

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 43 (1952)  
**Heft:** 23

**Artikel:** Über die Berechnung des Spannungsabfalls auf Wechselstrom-Freileitungen  
**Autor:** Keller, W.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1057911>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 18.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

bunden. In grösseren Anlagen werden sie gruppenweise zusammengefasst, um sofort feststellen zu können, aus welchem Teil der Anlage ein allfälliger Alarm stammt. Theoretisch können beliebig viele Melder in einer Gruppe liegen; aus praktischen Erwägungen ist es jedoch angezeigt, die Zahl auf etwa 15 Melder zu beschränken. Pro Gruppe sind zwei Drähte nötig, an die die Melder parallel angeschlossen werden. Durch einen ständigen Kontrollstrom werden die Leitungen auf Unterbruch überwacht.

Der *Signalkasten* bildet das Zentrum der Anlage. Er dient einerseits als Spannungsquelle für die Melder und wirkt andererseits als Signalempfänger und Alarmgeber. Er erzeugt die für die Melder erforderliche Gleichspannung und enthält die für die Signalgebung notwendigen Schaltelemente, ferner alle Überwachungs- und Sicherungsorgane. Signalkasten für mehrere Gruppen enthalten pro Gruppe eine Signallampe, die bei Alarm aufleuchtet. Störungen im Signalkasten sowie Unterbrüche und Kurzschlüsse der Melderleitungen werden automatisch signalisiert.

Wo es wünschbar ist, die Anlage von mehreren Stellen aus zu überwachen, lassen sich ein oder mehrere *Fernsignalkasten* anschliessen.

Die *Alarmvorrichtungen* (Sirenen, Hörner, Glocken, Lichtsignale usw.) werden am Signalkasten oder Fernsignalkasten angeschlossen.

Als *Stromquelle* wird normalerweise das Licht- oder Kraftnetz verwendet. Zur Sicherstellung des

Betriebes bei Netzausfall dient gegebenenfalls eine Notstromgruppe.

#### b) Anordnung der Melder

Die Fläche, die wirkungsvoll durch einen Melder geschützt werden kann, hängt stark von den baulichen Verhältnissen und der Brandgefährlichkeit des zu überwachenden Raumes ab. Sie liegt zwischen 20...100 m<sup>2</sup>, unter Umständen noch mehr. Bei genereller Überwachung von Räumen werden die Melder in der Regel gleichmässig verteilt und an der Decke befestigt. In hohen Räumen ist es zweckmässig, die Melder 1...2 m tiefer zu hängen.

Der Melder alarmiert, wenn in seiner Umgebung die der eingestellten Empfindlichkeit entsprechende Rauch- und Verbrennungsgaskonzentration erreicht wird. Die Empfindlichkeit kann an Ort und Stelle den Verhältnissen angepasst werden. Sie lässt sich theoretisch beliebig steigern. Für den praktischen Gebrauch sind ihr einerseits durch die chemischen und physikalischen Veränderungen der Atmosphäre und andererseits durch die jeweiligen örtlichen Verhältnisse Grenzen gesetzt.

Feuermeldeanlagen dieser Art kommen hauptsächlich zur Anwendung in Fabriken, Warenlagern, Warenhäusern, Museen, Theatern, Bibliotheken, elektrischen Anlagen, Telephonzentralen usw.

Fig. 12 und Fig. 13 zeigen zwei Aufnahmen aus geschützten Objekten.

Adresse des Autors:

Dr. E. Meili, Cerberus GmbH., Bad Ragaz (SG).

