

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 46 (1955)
Heft: 1

Artikel: Lichtbogenstrom und Überspannungen beim Abschalten kleiner induktiver Ströme in Hochspannungsnetzen
Autor: Baltensperger, P. / Schmid, P.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1058120>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.01.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS

ORGANE COMMUN

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS (ASE) ET
DE L'UNION DES CENTRALES SUISSES D'ELECTRICITE (UCS)

Lichtbogenstrom und Überspannungen beim Abschalten kleiner induktiver Ströme in Hochspannungsnetzen

Von P. Baltensperger, Unterengstringen, und P. Schmid, Wettingen

621.316.57.064.45.001.4

Es wird experimentell und rechnerisch nachgewiesen, dass der beim Abschalten eines kleinen induktiven Stromes in der Schaltkammer entstehende Lichtbogen in Form eines bald angefachten, bald gedämpften hochfrequenten Stromes brennt, und dass das vorzeitige Abreissen bzw. Löschen dann zustande kommen kann, wenn der Strom infolge der Anfachung einen hochfrequenten Nulldurchgang hat. Es wird auch gezeigt, dass bei speiseseitig des Schalters angeschlossener leerlaufender Leitung sowohl die Anfachung als auch die Frequenz des Lichtbogens kleiner sind. Es wird ferner angegeben, weshalb trotzdem im Falle mit Leitung, im Einklang mit Messungen in Hochspannungsnetzen, grössere Überspannungen auftreten. Die den im Leerlauf abgeschalteten Transformator beanspruchenden Spannungsschüsse werden in ihrer prinzipiellen Grösse und Steilheit angegeben. Prinzipiell gibt es zwei Wege, um Überspannungen zu vermindern, nämlich die Stabilisierung des Lichtbogens bzw. Verhinderung des Abreissens mittels eines Seriewiderstandes oder schwächerer Löschmitteleinwirkung, und die Begrenzung der nach dem Abreissen des Stromes entstehenden Überspannungen durch Parallelwiderstände, Funkenstrecken oder Überspannungsableiter. Während die Verwendung von Stabilisierungs-Seriewiderständen praktisch meist nicht möglich ist, werden überspannungsbegrenzende Elemente, z. T. in Kombination mit schwächerer Löschmitteleinwirkung, mit Erfolg angewendet.

Les expériences et les calculs prouvent que l'arc qui s'établit dans la chambre d'extinction, lors de la coupure d'un faible courant inductif, est un courant à haute fréquence, tantôt renforcé, tantôt affaibli, et que la rupture ou l'extinction prématurée peut se produire quand le courant renforcé passe par zéro à haute fréquence. Les auteurs montrent que, dans le cas d'une ligne à vide raccordée du côté d'alimentation du disjoncteur, le renforcement, ainsi que la fréquence de l'arc sont plus faibles. Ils indiquent en outre la raison pour laquelle des surtensions plus élevées peuvent néanmoins se produire dans ce dernier cas, comme cela résulte des mesures effectuées dans des réseaux à haute tension. La grandeur et la raideur théoriques des chocs de tension qui sollicitent le transformateur déclenché à vide sont indiquées. En principe, il existe deux moyens pour diminuer des surtensions: d'une part la stabilisation de l'arc ou l'empêchement de sa rupture prématurée, à l'aide d'une résistance en série ou en employant un agent d'extinction moins actif, et, d'autre part, la limitation des surtensions qui se produisent après la coupure du courant, par des résistances en parallèle, des éclateurs ou des parafoudres. Alors que l'emploi de résistances de stabilisation en série n'est en général pratiquement pas possible, on utilise avec succès des éléments limiteurs de surtensions, parfois en combinaison avec un agent d'extinction moins actif.

A. Einleitung

In [1]¹⁾ wurde über die im Kraftwerk Stadsforsen der Schwedischen Staatlichen Kraftwerkverwaltung mit einem modernen 220-kV-Druckluftschneid- und -schalter durchgeführten Abschaltungen leerlaufender Leitungen und kleiner induktiver Ströme berichtet. Dabei sind zwei Schaltfälle durch die Verschiedenheit der aufgetretenen Überspannungen besonders aufgefallen, nämlich die Abschaltung kleiner induktiver Ströme, wenn speiseseitig des Schalters eine leerlaufende Leitung angeschlossen bzw. nicht angeschlossen war. Mit einer Leitung waren die Überspannungen am abgeschalteten Transformator wesentlich grösser als ohne Leitung, und betragen z. B. im Maximum den 2,6fachen (mit Leitung) gegenüber dem 1,6fachen (ohne Leitung) Scheitelwert der betriebsfrequenten verketteten Spannung²⁾.

