

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 41 (1950)  
**Heft:** 18

**Artikel:** Contribution à l'étude d'un réglage automatique  
**Autor:** Cuénod, M.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1058933>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 18.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

speicherung eines Halbspeicherofens entspricht. Es zeigte sich auch, dass täglich mehrere Sperrzeiten von 1...2 h Dauer ohne weiteres sich einfügen lassen.

Der Energieverbrauch und die Energiekosten während der 7monatigen Heizperiode im Winter 1949/50 sind aus Tabelle I ersichtlich:

Tabelle I

	Energieverbrauch in kWh			Energiekosten
	Tag	Nacht	Total	Fr.
1949				
Oktober . . .	220	130	350	22.15
November . . .	1180	650	1830	102.80
Dezember . . .	2400	800	3200	180.50
1950				
Januar . . .	2020	1070	3090	165.80
Februar . . .	1680	1330	3010	153.20
März . . .	1120	1030	2150	110.60
April . . .	890	410	1300	55.85
Total . . . .	9510	5420	14930	790.90
Jahresmiete für Schaltapparate				12.—
Gesamtsumme	9510	5420	14930	802.90
Mittel pro Monat . . . .	1359	774	2133	114.70

Aus den Gesamtsummenzahlen der Tabelle errechnen sich bei total 212 Tagen während der 7monatigen Heizperiode mittlere tägliche Werte des

Energieverbrauchs und der Energiekosten von 70 kWh bzw. Fr. 3.73, entsprechend einem mittleren Energiepreis (Tag/Nacht) von 5,35 Rappen. Der mittlere Energiebedarf für diese Heizanlage beträgt rund 39 kWh pro m<sup>3</sup> Ladenraum, welcher Wert als ausserordentlich günstig anzusprechen ist, wenn man bedenkt, dass zufolge des fortwährenden Öffnens der Türe immer wieder grössere Mengen Kaltluft in das Ladeninnere eindringen.

Zusammenfassend darf gesagt werden, dass die mit der beschriebenen neuen Decken-Strahlungsheizung während der ersten Heizperiode gemachten Erfahrungen als sehr erfreulich bezeichnet werden dürfen. Das Ladenpersonal hat die Wirkung dieser Heizung als äusserst angenehm empfunden und sich als damit zufrieden erklärt. Ganz besonders ist aufgefallen, dass die Verstaubung im Raum zufolge Wegfalls starker Luftbewegung, wie dies bei der Konvektionsheizung bekanntlich auftritt, bei dieser Decken-Strahlungsheizung praktisch kaum fühlbar ist.

Abschliessend sei erwähnt, dass die befürchtete Rissbildung an der Decke nirgends beobachtet wurde und dass sie wohl kaum je in Erscheinung treten dürfte, weil die Deckentemperatur höchstens ungefähr 45° C erreichte.

Adresse des Autors:

H. Hofstetter, Chef des Beratungsbüros des Elektrizitätswerkes Basel, Margarethenstrasse 40, Basel.

## Contribution à l'étude d'un réglage automatique

Par M. Cuénod, Genève \*)

621.316.7.078

*On demande de plus en plus d'un réglage automatique non seulement qu'il soit stable mais que la variation de la grandeur à régler par rapport à sa valeur de consigne à la suite d'une perturbation soit réduite à un minimum. Le calcul opérationnel permet de déterminer théoriquement cette variation. Il donne ainsi la possibilité de dissiper certains malentendus concernant la notion un peu vague de rapidité de réglage, et d'apprécier l'influence des différents facteurs qui interviennent dans le circuit de réglage. Il met en évidence que la tenue de la grandeur à régler dépend non seulement des caractéristiques dynamiques du régulateur mais également des caractéristiques dynamiques des autres chaînons de ce circuit de réglage, en particulier de celles de l'excitatrice et du générateur dans le cas du réglage de la tension.*

*Les méthodes modernes de calcul employées pour l'étude de réglage automatique, sont un exemple du parti pratique que l'on peut tirer de certains développements mathématiques d'apparence un peu abstraite, tels que ceux auxquels conduit la théorie des fonctions de variables complexes sur lesquelles est basé le calcul opérationnel.*

*Grâce aux courbes de Nyquist ou aux fonctions de réponse, la détermination des conditions de stabilité ou des variations de la grandeur à régler est grandement facilitée, ce qui rend possible une étude théorique des problèmes de réglage automatique complétant heureusement les résultats obtenus par une expérience pratique.*

### Introduction

Le but de cette étude est de décrire l'application pratique de certaines nouvelles méthodes de calcul utilisées pour l'étude d'un réglage automatique. Leurs avantages par rapport à la méthode analytique, peuvent être résumés de la façon suivante:

\*) Date de réception du manuscrit: 7 juin 1949.