## Über die Berechnung des Spannungsabfalls auf Wechselstrom-Freileitungen

Von W. Keller, Biel

621.3.015.12 : 621.315.1.025

*Es wird eine möglichst einfache Methode zur Berechnung des Spannungsabfalls auf Wechselstromfreileitungen entwickelt und zwar unter Berücksichtigung des durch die Induktivität der Leitung entstehenden Spannungsverlustes.*

*L'auteur développe une méthode très simple pour le calcul de la chute de tension sur les lignes aériennes à courant alternatif en tenant compte de la chute de tension due à la self-induction de la conduite.*

Der Spannungsabfall auf Wechselstromleitungen wird oft mit Näherungsformeln berechnet, weil die genaue Berechnung einige Zeit in Anspruch nimmt. Durch die ungefähre Bestimmung des Spannungsverlustes können aber beträchtliche Fehler entstehen<sup>1)</sup>, weshalb eine Methode gesucht wurde, die trotz ihrer Einfachheit genaue Werte ergibt. Insbesondere gestattet diese Rechnungsart, für induktive und kapazitive Belastung mit denselben Formeln den Spannungsabfall zu bestimmen.

Es bedeuten:

$U_a$	Spannung am Anfang der Leitung in V
$U_e$	Spannung am Ende der Leitung in V
$R$	Ohmscher Widerstand der Hin- und Rückleitung in $\Omega$
$X$	induktiver Widerstand der Hin- und Rückleitung in $\Omega$
$r, x$	entsprechende Werte pro km Leitungsdraht in $\Omega/\text{km}$
$l$	Länge der Hin- und Rückleitung in km
$l \cdot r = R; l \cdot x = X$	

$\cos \varphi_a, \cos \varphi_e$  = Leistungsfaktor am Anfang, bzw. am Ende der Leitung

$P_a, P_e$  Leistung am Anfang, bzw. am Ende der Leitung in W

$\varepsilon$  prozentualer Spannungsabfall.

Es wird vorerst die einpolige Leitung behandelt. Sind  $U_a, P_a, \cos \varphi_a, R$  und  $X$  bekannt, so beträgt der Strom

$$I = \frac{P_a}{U_a \cos \varphi_a}$$

Nach Fig. 1 gilt für induktive Belastung:

$$\begin{aligned} U_e^2 &= (U_a \cos \varphi_a - I R)^2 + (U_a \sin \varphi_a - I X)^2 \\ &= U_a^2 \cos^2 \varphi_a + I^2 R^2 - 2 U_a I R \cos \varphi_a \\ &\quad + U_a^2 \sin^2 \varphi_a + I^2 X^2 - 2 U_a I X \sin \varphi_a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{U_e^2}{U_a^2} &= 1 + \frac{l^2 P_a^2}{U_a^4 \cos^2 \varphi_a} (r^2 + x^2) \\ &\quad - \frac{2 l P_a}{U_a^2 \cos \varphi_a} (r \cos \varphi_a + x \sin \varphi_a) \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> siehe Bull. SEV Bd. 22(1931), Nr. 14, S. 337...339.

Analog wird für kapazitive Belastung:

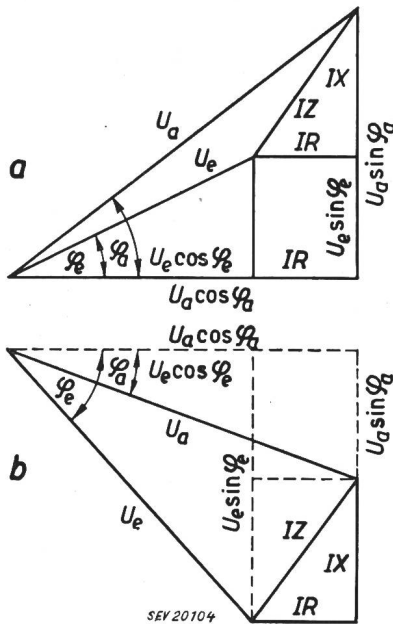
$$\frac{U_e^2}{U_a^2} = 1 + \frac{l^2 P_a^2}{U_a^4 \cos^2 \varphi_a} (r^2 + x^2) - \frac{2 l P_a}{U_a^2 \cos \varphi_a} (r \cos \varphi_a - x \sin \varphi_a)$$