In der eingangs zitierten Literatur sind die betreffenden physikalischen Vorgänge während des Lichtbogenstadiums unmittelbar vor der Abschaltung in groben Zügen beschrieben, jedoch werden keine Beweise gegeben. Dies soll nun nachgeholt werden, wobei gleichzeitig das bisher wenig bekannte

Verhalten des Lichtbogens bei solchen Vorgängen ausführlich beschrieben wird.

Das Problem zerfällt in zwei Teile, nämlich den Einfluss einer speiseseitig angeschlossenen Leitung auf den Lichtbogenstrom, bzw. den Anstieg der wiederkehrenden Spannung nach dem Abreissen des Stromes und die Auswirkung dieser Einflüsse auf die erzeugte Überspannung.

Wir untersuchen für das erste Teilproblem zuerst den Verlauf des Stromes während des Lichtbogenstadiums, und anschliessend den Verlauf der wiederkehrenden Spannung nach dem Löschen bzw. Abreissen des Stromes. Das zweite Teilproblem soll dann mehr qualitativ behandelt werden. Die Transformatoren werden durch konzentrierte Induktivitäten und Kapazitäten, die leerlaufende Leitung durch verteilte Leitungskonstanten dargestellt, und das Problem an einem einphasigen Prinzipschema studiert. Bei der Lichtbogencharakteristik wird die im Interesse der Lösbarkeit des mathematischen Problems vereinfachende Annahme gemacht, dass die Strom-Spannungscharakteristik im betrachteten Bereich linear sei. Da eine vollständige numerische Auswertung der erhaltenen Resultate eine zeitraubende Arbeit wäre, begnügen wir uns in

¹⁾ siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

²⁾ siehe auch die Oszillogramme in Fig. 13 und 14.

wesentlichen Punkten mit qualitativen Betrachtungen. Die Rechnung wird zum Teil mit Hilfe der Carson-(Laplace-)Transformation bewältigt. Die Anfangs- und Randbedingungen sollen möglichst allgemein in die Rechnung eingesetzt werden, um auch das Resultat möglichst allgemein zu erhalten.

B. Schema für den Stromkreis während des Lichtbogenstadiums
Bezeichnungen und Zahlenwerte

Das allgemeine 3phasige Schaltschema ist in Fig. 1 dargestellt. Die nachstehend angegebenen Zahlenwerte entsprechen ungefähr den Verhältnissen bei den Versuchen in Stadtforsen.

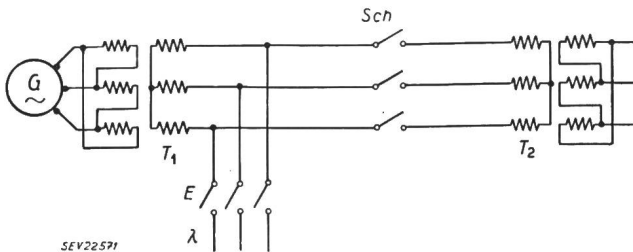


Fig. 1

Prinzipschema für die Abschaltung kleiner induktiver Ströme

- G Generator
- T₁ speisender Transformator
- T₂ im Leerlauf abzuschaltender Transformator
- Sch Schalter zum leerlaufenden Transformator
- λ leerlaufende Leitung
- E Schalter zum Anschliessen der leerlaufenden Leitung

Das Problem kann grundsätzlich am einphasigen Ersatzschema der Fig. 2 studiert werden.