*Immer mehr verlangt man von einer automatischen Regulierung nicht nur, dass sie stabil, sondern auch, dass die Abweichung der zu regulierenden Grösse vom eingestellten Wert bei einer Störung minimal sei. Die Operatorenrechnung gestattet, diese Abweichung theoretisch zu bestimmen, und ermöglicht, gewisse Missverständnisse über den etwas verschwommenen Begriff der Reguliergeschwindigkeit zu beseitigen, sowie den Einfluss verschiedener Faktoren zu erfassen, welche den Reguliervorgang beeinflussen. Es erhellt daraus, dass das Verhalten der zu regulierenden Grösse nicht nur von der dynamischen Charakteristik des Reglers, sondern ebenso von den dynamischen Charakteristiken der anderen Glieder des Regelkreises, besonders des Erregers und des Generators bei Spannungsregulierung, abhängt.*

*Die modernen, hier angewandten Rechnungsmethoden stellen ein Beispiel für den praktischen Nutzen dar, den man aus bestimmten, scheinbar ziemlich abstrakten mathematischen Entwicklungen ziehen kann, so z. B. aus der Theorie der Funktionen komplexer Variablen, auf welcher die Operatorenrechnung beruht.*

*Dank den Kurven von Nyquist (oder Antwortfunktionen) wird die Bestimmung der Stabilitätsbedingungen oder der Abweichungen der zu regulierenden Grösse erheblich erleichtert. Dies ermöglicht eine theoretische Untersuchung der automatischen Regulierprobleme, welche die aus der praktischen Erfahrung gewonnenen Ergebnisse glücklich ergänzt.*

1) Elles permettent de traiter des cas où la méthode classique de Hurwitz, conduirait à des calculs inextricables, sinon impossibles à effectuer, en remplaçant les développements mathématiques par une construction graphique ou semi-graphique.

2) Elles permettent de se faire une représentation très concrète des phénomènes dynamiques intervenant dans les problèmes de réglage.

3) Elles facilitent le calcul de la variation de la grandeur à régler résultant d'une perturbation du dispositif de réglage.

Si leur établissement et leur démonstration fait appel à des mathématiques supérieures, leur utilisation par contre ne nécessite que très peu sinon aucun calcul, ce qui les rend très pratiques pour l'exploitant aux prises avec des problèmes de réglage. Loin de supprimer le rôle de l'intuition, elle la complète et permet d'exprimer quantitativement les différentes grandeurs dont il faut tenir compte.

**1. Description d'un réglage automatique**

Considérons l'exemple du réglage à tension constante d'un générateur représenté schématiquement par la fig. 1.

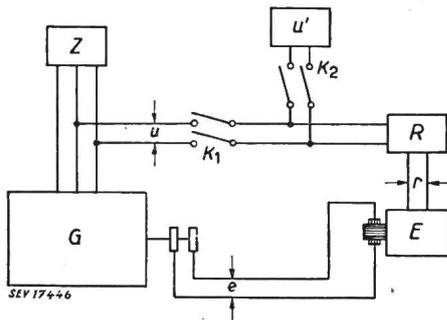


Fig. 1

Schéma de principe d'un réglage de tension

- G Générateur
- E Excitatrice
- R Régulateur
- u Tension aux bornes de la génératrice (grandeur à régler)
- u' Tension auxiliaire
- r Course du régulateur
- e Tension d'excitation
- Z Impédance de charge
- K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub> Interrupteurs

Soit G, le générateur excité au moyen de l'excitatrice E et réglé au moyen du régulateur R. Le but du réglage est de maintenir la tension constante indépendamment des variations de la charge Z. L'étude du réglage est de déterminer les caractéristiques à donner au régulateur R de manière à assurer en premier lieu un réglage stable, en second lieu un écart de la grandeur à régler par rapport à la grandeur de consigne aussi faible que possible; par exemple la variation de tension résultant d'une variation de charge doit être aussi faible et aussi courte que possible.

La méthode classique consiste à établir des équations différentielles reliant les variables u, r, Z et de résoudre le système d'équations différentielles qui en résulte.

Si l'on se borne à déterminer les conditions de stabilité, il suffit de lui appliquer le critère de Hurwitz qui établit les conditions que les coefficients de l'équation différentielle doivent remplir pour que le réglage soit stable. L'établissement de ces équations différentielles et l'application du critère de Hurwitz conduisent souvent à des calculs laborieux sinon inextricables, s'ils doivent être faits sans simplification abusive; ils peuvent être avantageusement remplacés par une méthode semi-graphique.