Setzt man:

$$k_1 = \frac{l P_a}{U_a^2 \cos \varphi_a}$$

so wird:

$$\frac{U_e}{U_a} = \sqrt{1 - [2 k_1 (r \cos \varphi_a \pm x \sin \varphi_a) - k_1^2 (r^2 + x^2)]} \quad (1)$$



SEV 20104  
Fig. 1

Spannungsdiagramm der Wechselstromleitung

a Induktive Belastung; b kapazitive Belastung

U<sub>a</sub> Anfangsspannung; U<sub>e</sub> Endspannung; U<sub>R</sub> = IR Ohmscher Spannungsabfall; U<sub>X</sub> = IX induktiver Spannungsabfall; φ<sub>a</sub>, φ<sub>e</sub> Phasenwinkel am Anfang und am Ende der Leitung

Das positive Vorzeichen in der runden Klammer gilt für induktive und das negative für kapazitive Belastung.

Gemäss

$$\sqrt{1 - x} = 1 - \frac{x}{2 \cdot 1!} + \frac{x^2}{2^2 \cdot 2!} - \frac{3 x^3}{2^3 \cdot 3!} + \dots$$

wird nach (1)

$$\frac{U_e}{U_a} = 1 - k_1 (r \cos \varphi_a \pm x \sin \varphi_a) + \frac{1}{2} k_1^2 (r^2 + x^2) - \frac{1}{2} k_1^2 (r \cos \varphi_a \pm x \sin \varphi_a)^2 \quad (2)$$

Die übrigen Glieder können vernachlässigt werden. Diese Vernachlässigung ergibt in ungünstigen Fällen einen Fehler von höchstens 2 ‰.

Nach (2) wird nun

$$100 - 100 \frac{U_e}{U_a} = \varepsilon = 100 k_1 (r \cos \varphi_a \pm x \sin \varphi_a) + 50 [k_1 (r \cos \varphi_a \pm x \sin \varphi_a)]^2 - 50 k_1^2 (r^2 + x^2) \quad (3)$$

Sind U<sub>e</sub>, P<sub>e</sub>, cos φ<sub>e</sub>, R und X bekannt, so ist

$$I = \frac{P_e}{U_e \cos \varphi_e}$$

Nach Fig. 1 ist für induktive Belastung

$$U_a^2 = (U_e \cos \varphi_e + I R)^2 + (U_e \sin \varphi_e + I X)^2$$

und für kapazitive Belastung

$$U_a^2 = (U_e \cos \varphi_e + I R)^2 + (U_e \sin \varphi_e - I X)^2$$

Daraus wird

$$\frac{U_a^2}{U_e^2} = 1 + \frac{l^2 P_e^2}{U_e^4 \cos^2 \varphi_e} (r^2 + x^2) + \frac{2 l P_e}{U_e^2 \cos \varphi_e} (r \cos \varphi_e \pm x \sin \varphi_e)$$

Setzt man

$$k_2 = \frac{l P_e}{U_e^2 \cos \varphi_e}$$

wird

$$\frac{U_a}{U_e} = \sqrt{1 + 2 k_2 (r \cos \varphi_e \pm x \sin \varphi_e) + k_2^2 (r^2 + x^2)} \quad (4)$$

$$= 1 + k_2 (r \cos \varphi_e \pm x \sin \varphi_e) + \frac{1}{2} k_2^2 (r^2 + x^2) - \frac{1}{2} k_2^2 (r \cos \varphi_e \pm x \sin \varphi_e)^2$$

$$100 \frac{U_a}{U_e} - 100 = \varepsilon = 100 k_2 (r \cos \varphi_e \pm x \sin \varphi_e) - 50 [k_2 (r \cos \varphi_e \pm x \sin \varphi_e)]^2 + 50 k_2^2 (r^2 + x^2) \quad (5)$$

In den meisten praktischen Fällen sind jedoch U<sub>a</sub>, P<sub>e</sub>, cos φ<sub>e</sub>, R und X bekannt, während U<sub>e</sub> die gesuchte Grösse ist.