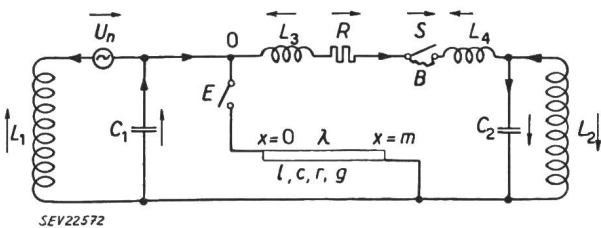


Fig. 2

Einphasiges Prinzipschema für die Abschaltung eines kleinen induktiven Stromes mit oder ohne speiseseitig angeschlossene leerlaufende Leitung

Bezeichnungen siehe im Text

Darin bedeuten:

- U_n betriebsfrequente treibende Spannung
- L₁, C₁ Induktivität bzw. Ersatzkapazität des speisenden Netzes (Transformator). L₁ = 0,355 H; C₁ = 10⁻⁸ F
- L₂, C₂ Induktivität bzw. Ersatzkapazität der abgeschalteten Seite (Transformator, Kompensationsdrosselspule usw.) L₂ = 16 H; C₂ = 10⁻⁸ F
- L₃ Induktivität der Leitung zwischen dem speisenden Transformator und dem Prüfschalter S (bis mehrere hundert Meter)

- L₄ Induktivität der Leitung zwischen dem Prüfschalter S und dem abgeschalteten Transformator (bis mehrere hundert Meter). L = L₃ + L₄ ≈ 10⁻³...10⁻⁴ H
- R Ohmscher Widerstand des einfachen Stromkreises (ohne leerlaufende Leitung λ). R ist frequenzabhängig (Skin-effekt). Für R wurden folgende Werte eingesetzt: R = 1 Ω für die hohe Lichtbogenfrequenz von ca. 10⁵ Hz; R = 0,05 Ω für kleine Frequenzen (< 1000 Hz)
- S Prüfschalter
- B Lichtbogen im Prüfschalter unmittelbar vor der Abschaltung
- E Trennschalter zum Ein- und Ausschalten der leerlaufenden Leitung
- O Anschlusspunkt der leerlaufenden Leitung an das speisende Netz
- λ leerlaufende Leitung mit den verteilten Konstanten:
 - l Leitungsinduktivität (≈ 10⁻³ H/km)
 - c Leitungskapazität (≈ 10⁻⁸ F/km)
 - r Leitungswiderstand (≈ 0,05 Ω/km)
 - g Leitwert der Ableitung (bei verzerrungsfreier Leitung ca. 0,5 · 10⁻⁶ Ω⁻¹/km; in Wirklichkeit ca. 10mal kleiner, was aber für die Berechnung praktisch keine Rolle spielt)
- x örtliche Leitungsordinate;
 - x = 0: Anfang der Leitung
 - x = m: Ende der Leitung
- m Leitungslänge (km)

Ferner sei:

- t Zeit
- τ einfache Laufzeit eines Strom- (Spannungs-)Impulses auf der Leitung (Anfang bis Ende)

$$\varphi(p) = C[f(t)] = p \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt \text{ (Carson-Transformation)}$$

u_{λ(x,t)} Spannung im Punkt x der leerlaufenden Leitung zur Zeit t

u übrige Spannungen

i_{λ(x,t)} Strom im Punkt x der leerlaufenden Leitung zur Zeit t

i übrige Ströme

i_a Abreißstrom

a, b Konstanten der Lichtbogencharakteristik von der Form u_B = a - ib

φ(p), ψ(p), χ(p), θ(p), ζ(p) Operatorfunktionen
 θ₁, θ₂, θ₁... Phasenwinkel

k, μ laufende Numerierung von Reihengliedern

$$\gamma = \sqrt{\frac{c}{l}(lp + r)} = \sqrt{\frac{l}{c}(cp + g)} \text{ (Verzerrungsfreiheit angenommen)}$$

σ_k, q_k Konstanten in der Exponentialdarstellung des Lichtbogenstromverlaufes zur Zeit t = 0

C. Berechnung des Verlaufes des Lichtbogenstromes im Schalter

I. Leerlaufende Leitung λ nicht angeschlossen

(Schalter E in Fig. 2 offen)

Wir arbeiten jetzt mit den transformierten Beziehungen (1a) bis (13a) weiter (siehe Tab. I) und eliminieren alle unbekannt Grössen ausser C [i] (welches berechnet werden soll). Dies ist durch rein algebraische Rechnungen möglich.