Dans le n° 3 de la Revue Brown Boveri de 1946, M. Frey donne la démonstration mathématique du critère de Nyquist dont nous rappelons le principe.

**2. Définition de la courbe de Nyquist et du critère de Nyquist**

Nous envisageons l'essai suivant:

L'interrupteur K<sub>1</sub> est ouvert, l'interrupteur K<sub>2</sub> est fermé. Le régulateur R est branché à la tension auxiliaire u' que nous maintenons constante. Nous faisons varier la charge Z autour d'une valeur moyenne Z<sub>0</sub> avec une pulsation ν et une amplitude Z<sub>1</sub>. La tension u oscillera aussi autour d'une valeur moyenne u<sub>0</sub> selon la même pulsation ν; cette oscillation est caractérisée par une certaine amplitude u<sub>1</sub> et un certain déphasage ψ par rapport à l'oscillation de Z.

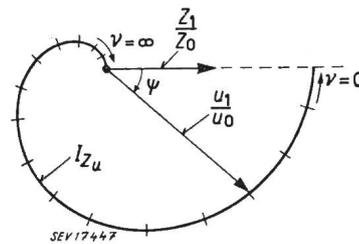


Fig. 2

Etablissement de la courbe de Nyquist I<sub>z<sub>u</sub></sub>

Selon la figure 2, nous représentons ces deux oscillations sous forme vectorielle; la valeur absolue des vecteurs est égale à l'amplitude relative des oscillations  $\frac{Z_1}{Z_0}$  et  $\frac{u_1}{u_0}$ , l'angle ψ inscrit entre ces vecteurs est celui du déphasage des oscillations. Si l'on fait le même essai pour différentes pulsations et que l'on rejoinne l'extrémité des vecteurs  $\frac{u_1}{u_0}$ , on obtient la courbe de Nyquist de la tension du générateur par rapport aux variations de charge I<sub>z<sub>u</sub></sub>. Si la pulsation ν est très lente, le déphasage sera négligeable; d'une façon générale, plus la pulsation ν augmente, plus le déphasage augmente et plus l'amplitude  $\frac{u_1}{u_0}$  diminue.

Nous envisageons un deuxième essai; nous maintenons la charge Z constante, mais faisons osciller la tension u' autour de sa valeur moyenne, la tension du générateur u oscillera à son tour et nous pouvons mesurer la courbe d'allure I<sub>u'u</sub> du réglage ouvert.

Supposons que les variations de Z et de u' se fassent simultanément.

Les variations de u seront données par la somme de ses deux composantes.

$$\frac{u_1}{u_0} = I_{Zu} \frac{Z_1}{Z_0} + I_{u'u} \frac{u'_1}{u'_0} \tag{1}$$

Nous admettons que l'interrupteur K<sub>1</sub> soit fermé et K<sub>2</sub> soit ouvert, cela revient à poser:

$$u = u'$$

l'équation (1) devient:

$$\frac{u_1}{u_0} = I_{Zu} \frac{Z_1}{Z_0} + I_{uu} \frac{u_1}{u_0} \tag{2}$$

d'où nous calculons :

$$\frac{u_1}{u_0} = \frac{I_{zu} \frac{Z_1}{Z_0}}{1 - I_{uu}}$$

Ainsi que l'a démontré mathématiquement M. Frey dans l'article que nous avons déjà cité, les conditions de stabilité peuvent se déduire de l'étude du dénominateur de ce rapport, c.-à-d. de la courbe d'allure du réglage ouvert  $I_{uu}$ .

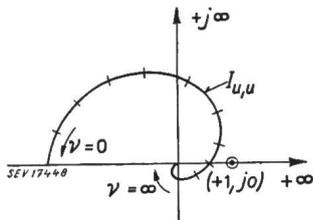


Fig. 3 Critère de Nyquist

Selon la figure 3, nous pouvons représenter cette courbe d'allure, relevée expérimentalement, dans le plan complexe de Gauss, en prenant le demi-axe réel positif comme origine du déphasage des vecteurs, un retard étant porté dans le sens négatif (sens de rotation des aiguilles d'une montre).

Le critère de Nyquist énonce que le réglage est stable, si, lorsque l'on parcourt la courbe de Nyquist de  $\nu = +\infty$  à  $\nu = -\infty$ , elle entoure le point  $(+1, j_0)$  dans le sens des aiguilles d'une montre, autant de fois que le système ouvert a de racines labiles. Si le système ouvert est stable, c.-à-d. si à toute tension  $u'$  correspond une tension  $u$  bien définie, la courbe de Nyquist ne doit pas «entourer» le point  $(+1, j_0)$ .