Nach Fig. 1 ist für induktive Belastung

$$U_a^2 = U_e^2 \cos^2 \varphi_e + I^2 R^2 + 2 U_e I R \cos \varphi_e + U_e^2 \sin^2 \varphi_e + I^2 X^2 + 2 U_e I X \sin \varphi_e$$

$$I = \frac{P_e}{U_e \cos \varphi_e}; U_a^2 = U_e^2 + \frac{P_e^2 R^2}{U_e^2 \cos^2 \varphi_e} + \frac{P_e^2 X^2}{U_e^2 \cos^2 \varphi_e} + \frac{2 P_e}{\cos \varphi_e} (R \cos \varphi_e + X \sin \varphi_e)$$

$$U_e^2 U_a^2 = U_e^4 + \frac{l^2 P_e^2}{\cos^2 \varphi_e} (r^2 + x^2) + \frac{2 l P_e U_e^2}{\cos \varphi_e} (r \cos \varphi_e + x \sin \varphi_e)$$

Setzt man

$$k = \frac{l P_e}{U_a^2 \cos \varphi_e} \quad (6)$$

so ergibt sich

$$\frac{U_e^2}{U_a^2} = \frac{U_e^4}{U_a^4} + k^2 (r^2 + x^2) + \frac{2 U_e^2}{U_a^2} k (r \cos \varphi_e + x \sin \varphi_e)$$

$$\frac{U_e^4}{U_a^4} - \frac{U_e^2}{U_a^2} [1 - 2 k (r \cos \varphi_e + x \sin \varphi_e)] + k^2 (r^2 + x^2) = 0$$

Die Lösung dieser Gleichung führt auf

$$\frac{U_e}{U_a} = \sqrt{\frac{1}{2} - k(r \cos \varphi_e + x \sin \varphi_e)} + \sqrt{\frac{1}{4} + k^2(r \cos \varphi_e + x \sin \varphi_e)^2 - k(r \cos \varphi_e + x \sin \varphi_e) - k^2(r^2 + x^2)} \quad (7)$$

Gemäss  $\sqrt{1-x} = 1 - \frac{x}{2 \cdot 1!} - \frac{x^2}{2^2 \cdot 2!} - \frac{3x^3}{2^3 \cdot 3!} - \dots$  wird

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{1}{4} - [k(r \cos \varphi_e + x \sin \varphi_e) - k^2(r \cos \varphi_e + x \sin \varphi_e)^2 + k^2(r^2 + x^2)]} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{1 - 4[k(r \cos \varphi_e + x \sin \varphi_e) - k^2(r \cos \varphi_e + x \sin \varphi_e)^2 + k^2(r^2 + x^2)]} \\ &= \frac{1}{2} \{1 - 2[k(r \cos \varphi_e + x \sin \varphi_e) - k^2(r \cos \varphi_e + x \sin \varphi_e)^2 + k^2(r^2 + x^2)] - 2k^2(r \cos \varphi_e + x \sin \varphi_e)^2\} \end{aligned}$$

Die übrigen Glieder können wieder vernachlässigt werden und so wird

$$\begin{aligned} \frac{U_e}{U_a} &= \sqrt{1 - 2k(r \cos \varphi_e + x \sin \varphi_e) - k^2(r^2 + x^2)} \\ &= 1 - k(r \cos \varphi_e + x \sin \varphi_e) - \frac{1}{2}k^2(r^2 + x^2) - \\ & \quad - \frac{1}{2}k^2(r \cos \varphi_e + x \sin \varphi_e)^2 \end{aligned}$$

Die übrigen Glieder der Reihe können auch bei dieser Umformung wieder vernachlässigt werden. Für kapazitive Belastung wird  $\sin \varphi_e$  wieder negativ, und es ergibt sich deshalb

$$\begin{aligned} 100 - 100 \frac{U_e}{U_a} = \varepsilon &= 100k(r \cos \varphi_e \pm x \sin \varphi_e) + \\ &+ 50[k(r \cos \varphi_e \pm x \sin \varphi_e)]^2 + 50k^2(r^2 + x^2) \quad (8) \end{aligned}$$

### Berechnungsbeispiele

Bekanntlich gelten für Dreiphasenleitungen dieselben Gleichungen wie für Einphasenleitungen, wenn man für  $l$  die einfache Leitungslänge einsetzt.