Man erhält:

$$C[i] = \frac{\{[-C[u_n] - L_1 p i_{L_1(0)} + u_{C_1(0)}](p^2 L_2 C_2 + 1) - [L_2 p i_{L_2(0)} - u_{C_2(0)}](p^2 L_1 C_1 + 1) + [L p i(0) - a - u_{C_1(0)} - u_{C_2(0)}](p^2 L_1 C_1 + 1)(p^2 L_2 C_2 + 1)\}'}{L_1 p (p^2 L_2 C_2 + 1) + L_2 p (p^2 L_1 C_1 + 1) + [(R - b) + L p] (p^2 L_1 C_1 + 1) (p^2 L_2 C_2 + 1)} = \frac{P(p)}{N(p)} \tag{14}$$

Tabelle I

Beziehungen zwischen den Stromkreisgrößen	Nach Carson transformierte Beziehungen $C[f(t)] = p \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$
$i_L = i_R = i_B = i$ (1)	$C[i_L] = C[i_R] = C[i_B] = C[i]$ (1a)
$i_{C_1} - i_{L_1} = i$ (2)	$C[i_{L_1}] - C[i_{C_1}] = C[i]$ (2a)
$i_{C_2} - i_{L_2} = i$ (3)	$C[i_{L_2}] - C[i_{C_2}] = C[i]$ (3a)
$u_{L_1} + u_n = u_{C_1}$ (4)	$C[u_{L_1}] + C[u_n] = C[u_{C_1}]$ (4a)
$u_{L_2} = u_{C_2}$ (5)	$C[u_{L_2}] = C[u_{C_2}]$ (5a)
$u_{C_1} + u_{C_2} + u_R + u_B = u_L$ (6)	$C[u_{C_1}] + C[u_{C_2}] + C[u_R] + C[u_B] = C[u_L]$ (6a)
$u_R = i R$ (7)	$C[u_R] = R \cdot C[i]$ (7a)
$u_B = a - i b$ <small>$a, b = \text{positive Konstanten}$</small> (8)	$C[u_B] = a - b \cdot C[i]$ (8a)
$u_{L_1} = -L_1 \frac{di_{L_1}}{dt}$ (9)	$C[u_{L_1}] = -L_1 p \cdot C[i_{L_1}] + L_1 p i_{L_1}(0)$ (9a)
$u_{L_2} = -L_2 \frac{di_{L_2}}{dt}$ (10)	$C[u_{L_2}] = -L_2 p \cdot C[i_{L_2}] + L_2 p i_{L_2}(0)$ (10a)
$u_{L_3} + u_{L_4} = u_L = -L \frac{di}{dt}$ (11)	$C[u_L] = -L p \cdot C[i] + L p i(0)$ (11a)
$u_{C_1} = \frac{1}{C_1} \int i_{C_1} dt + u_{C_1}(0)$ (12)	$C[u_{C_1}] = \frac{1}{p C_1} \cdot C[i_{C_1}] + u_{C_1}(0)$ (12a)
$u_{C_2} = \frac{1}{C_2} \int i_{C_2} dt + u_{C_2}(0)$ (13)	$C[u_{C_2}] = \frac{1}{p C_2} \cdot C[i_{C_2}] + u_{C_2}(0)$ (13a)

Der Nenner $N(p)$ ist ein Polynom fünften Grades in p , mit konstanten Koeffizienten, ebenso der Zähler $P(p)$, wenn man von $C[u_n]$ absieht. Nimmt man die treibende Spannung in der Form $U_n = U_0 \cos(\omega t + \eta)$ an, wobei η die Phasenlage zur Zeit $t = 0$ bedeutet, so hat man in Gl. (14) für $C[U_n]$ den folgenden Ausdruck einzusetzen:

$$C[U_n] = \frac{p U_0}{p^2 + \omega^2} (p \cos \eta - \omega \sin \eta) \quad (15)$$

Um den gesuchten Stromverlauf $i(t)$ zu finden, ist Gl. (14) zurück zu transformieren (Mellin-Transformation), wobei ein praktischer Weg bekanntlich darin besteht, die Nullstellen des Nenners zu bestimmen und den Heavisideschen Entwicklungssatz, bzw. den Residuensatz anzuwenden.