La signification physique du critère de Nyquist est évidente; considérons à nouveau le schéma de principe représenté par la fig. 1. Pour une certaine pulsation de  $u'$ , les oscillations de la tension  $u$  auront la même phase que celles de  $u'$ ; si leur amplitude est plus petite que celle de  $u'$ , le réglage amortira de lui-même les oscillations qui résulteraient d'une perturbation, il sera stable, sinon le réglage aurait tendance à s'exciter lui-même, et serait instable.

Considérons par exemple l'ensemble formé par le régulateur  $R$  et l'excitatrice  $E$ , et proposons nous de déterminer l'oscillation de la tension d'excitation  $e$  résultant d'une oscillation de la tension  $u$ . Au déphasage introduit par le régulateur  $R$  s'ajoutera celui introduit par l'excitatrice  $E$ .

La grandeur absolue ( $I_{ur}$ ) définit le rapport entre l'amplitude de l'oscillation de  $r$  et celle de  $u$ , la grandeur absolue ( $I_{re}$ ) définit le rapport entre l'amplitude de l'oscillation de  $r$  et celle de  $e$ ; on en déduit immédiatement que le rapport entre l'amplitude de l'oscillation de  $e$  et celle de  $u$  est donné par le produit de ces deux grandeurs absolues

$$|I_{ue}| = |I_{ur}| \cdot |I_{re}| = \left| \frac{r}{u} \right| \cdot \left| \frac{e}{r} \right| = \left| \frac{e}{u} \right|$$

Si l'on a soin de représenter les courbes de Nyquist sous forme cartésienne en portant la pulsation  $\nu$  en abscisse, la grandeur absolue et l'argument en ordonnée, et si l'on choisit une échelle

logarithmique pour les grandeurs absolues, le produit se ramène à deux sommes et se laisse aisément effectuer graphiquement tel que cela est représenté par la fig. 4. Cette représentation est pratiquement la plus commode.

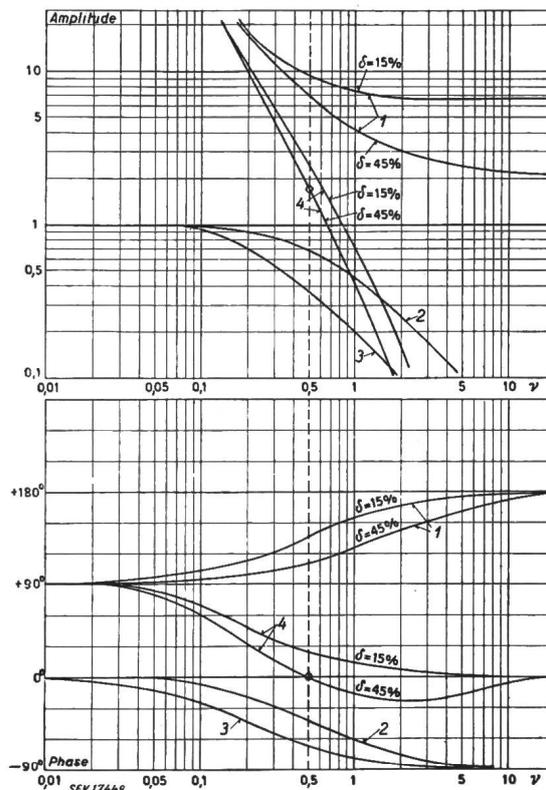


Fig. 4

Courbes d'allure du réglage à tension constante d'un générateur synchrone, sous forme cartésienne

- 1 Courbe d'allure du régulateur  $\delta = 15\%, 45\%$   
 $T_R = 0,3 \text{ s}$
- 2 Courbe d'allure de l'excitatrice  
 $T_E = 2 \text{ s}$
- 3 Courbe d'allure du générateur  
 $T_G = 5 \text{ s}$
- 4 Courbe d'allure de réglage

Nous avons établi ces courbes de Nyquist pour les valeurs numériques suivantes, correspondant à un cas normal:

- constante de temps du générateur  $T_G = 5 \text{ s}$
- » » de l'excitatrice  $T_E = 2 \text{ s}$
- » » du régulateur  $T_R = 0,3 \text{ s}$
- statisme passager du régulateur  $\delta = 15\%, 45\%$

Nous voyons que sans avoir besoin de faire le moindre calcul, en partant des courbes de Nyquist  $I_{ur}, I_{re}, I_{eu}$  qui peuvent être relevées expérimentalement, il est possible de tirer des conclusions sur la stabilité du réglage complet et de juger qualitativement et quantitativement de l'influence des différents dispositifs de réglage sur la stabilité du réglage. Nous pouvons constater par exemple que le réglage est stable pour un statisme passager de 15%, instable pour un statisme passager de 45%.