Zur Abkürzung der Rechnung wurden  $r$  und  $x$  für Kupferleiter mit verschiedenen Durchmessern und für verschiedene Leiterabstände berechnet und die erhaltenen Werte in Fig. 2 aufgetragen. Zur

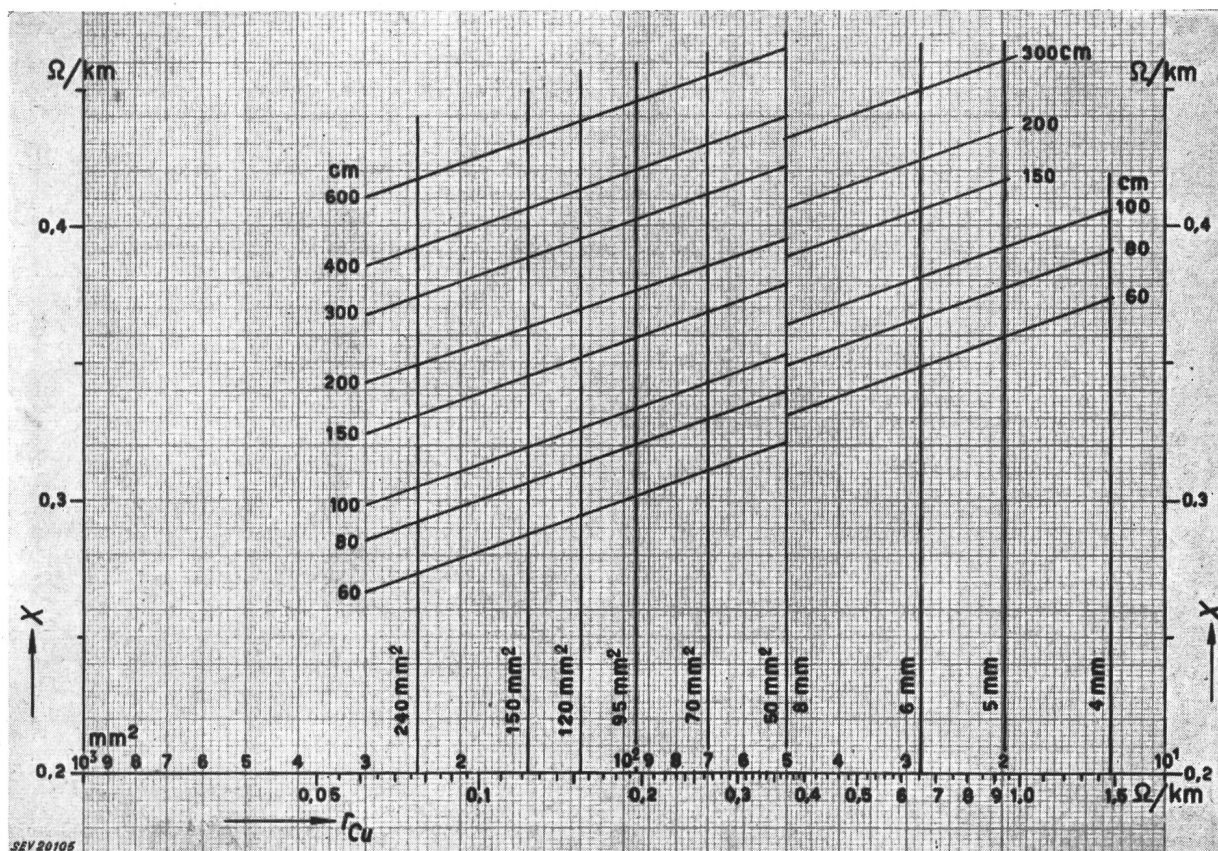


Fig. 2

### Ohmsche und induktive Widerstände von Freileitungen

$r_{Cu}$  Ohmscher Widerstand von Cu-Leitern bei verschiedenen Querschnitten in  $\Omega/\text{km}$   
 $x$  induktiver Widerstand bei verschiedenen Leiterdurchmessern und Abständen in  $\Omega/\text{km}$

Bestimmung von  $r$  wurde eine Temperatur von  $30^\circ\text{C}$  im Innern der Leiter angenommen.