Zur Bestimmung der Nullstellen des Nenners von Gl. (14) nehmen wir zunächst an, dass $C_2 = C_1$ sei, was bei den Versuchen in Stadsforsen ungefähr zutraf. Sodann hilft die folgende Betrachtung weiter: Der Teilschwingkreis (C_1, C_2, L_3, L_4) hat eine sehr hohe Eigenfrequenz, da L sehr klein ist (numerische Werte siehe unter Abschnitt B). Die beiden zu dieser Frequenz gehörenden Wurzeln p_1, p_2 von N sind so gross, dass sowohl $p_{1,2}^2 L_1 C_1 \gg 1$ als auch $p_{1,2}^2 L_2 C_2 \gg 1$. Setzt man somit p_1 oder p_2 in den Nenner $N(p)$ ein, so erhält dieser angenähert die Form

$$N(p_{1,2}) \approx C_1^2 L L_1 L_2 p_{1,2}^3 \left[p_{1,2}^2 + \frac{R-b}{L} p_{1,2} + \frac{2}{L C_1} \right] = 0 \quad (17)$$

Da $p_{1,2}$ Nullstellen von N , selbst aber nicht Null sind, müssen $p_{1,2}$ angenähert Nullstellen von $[p^2 L C_1 + (R-b) p C_1 + 2]$ sein. Damit haben wir praktisch schon 2 Nullstellen von $N(p)$ gefunden:

$$p_{1,2} \approx -\frac{R-b}{2L} \pm j \sqrt{\frac{2}{L C_1} - \frac{(R-b)^2}{4L^2}} \quad (18)$$

Numerisch erhält man, unter Verwendung der unter Abschnitt B angegebenen Zahlenwerte, und wenn man für $(R-b) = -100 \Omega$ einsetzt:

$$p_{1,2} \approx 10^5 \pm j 6,25 \cdot 10^5 \quad (19)$$

Nun kann man den Originalnenner $N(p)$ durch

$$(p - p_1)(p - p_2) = \left(p^2 + \frac{R-b}{L} p + \frac{2}{L C_1} \right)$$

dividieren, und ein Polynom 3ten Grades in p erhalten, dessen Nullstellen auch angenähert Nullstellen von N sind. Die Division ergibt:

$$\frac{N(p)}{p^2 + \frac{R-b}{L} p + \frac{2}{L C_1}} = p^3 L L_1 L_2 C_1^2 + p C_1 L (L_1 + L_2) + \frac{-p(L_1 + L_2 + L) + (R-b)}{p^2 + \frac{R-b}{L} p + \frac{2}{L C_1}} \quad (20)$$

Mit Rücksicht auf die numerischen Werte der Stromkreisconstanten ist zu erwarten, dass die drei restlichen Nullstellen p_3, p_4, p_5 von $N(p)$ wesentlich kleiner sind als p_1 und p_2 , sodass im Gebiet von p_3, p_4 und p_5 das Restglied in Gl. (20) wie folgt abgeschätzt werden kann:

$$\begin{aligned} & -p(L_1 + L_2 + L) + (R - b) \approx \\ & p^2 + \frac{R - b}{L} p + \frac{2}{LC_1} \\ & \approx \frac{LC_1}{2} [-p(L_1 + L_2 + L) + (R - b)] \quad (21) \end{aligned}$$

$$i(t) = \overbrace{K_1 \sin(314t + \vartheta_1)}^1 + \overbrace{K_2 e^{+10^5 t} \sin(6,25 \cdot 10^5 t + \vartheta_2)}^2 + \overbrace{K_3 e^{-2,76 t} \sin(0,865 \cdot 10^4 t + \vartheta_3)}^3 + \overbrace{K_4 e^{+5,35 t}}^4 + \overbrace{K_5}^5 \quad (26)$$

D. h. die gesuchte Gleichung 3ten Grades hat ungefähr die folgende Gestalt (L gegenüber $L_1 + L_2$ vernachlässigt):

$$p^3 L_1 L_2 C_1 + p \frac{L_1 + L_2}{2} + \frac{R - b}{2} = 0 \quad (22)$$

Auch die Nullstellen dieser Gleichung schätzt man, immer unter Berücksichtigung der numerischen Grössen der Stromkreis-Constanten, leicht ab. Man findet:

$$p_{3,4} \approx \frac{R - b}{2(L_1 + L_2)} \pm j \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{2 L_1 L_2 C_1}} = -2,67 \pm j 0,865 \cdot 10^4 \quad (23)$$