### 3. Définition de la fonction de transfert et de la courbe de réponse

La courbe de Nyquist permet de tirer des conclusions intéressantes sur l'influence de l'élément considéré

sur la stabilité du réglage; elle ne donne pas une image immédiate de ses caractéristiques dynamiques. D'autre part, son relevé expérimental risque d'être parfois assez laborieux, car il faut relever la courbe de Nyquist point par point, et attendre avant chaque mesure qu'on ait atteint le régime stationnaire.

Il peut être plus avantageux de procéder à l'essai suivant: considérons un des éléments du circuit de réglage, par exemple l'excitatrice; à partir d'une position d'équilibre, nous faisons varier sa grandeur d'entrée d'une façon donnée  $r(t)$ . Nous enregistrons les variations corrélatives de la grandeur de sortie  $e(t)$ . Toutes les caractéristiques dynamiques de l'excitatrice et en particulier sa courbe de Nyquist, peuvent se déduire de la comparaison de  $e(t)$  et de  $r(t)$ .

Pour cela, il faut déterminer  $e(t)$  et  $r(t)$  sous forme opérationnelle  $e(p)$  et  $r(p)$ . Nous définissons la fonction de transfert comme étant le quotient de ces deux grandeurs:

$$\varphi_{re} = \frac{e(p)}{r(p)}$$

L'expression mathématique de la courbe de Nyquist  $I_{re}$  s'obtient en remplaçant  $p$  par  $j\nu$  dans l'expression  $\varphi_{re}$ .

$$I_{re}(j\nu) \equiv \varphi_{re}(p)|_{p=j\nu}$$

A partir de  $e(t)$  et  $r(t)$  il est donc aisé de calculer la courbe de Nyquist correspondante.

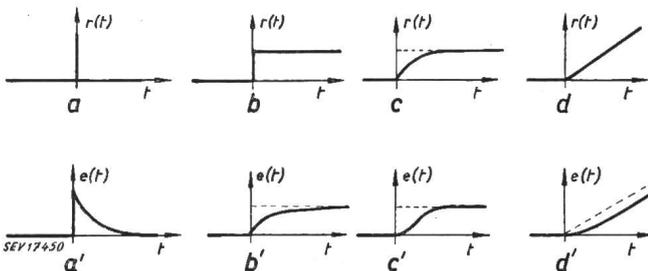


Fig. 5

Détermination de la fonction de réponse de l'excitatrice

a) $r(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$	a') $e(t) = e^{-\frac{t}{T_0}}$
$r(p) = p$	$e(p) = \frac{p}{1 + p T_0}$
b) $r(t) = 1$	b') $e(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T_0}}$
$r(p) = 1$	$e(p) = \frac{1}{1 + p T_0}$
c) $r(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T_r}}$	c') $e(t) = \frac{T_0 e^{-\frac{t}{T_0}} - T_r e^{-\frac{t}{T_r}}}{T_0 - T_r}$
$r(p) = \frac{1}{1 + p T_r}$	$e(p) = \frac{1}{(p T_0 + 1)(p T_r + 1)}$
d) $r(t) = \frac{t}{T_r}$	d') $e(t) = \frac{t}{T_r} - \left(1 - e^{-\frac{t}{T_0}}\right)$
$r(p) = \frac{1}{p T_r}$	$e(p) = \frac{1}{p T_r (1 + p T_0)}$

La fig. 5 donne les courbes  $e(t)$  pour quelques courbes caractéristiques de  $r(t)$ . Nous réservons le nom de courbe de réponse  $e(t) = \Phi_{re}(t)$  dans le cas (b) correspondant à une variation impulsive de  $r(t)$ ; le quotient est alors particulièrement aisé à calculer

puisque le dénominateur est égal à 1; en fait, les cas (a) et (b) sont en toute rigueur impossibles à réaliser. Il semble avantageux de se servir de courbes  $r(t)$  telles que le représentent les cas (c) et (d).

Le passage des fonctions temps aux fonctions opérateur s'effectuent aisément si l'on fait appel aux tables de transformation du calcul opérationnel.

Courbes de réponse et courbes de Nyquist se complètent; la courbe de Nyquist permet de juger de l'influence de tel ou tel organe de réglage sur la stabilité de l'ensemble et de déterminer les caractéristiques dynamiques résultants de différents organes de réglage en série;

la courbe de réponse permet de se faire une image très concrète de ses propriétés dynamiques et se trouve, selon les cas, plus commode à relever.

4. Calcul de la variation de la grandeur à régler résultant d'une perturbation

Le calcul opérationnel est très avantageux lorsqu'il s'agit de déterminer non seulement les conditions de stabilité, mais encore les caractéristiques à donner au régulateur pour que la grandeur à régler soit maintenue la plus constante possible.