### 1. Beispiel:

$P_e = 50 \text{ kW}$ ;  $\cos \varphi_e = 0,6$  induktiv;

$U_a = 3 \times 400 \text{ V}$ ;  $l = 0,3 \text{ km}$ ;

Drahtdurchmesser =  $8 \text{ mm}$ ; Drahtabstand =  $60 \text{ cm}$ .

Aus Fig. 2 werden

$$r = 0,37 \Omega/\text{km} \text{ und } x = 0,331 \Omega/\text{km}.$$

$\sin \varphi_e = \sqrt{1 - 0,6^2} = 0,8$ ; nach (6) ist

$$k = \frac{0,3 \cdot 5 \cdot 10^4}{16 \cdot 10^4 \cdot 0,6} = 0,1565$$

und nach (8) ergibt sich

$$\varepsilon = 100 \cdot 0,1565 (0,222 + 0,265) + 50 \cdot 0,076^2 + 50 \cdot 0,0245 (0,137 + 0,1095) = \underline{8,19 \%}.$$

Bei  $\cos \varphi_e = 0,6$  kapazitiv und sonst gleichen Verhältnissen wird

$$\varepsilon = 100 \cdot 0,1565 (0,222 - 0,265) + 50 \cdot (-0,00673)^2 + 0,302 = \underline{-0,37 \%}.$$

Das negative Vorzeichen besagt, dass in diesem Fall durch die kapazitive Belastung eine Spannungserhöhung von  $0,37 \%$  entsteht.

### 2. Beispiel:

$P_e = 30000 \text{ kW}$ ;  $\cos \varphi_e = 0,8$  induktiv (nach Be-

rücksichtigung der Kapazität, welche bei langen Leitungen nicht vernachlässigt werden darf);

$U_a = 3 \times 150 \text{ kV}$ ;  $l = 100 \text{ km}$ ;

Leiterabstand =  $350 \text{ cm}$ .

Es kommt ein Aluminium-Stahlseil von  $190 \text{ mm}^2$  Totalquerschnitt zur Verwendung. Der Ohmsche Widerstand wurde bei einem Stromdurchgang von  $145 \text{ A}$  zu  $r = 0,23 \Omega/\text{km}$  Seil ermittelt; nach Fig. 2 ist  $x = 0,39 \Omega/\text{km}$ ;  $\sin \varphi_e = \sqrt{1 - 0,8^2} = 0,6$ ; nach (6) ist  $k = \frac{10^2 \cdot 3 \cdot 10^7}{1,5^2 \cdot 10^{10} \cdot 0,8} = 0,167$  und nach (8)

wird

$$\varepsilon = 100 \cdot 0,167 (0,184 + 0,234) + 50 \cdot 0,0698^2 + 50 \cdot 0,0279 (0,0529 + 0,152) = \underline{7,51 \%}.$$

Bei  $\cos \varphi_e = 0,8$  kapazitiv (wieder nach Berücksichtigung der Kapazität der Leitung) und sonst gleichen Verhältnissen ist

$$\varepsilon = 100 \cdot 0,167 (0,184 - 0,234) + 50 \cdot (-0,00835)^2 + 0,286 = \underline{-0,55 \%}.$$

Es entsteht auch in diesem Falle eine Spannungserhöhung.