$$p_5 \approx -\frac{R - b}{L_1 + L_2} = 5,35 \quad (24)$$

Somit hat der gesuchte Verlauf des Lichtbogenstromes die folgende Form:

$$i(t) \approx \overbrace{K_1 \sin(\omega t + \vartheta_1)}^1 + \overbrace{K_2 e^{-\frac{R-b}{2L} t} \sin\left(\sqrt{\frac{2}{LC_1} - \frac{(R-b)^2}{4L^2}} t + \vartheta_2\right)}^2 + \overbrace{K_3 e^{+\frac{R-b}{2(L_1+L_2)} t} \sin\left(\sqrt{\frac{L_1+L_2}{2L_1L_2C_1}} t + \vartheta_3\right)}^3 + \overbrace{K_4 e^{-\frac{R-b}{L_1+L_2} t}}^4 + \overbrace{K_5}^5 \quad (25)$$

wobei $K_1 \dots K_5, \vartheta_1 \dots \vartheta_3$ Konstanten sind, die in komplizierter Weise von den Stromkreisconstanten, den Anfangsbedingungen, den Wurzeln $p_1 \dots p_5$ und der Betriebsfrequenz ω abhängen. K_1 ist ungefähr (kleiner als) die Amplitude des vor der Schaltung durch den Schalter S fliessenden betriebsfrequenten Stromes. Die Wurzeln $p_{1,2}$ bestimmen in Gl. (25) die Frequenz und die Anfachung des Gliedes 2, die Wurzeln $p_{3,4}$ die Frequenz und die Anfachung des Gliedes 3, die Wurzel p_5 die Anfachung des Gliedes 4, während das Glied 1 dem betriebsfrequenten Strom entspricht, und das Glied 5 eine Konstante bedeutet, die z. B. Null sein kann.

Die Lösung in Gl. (25) lehrt, dass sich der Lichtbogenstrom zusammensetzt aus dem betriebsfrequenten Schalterstrom (1) vor der Schaltung (jedoch mit kleinerer Amplitude), einer hochfrequenten Stromschwingung (2), die gedämpft oder angefacht ist, ferner aus einer niederfrequenten gedämpften

oder schwach angefachten Schwingung (3), aus einem einfachen gedämpften oder schwach angefachten reellen exponentiellen Glied (4), und schliesslich aus einer Konstanten K_5 . Der hochfrequente Schwingkreis ist durch L und die in Serie geschalteten Kapazitäten C_1 und C_2 gebildet. Der hochfrequente Strom geht praktisch nur durch jenen Kreis, d. h. nicht durch L_1 und L_2 . Der niederfrequentere Stromkreis ist im wesentlichen durch den Schwingkreis L_1 parallel L_2 mit C_1 parallel C_2 gegeben.

Mit den in Abschnitt B gegebenen Zahlenwerten erhält man mit Gl. (25) folgenden Strom $i(t)$:

Auf die numerische Bestimmung der Konstanten $K_1 \dots K_5, \vartheta_1 \dots \vartheta_3$ kann man verzichten. Aus Gl. (26) geht hervor, dass die Anfachung (bzw. Dämpfung) des Gliedes 2 viel grösser ist als die Anfachung oder Dämpfung der Glieder 3 und 4. Da sich der ganze Lichtbogen-Vorgang in ca. 0,01 s abspielt, können die Exponentialglieder von 3 und 4 praktisch überhaupt als konstant angesehen werden. Auch ist die Frequenz von 2 ca. 72mal grösser als die Frequenz von 3.

Experimentell haben die Verfasser bis heute das Glied 1 und das Glied 2 von Gl. (25) nachweisen können. Die Glieder 3, 4, 5 scheinen eine untergeordnete Rolle zu spielen. In den Fig. 3...7 werden einige diesbezügliche Kathodenstrahl-Oszillogramme, aufgenommen beim Abschalten induktiver Ströme von 30...60 A, mit einer Druckluft-Schaltkammer, gezeigt.