Le calcul de la variation de la grandeur en fonction du temps à la suite d'une perturbation impulsive,  $\Phi_u(t)$  s'effectue en appliquant la formule de Heaviside à la fonction de réponse du réglage fermé  $\varphi_u(p)$ .

$$\varphi_u(p) = \frac{\varphi_{su}}{1 - \varphi_{uu}}$$

$$\Phi_u(t) = \frac{\varphi_{su}(0)}{1 - \varphi_{uu}(0)} - \sum_{p_1 \dots p_n} \frac{\varphi_{su}}{p \frac{d\varphi_{uu}}{dp}} e^{pt}$$

$p_1 \dots p_n$   
 $\varphi_{su}$

racines de l'équation  $\varphi_{uu} = 0$   
fonction de transfert décrivant le comportement du générateur à la suite d'une perturbation lorsqu'il n'est pas réglé

$\varphi_{uu}$

fonction de transfert du circuit de réglage ouvert

$\varphi_{su}(0), \varphi_{uu}(0) =$  fonctions  $\varphi_{su}, \varphi_{uu}$  dans lesquelles on pose  $p = 0$

Nous considérons à nouveau l'exemple d'un réglage automatique de tension, représenté par la fig. 1, et nous nous proposons de déterminer le statisme passager optimum à donner au régulateur R. Nous admettons que les courbes de réponse suivantes ont été relevées et déterminons les fonctions de réponse correspondantes:

1) Fonction de réponse du générateur

a) par rapport à la perturbation (voir fig. 6a)

$$\Phi_{su} = a + b \left(1 - e^{-\frac{t}{T_0}}\right) \quad \varphi_{su} = a + \frac{b}{1 + p T_0}$$

$T_0 =$  constante de temps du générateur

b) par rapport à l'excitatrice (voir fig. 6b)

$$\Phi_{su} = 1 - e^{-\frac{t}{T_0}} \quad \varphi_{su} = \frac{1}{1 + p T_0}$$

2) *Fonction de réponse du régulateur* (voir fig. 6c)

$$\Phi_{ur} = -\left(\frac{1}{\delta} + \frac{t}{T_R}\right) \quad \varphi_{ur} = -\left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{p T_R}\right)$$

$T_R =$  constante de temps du régulateur

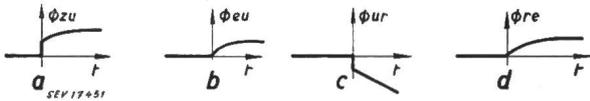


Fig. 6

Courbes de réponse du réglage de tension d'un régulateur synchrone

- a Courbe de réponse de la tension du générateur par rapport à la variation de la charge
- b Courbe de réponse de la tension du générateur par rapport à la variation de la tension d'excitation
- c Courbe de réponse de la course du régulateur par rapport à la variation de la tension du générateur
- d Courbe de réponse de la tension d'excitation par rapport à la course du régulateur

Le signe négatif signifie que le régulateur intervient en sens inverse de l'écart de réglage, de façon à le corriger.

$\delta$  est le statisme passager; il est déterminé par la rigidité du ressort reliant le disque amortisseur avec le système mobile, par exemple si l'on bloque le système mobile et que pour 2% de variation de la tension le régulateur parcourt 20% de son domaine de réglage, le statisme passager est donné par le rapport de ces deux écarts.

$$\delta = \frac{2\%}{20\%} = 10\%$$

3) *Fonction de réponse de l'excitatrice* (voir fig. 6d)

$$\Phi_{re} = 1 - e^{-\frac{t}{T_E}} \quad \varphi_{re} = \frac{1}{1 + p T_E}$$

$T_E =$  constante de temps de l'excitatrice = 1,5 s

*Fonction de réponse du réglage ouvert*

$$\varphi_{uu} = \varphi_{ur} \varphi_{re} \varphi_{eu} = -\left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{p T_R}\right) \cdot \left(\frac{1}{1 + p T_E}\right) \cdot \left(\frac{1}{1 + p T_G}\right)$$

*Fonction de réponse du réglage fermé*

$$\varphi_u = \frac{\varphi_{su}}{1 - \varphi_{uu}} = \frac{a + \frac{b}{1 + p T_G}}{1 + \left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{p T_R}\right) \cdot \left(\frac{1}{1 + p T_E}\right) \cdot \left(\frac{1}{1 + p T_G}\right)}$$

$$\varphi_u = \frac{p^3 a T_R T_E T_G + p^2 [(a+b) T_R T_E + a T_R T_G] + p T_R (a+b)}{p^3 T_G T_R T_E + p^2 T_R (T_G + T_E) + p T_R \left(1 + \frac{1}{\delta}\right) + 1}$$

Le dispositif d'essai comportait les valeurs numériques suivantes:

- $T_R = 0,3$  s
- $T_E = 1,4$  s (Excitatrice avec auto-excitation, ce qui explique cette constante de temps relativement élevée.)