Für  $\cos \varphi_e = 1$  wird

$$\varepsilon = 100 \cdot 0,167 \cdot 0,23 + 50 \cdot 0,0384^2 + 0,286 = \underline{4,2 \%}$$

Adresse des Autors:

W. Keller, Elektrotechniker, Höneweg 3, Biel (BE).

## Commission Electrotechnique Internationale (CEI)

Sitzungen in Scheveningen vom 3. bis 13. September 1952

### Conseil

Der Conseil hielt eine Sitzung ab, der eine Sitzung des Comité d'Action voranging und eine nachfolgte. Sie wurde vom Präsidenten, Dr. M. Schiesser, eröffnet. Die Aufnahme von Israel, Jugoslawien, Spanien, Bundesrepublik Deutschland und Brasilien wurde formell bestätigt. Die Wahl des neuen Präsidenten der CEI durch die Nationalkomitees war auf Dr. H. S. Osborne gefallen, den Präsidenten des US-Nationalkomitees und Vizepräsidenten der American Standards Association (ASA). Dementsprechend trat Dr. Schiesser den Präsidentenstuhl dem neuen Präsidenten Dr. Osborne ab, welcher der von ihm empfundene grossen Ehrung in einer Ansprache Ausdruck verlieh. Dr. Schiesser tritt damit in die Reihe der Alt-Präsidenten über. Als Treasurer wurde Dr. P. Dunsheath wiedergewählt. Die Finanzlage der CEI wurde besprochen, und im Hinblick auf die 1954 mit der 50-Jahrfeier verbundenen Sitzungen wurde ein Comité gewählt, dem folgende Herren angehören: Dr. Schiesser (Schweiz), Dr. Bähler (Niederlande), Binney (United Kingdom), Dr. Herlitz (Schweden), Lange (Frankreich), Sogge (USA), General Wiener (Belgien) und Le Maistre (ex officio).

### Comité d'Action

Nach Erledigung der administrativen und finanziellen Fragen ging das Comité d'Action zur Wahl von 5 Präsidenten von Comités d'Etudes über, nämlich für

CE n° 4, Wasserturbinen: S. Logan Kerr (USA),

CE n° 13, Messinstrumente: I. Böhm (Ungarn),

CE n° 16, Klemmenbezeichnungen: I. Saint Germain, (Frankreich),

CE n° 19, Dieselmotoren: P. Diserens (USA),

CE n° 38, Messwandler: H. Leyburn (England).

Das Comité d'Action nahm einen französischen Vorschlag an, der den Präsidenten und Sekretariaten der Comités d'Etudes Richtlinien für die Behandlung von Einwendungen gibt, die bei der Bearbeitung von Entwürfen für internationale Regeln durch einzelne Nationalkomitees gemacht werden. Zuerst soll vom Bureau Central in Gemeinschaft mit Präsident und Sekretariat des betreffenden Comité d'Etudes ein Bericht erstellt werden, der über das Abstimmungsresultat Aufschluss gibt und den Inhalt der Einwendungen enthält. Alsdann hat der Präsident zu entscheiden zwischen:

a) Veröffentlichung des unveränderten Entwurfs, wenn dieser von wenigstens vier Fünfteln der Länderstimmen angenommen worden ist und wenn der Präsident keine Möglichkeit sieht für eine rasche Lösung unter Berücksichtigung der Einsprachen;

b) Vornahme von in den Einsprachen formulierten Änderungen des Entwurfs, sofern der Präsident erwartet, auf diesem Wege die Zahl der den geänderten Entwurf annehmenden Länderstimmen zu erhöhen;

c) Von Grund auf neues Studium der Frage durch das betreffende Comité d'Etudes.

Der genannte Bericht wird allen Nationalkomitees zur Verfügung gestellt und im Fall b diesen eine Frist von 2 Monaten für die Äusserung eingeräumt. Sofern ein Nationalkomitee sich innerhalb dieser Frist nicht äussert, wird seine Zustimmung vorausgesetzt. Als allgemeine Regel gilt, dass die Frist von 2 Monaten auch auf Erstreckungsgesuch hin nicht über 6 Monate verlängert werden darf und dass ein Entwurf nur dann als angenommen gilt, wenn vier Fünftel der Länderstimmen ihm zugestimmt haben.