

$$U_0 = U_c \frac{R_0}{R_0 + R_c} \quad (48)$$

$U_c, R_c$  sind durch die Röhre gegebene Konstanten. Durch Einsetzen von (47) und (48) in (46) folgt:

$$m = \frac{\sqrt{4KT \Delta f} S_0 f_0}{Q \sqrt{\Delta f_1 \Delta f_2}} \cdot \frac{\sqrt{R_s + \frac{1}{S^2 R_0}} R_0}{U_c \frac{R_0}{R_0 + R_c}} \quad (49)$$

$$= b \frac{\sqrt{R_s + \frac{1}{S^2 R_0}} (R_0 + R_c)}{U_c}$$

$m$  wird ein Minimum für:

$$\frac{dm}{dR_0} = 0 \quad (50)$$

woraus  $R_0$  sich berechnen lässt als

$$R_0 = \frac{-1 + \sqrt{1 + 8 R_c R_s S^2}}{4 S^2 R_s} \quad (51)$$

Damit sind die Oszillatordaten für minimale Störmodulation bei gegebenen Betriebsdaten bestimmt.

### 7. Störmodulationsarme Kunstsaltungen

Die in den vorhergehenden Abschnitten angestellten Berechnungen sind allgemeingültig, solange ein Oszillator im linearen Bereich arbeitet. Eine extrem kleine Störmodulation kann nur durch entsprechende Wahl der Oszillatordaten erreicht werden.

Durch den Meacham-Oszillator [6] ist nun die Möglichkeit gegeben, die wirksame Kreisgüte  $Q$  ganz wesentlich zu vergrößern und damit die Frequenzstabilität zu verbessern. Dieser Oszillator ist dadurch gekennzeichnet, dass das frequenzbestimmende Element aus einer nahezu abgeglichenen Brückenschaltung besteht (Fig. 12).

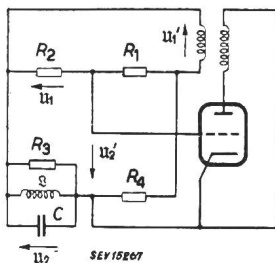


Fig. 12  
Meacham-Oszillator  
(Erklärung im Text)

Die Spannungsabhängigkeit der Kreisverstärkung wird dadurch erreicht, dass einer oder mehrere Widerstände  $R_1 \dots R_4$  spannungsabhängig ausgebildet werden. Da wir jedoch nur den stationären Zustand betrachten, nehmen wir diese Widerstände als konstant an unter der gleichzeitigen Voraussetzung, dass die Rückkopplungsbedingung (4) erfüllt sei.

Für die Brückenschaltung nach Fig. 12 bestehen folgende Voraussetzungen:

$$\frac{R_1}{R_2} = 1 + \alpha \quad |\alpha| \ll 1 \quad (52a)$$

$$R_3 = R_4 = R \quad (52b)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \frac{\omega}{\omega_0} = \Omega \quad \Omega = 1 + \delta \quad (52c)$$

$$\delta \ll 1$$

$$Q = \frac{R}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

Der Leitwert des Parallelschwingkreises ist:

$$\frac{1}{\mathfrak{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C$$

$$= \frac{1}{R} \left[ 1 + jQ \left( \Omega - \frac{1}{\Omega} \right) \right] = \frac{1}{R} (1 + j2Q\delta) \quad (53)$$

Weiter geht aus Figur 12 hervor

$$\frac{U_1'}{U_1} = 1 + \frac{R_1}{R_2} = 2 + \alpha \quad (54)$$

$$\frac{U_1'}{U_2} = 1 + \frac{R_4}{\mathfrak{Z}} = 2 + j2Q\delta \quad (55)$$

$$U_2 = U_1 - U_2' \quad (56)$$

Durch Einsetzen von (54) und (55) in (56) folgt:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{2 + \alpha} - \frac{1}{2 + jQ\delta 2}$$

$$= \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\alpha}{2} - 1 + jQ\delta \right) \quad (57)$$

$$\frac{U_2}{U_1} = -\frac{\alpha}{4} + j\frac{Q}{2} \delta = \epsilon$$

Zur Erfüllung der Rückkopplungsbedingung muss die Verstärkung der Röhre sein (Gitter bis Sekundärseite des Übertragers):

$$\nu = \frac{-4}{\alpha(1 + \gamma)} \quad (58)$$

Setzt man (57) und (58) in die für die Rauschspannung massgebende Gleichung (3) ein, so folgt:

$$\alpha = \frac{-\frac{4}{\alpha(1 + \gamma)}}{1 + \frac{4}{\alpha(1 + \gamma)} \left( -\frac{\alpha}{4} + j\frac{Q}{2} \delta \right)} \quad (59)$$

$$= \frac{-\frac{4}{\alpha}}{\gamma + j2\frac{Q}{\alpha} \cdot \delta}$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit der entsprechenden Gleichung (18) des LC-Oszillators Fig. 5,

so zeigt sich, dass die wirksame Kreisgüte  $Q' = \frac{Q}{\alpha}$  um den Faktor  $\frac{1}{\alpha}$  grösser ist. Ist  $\alpha$  klein, d. h. die Brücke nahezu im Gleichgewicht, so kann  $Q'$  leicht um mehr als eine Zehnerpotenz vergrössert werden.