- $T_G = 0,5$  s
- $a = b = 0,5$
- $\delta =$  statisme passager réglable de 5 à 25%.

Nous introduisons ces valeurs numériques et obtenons:

$$\varphi_u = \frac{p^3 0,1 + p^2 0,5 + p 0,3}{p^3 0,2 + p^2 0,57 + p 0,3 \left(1 + \frac{1}{\delta}\right) + 1} = \frac{Y(p)}{Z(p)}$$

Nous appliquons la formule Heaviside et obtenons la fonction de réponse du réglage fermé dans le domaine temps

$$\Phi_u(t) = \sum_{P_1 P_2 P_3} \frac{Y(p) e^{pt}}{P \frac{dZ}{dp}} = \sum_{P_1 P_2 P_3} \frac{(p^3 0,1 + p 0,5 + 0,3) e^{pt}}{0,6 p^2 + 1,04 p + 0,3 \left(1 + \frac{1}{\delta}\right)}$$

$P_1, P_2, P_3$  sont les racines du polynome  $Z(p) = 0$

$$Z(p) = p^3 0,2 + p^2 0,57 + p 0,3 \left(1 + \frac{1}{\delta}\right) + 1 = 0$$

Les calculs ont conduit aux résultats suivants représentés par la fig. 7.

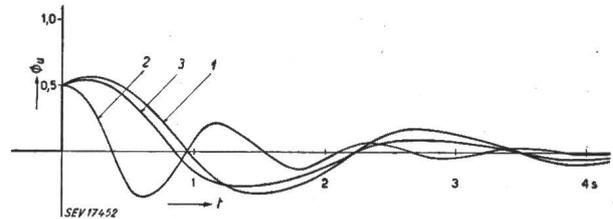


Fig. 7

Courbe de réponse du réglage fermé décrivant les variations de la tension aux bornes du générateur à la suite d'une augmentation brusque de sa charge

- 1  $\delta = 25\%$  } Courbes calculées
- 2  $\delta = 5\%$  }
- 3  $\delta = 20\%$  } Courbe mesurée

Pour  $\delta = 25\%$   $\Phi_u(t) \sim e^{-0,5t} 0,65 \cos(2\pi 0,39t - 40^\circ)$   
courbe 1

$\delta = 5\%$   $\Phi_u(t) \sim e^{-0,85t} 0,34 \cos(2\pi 0,85t - 24^\circ)$   
courbe 2

Nous constatons que le réglage ne peut empêcher la tension de faire un saut immédiatement après la perturbation, et que la période de l'oscillation de réglage diminue en même temps que le statisme passager.

La courbe 3 est une courbe mesurée pour un statisme passager  $\delta$  de 20% et prouve que les calculs coïncident avec les mesures d'une façon satisfaisante.

L'oscillogramme d'où la courbe 3 a été tirée donne aussi les variations du courant de charge  $I$  et du courant d'excitation  $i$  et montre que au moment de l'augmentation de  $I$ , le courant  $i$  augmente de lui-même avant que le réglage n'intervienne. Cependant laissé à lui-même, il reprendrait sa valeur ini-

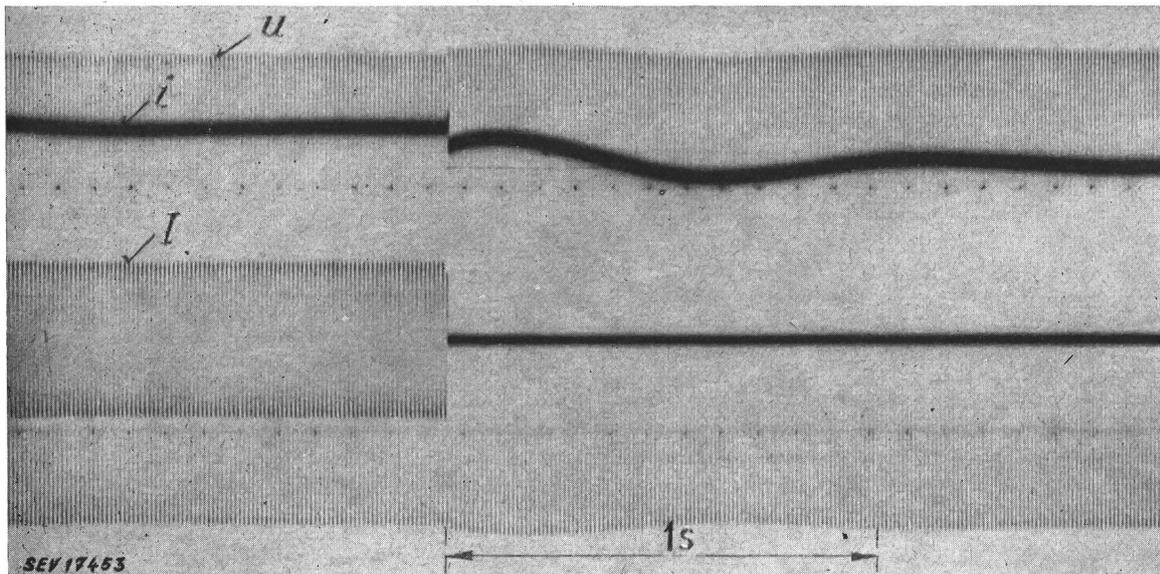


Fig. 8

Relevé du comportement du générateur à la suite d'une brusque variation de la charge

$u$  = Tension du générateur  
 $i$  = Courant d'excitation  
 $I$  = Courant de charge

tiale; le réglage entre en action pour lui faire prendre la valeur nécessaire pour que la tension retrouve sa valeur de consigne.

### Annexe

#### Détermination des caractéristiques dynamiques du générateur

Les courbes de réponse que nous supposons avoir été relevées expérimentalement peuvent également être calculées à partir des équations différentielles qui caractérisent le comportement de l'organe de réglage considéré. Ainsi les courants et tensions du générateur sont donnés par le système d'équations différentielles suivant:

$$\begin{cases} I\omega(L_m + L_b) + i\omega M = 0 \\ M \frac{dI}{dt} + l \frac{di}{dt} + ir = u \\ I\omega L_m + i\omega M = U \end{cases}$$

avec  $I$  Courant statorique  
 $i$  Courant d'excitation  
 $U$  Tension aux bornes du générateur  
 $u$  Tension d'excitation  
 $\omega L_b$  Impédance de charge (supposée inductive)  
 $\omega L_m$  Impédance synchrone  
 $M$  Inductivité mutuelle entre rotor et stator  
 $l$  Inductivité du circuit d'excitation  
 $r$  Résistance du circuit d'excitation  
 $\omega$  Pulsation de la tension

Nous obtenons le résultat suivant:

Réponse de la tension par rapport aux variations partielles de charge:

$$\Phi_{su}(t) = a + b \left(1 - e^{-\frac{t}{T_G}}\right) = \frac{\sigma_m}{\sigma_m + \lambda_0} + \left(\frac{1}{1 + \lambda_0} - \frac{\sigma_m}{\sigma_m + \lambda_0}\right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T_G}}\right)$$

avec  $\sigma_m = 1 - \frac{M^2}{L_m l}$  Coefficient de dispersion du générateur

$\lambda_0 = \frac{L_b}{L_m}$  coefficient définissant l'état de charge du générateur. A pleine charge nous obtenons:

$$\lambda_0 = \frac{1}{\varepsilon_G}$$

avec  $\varepsilon_G$  Tension de court-circuit du générateur

$$T_G = \frac{l}{r} \frac{\sigma_m + \lambda_0}{1 + \lambda_0} \text{ Constante de temps du générateur}$$

Il en résulte que  $a = \frac{\sigma_m}{\sigma_m + \lambda_0}$

$$b = \left(\frac{1}{1 + \lambda_0} - \frac{\sigma_m}{\sigma_m + \lambda_0}\right)$$

Réponse de la tension par rapport aux variations de la tension d'excitation

$$\Phi_{eu}(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T_G}}$$

avec

$$T_G = \frac{l}{r} \frac{\sigma_m + \lambda_0}{1 + \lambda_0}$$

A partir de ces fonctions de réponse calculées, il est aisé de déterminer théoriquement les courbes de Nyquist correspondantes. Il suffit d'exprimer la fonction de réponse sous forme opérationnelle puis de remplacer l'opérateur  $p$  par  $j\nu$ . Ainsi nous obtenons:

$$\varphi_{su} = a + \frac{b}{pT_G + 1} \rightarrow I_{su} = a + \frac{b}{j\nu T_G + 1}$$

$$\varphi_{eu} = \frac{1}{pT_G + 1} \rightarrow I_{eu} = \frac{1}{j\nu T_G + 1}$$

La courbe  $I_{en}$  est représentée sur les fig. 4 et 5 avec  $T_G = 5s$ .

Adresse de l'auteur:

M. Cuénod, ingénieur diplômé EPF, Ofinco, 2, rue de la Tertasse, Genève.