### 8. Zusammenfassung

Die Berücksichtigung des thermischen Widerstandsrauschens und des Schroteffektes der Elektronenröhren bei Röhrengeneratoren ergibt, dass jeder Oszillator störmoduliert ist. Die Grösse dieser Störmodulation wurde berechnet, und die Forderungen an einen Oszillator mit möglichst geringer Störmodulation festgelegt. In der Praxis können diese Forderungen bis 1000 MHz ohne besondere Schwierigkeiten erfüllt werden; bei noch höheren Frequenzen verliert die Amplitudenmodulation an Bedeutung.

Die Störmodulation muss nicht nur beim Sender, sondern ebenso sehr beim Empfänger berück-

sichtigt werden, denn durch die Mischung des Empfangssignales mit dem im Überlagerungsempfänger vorhandenen Oszillator wird die Störmodulation dieses Oszillators auch auf die Zwischenfrequenz übertragen.

### Literatur

- [1] Nyquist, H.: Regeneration Theory. Bell Syst. Techn. J. Bd. 11(1932), Nr. 1, S. 126...147.
- [2] Barkhausen, Heinrich: Elektronen-Röhren, Bd. 3: Empfänger. VI + 255 S. — Leipzig, 1929.
- [3] Strutt, M. J. O.: Noise-Figure Reduction in Mixer-Stages. Proc. Inst. Radio Engr. Bd. 34(1946), Nr. 12, S. 942...950.
- [4] Shih, Tsonge: Das Rauschen der Elektronenröhren bei Selbsterregung. 45 S. — Diss. TH Dresden, 1937.
- [5] Rothe, Horst, u. Werner Kleen: Elektronenröhren als Anfangsstufenverstärker. — 2. Aufl. Leipzig, 1944.
- [6] Edson, W. A.: Intermittent Behavior in Oszillators. Bell Syst. Techn. J. Bd. 24(1945), Nr. 1, S. 1...22.
- [7] Braun, Arnold: Der frequenzstabile Schwingkopf-Generator. 80 S. — Diss. ETH Zürich, 1946.

Adresse des Autors:

Dr. sc. techn. A. Spälti, Eugen-Huber-Strasse 22, Zürich 48.

## Méthode graphique de contrôle de l'approvisionnement en énergie électrique d'une entreprise de production et de distribution

Par E. Dufour, Genève

621.311.154

*L'auteur expose une méthode graphique permettant de contrôler de façon suivie, au moyen de relevés hebdomadaires, la situation de l'approvisionnement en énergie électrique d'une entreprise de production et de distribution. Il montre ensuite l'application de la méthode à un cas concret et indique les avantages qu'on en peut tirer.*

*Der Autor stellt eine graphische Methode dar, die unter Verwendung wöchentlicher Bestandesaufnahmen eine fortlaufende Kontrolle der Energieversorgungsanlage eines Unternehmens der Produktion und Verteilung elektrischer Energie gestattet. Er wendet die Methode auf ein konkretes Beispiel an und weist dabei auf die Vorteile hin, die sie bietet.*

### I. Introduction

Les difficultés auxquelles se heurte depuis quelques années l'approvisionnement en énergie électrique de la Suisse pendant l'hiver exigent de la part des entreprises d'électricité une vigilance accrue dans le contrôle de l'évolution de leurs disponibilités et des fournitures d'énergie qu'elles ont à assumer. Il est en effet particulièrement important, en cas d'insuffisance des disponibilités hydrauliques, de pouvoir prendre en temps utile les mesures permettant d'éviter un épuisement prématuré des réserves d'énergie accumulées. Inversement, il est extrêmement utile de pouvoir évaluer aussitôt que possible dans la saison les surplus de production dont on pourra disposer, que ce soit pour venir en aide à d'autres entreprises peut-être moins favorisées, pour rétablir à leur valeur normale les fournitures qui ont dû être restreintes, ou enfin pour reprendre en temps voulu les fournitures occasionnelles à des chaudières électriques ou des usines électrochimiques.

Il est indispensable pour cela de pouvoir suivre régulièrement l'évolution de la situation en établissant à intervalles suffisamment rapprochés un budget des ressources et des consommations probables.

Les expériences faites à Genève, plus particulièrement depuis la mise en service de l'usine de

Verbois au début de 1943, ont montré qu'un contrôle mensuel de la situation est nettement insuffisant. En effet, étant donné la part prépondérante que représente dans le cas particulier la production au fil de l'eau par rapport à l'ensemble de la production d'énergie électrique, les variations des débits peuvent amener parfois en quelques jours des modifications considérables de l'état de l'approvisionnement, dont il importe de pouvoir tirer les conséquences sans retard.

Comme d'autre part, les changements journaliers revêtent généralement trop peu d'importance pour qu'il vaille la peine de les considérer isolément, on aboutit à la conclusion que la solution la plus adéquate consiste à exercer un *contrôle hebdomadaire*.

Le même raisonnement peut d'ailleurs s'appliquer au cas de l'approvisionnement en énergie de l'ensemble du pays et l'on peut remarquer qu'effectivement les offices fédéraux chargés de la surveillance dans ce domaine ont été conduits également à baser leurs dispositions sur les renseignements recueillis chaque semaine.

Parmi les moyens à disposition pour contrôler de manière suivie la situation de l'approvisionnement en énergie, la méthode graphique décrite ci-après, en usage depuis quelques années au Service de l'électricité de Genève, s'est révélée d'une grande