Beim Versuch in Fig. 3 wurde der Strom mittels eines gewöhnlichen «Rahmenwiderstandes» (aus

Drahtspiralen aufgebaut) als Shunt gemessen. Da dieser Widerstand eine relativ hohe Induktivität besitzt, sind die hochfrequenten Stromamplituden auf dem Oszillogramm bis ca. 10mal zu gross geworden. Doch ist in diesem Oszillogramm das Spiel zwischen Anfachung und Dämpfung deutlich zu sehen. Der Wechsel von Anfachung zu Dämpfung kann durch die Variation der Löschmitteleinwirkung sowie eventuell Rückwirkung der Lichtbogenenergie auf das Löschmittel erklärt werden, indem der Lichtbogen bei rasch veränderlicher Einwirkung verschieden stark abgekühlt wird.

Beim Oszillogramm in Fig. 4 erfolgte die Strommessung mit einem induktionsarmen praktisch rein Ohmschen Shunt in Form eines einfachen Silistabes (ca. 5 Ω), wobei die Amplituden ungefähr in der richtigen Grösse erhalten wurden. Man sieht auf diesem Oszillogramm, dass das «Abreissen» des Stromes in jenem Augenblick erfolgt, wo die

Stromamplituden die absolute Strom-Nulllinie erreichen.

Fig. 5 zeigt Oszillogramme einer Abschaltung eines kleinen induktiven Stromes, durchgeführt mit einer Druckluft-Schaltkammer. Das Schleifenoszillogramm *a* entspricht einer Abschaltung von 41 A bei

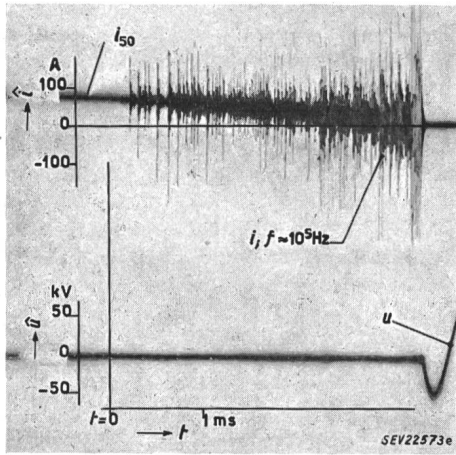


Fig. 3

Oszillogramm der Abschaltung eines induktiven Stromes von 60 A bei 40 kV, 50 Hz, mit einer Druckluftschaltkammer

- \hat{i} Scheitelwert des Lichtbogenstromes, mit einem nicht induktionsfreien Shunt gemessen
- \hat{u} Scheitelwert der Schalterspannung
- $t = 0$ Beginn der Kontakttrennung

24 kV. Das Kathodenstrahloszillogramm *b* wurde bei der gleichen Schaltung aufgenommen und stellt den Lichtbogenstrom *i* und die Lichtbogenspannung *u* während eines sehr kurzen Zeitintervalles von ca. $2 \cdot 10^{-4}$ s dar. Zwischen t_0 und t_1 ist eine deutliche Anfandung des Lichtbogenstromes sichtbar, die bei t_1 das Nullwerden des Stromes, gefolgt von mehreren Rückzündungen (Z) bewirkt. In Fig. 5c ist die aus

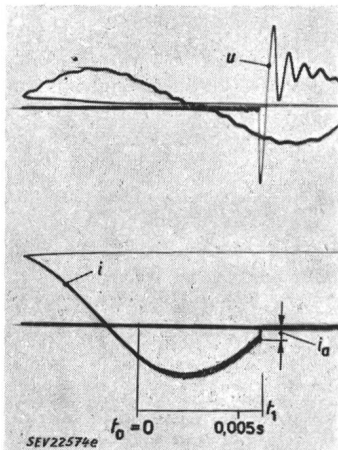


Fig. 4

Oszillogramm der Abschaltung eines induktiven Stromes von 30 A bei 20 kV, 50 Hz, mit einer Druckluftschaltkammer

- i* Strom im Schalter, mit induktionsarmem Shunt gemessen
- i_a Abreißstrom
- u* Schalterspannung
- t_0 Beginn der Kontakttrennung
- t_1 Zeitpunkt des abreissenden Stromes

dem Oszillogramm *b* abgeleitete Strom-Spannungscharakteristik des Lichtbogens, von t_0 bis t_1 aufgetragen. Diese Figur bestätigt weitgehend die der

Rechnung zu Grunde gelegte Annahme einer negativen und in erster Näherung geradlinigen Charakteristik.

Wenn die Theorie der Verfasser richtig ist, müssten die hochfrequenten Lichtbogenschwingungen bei Zuschaltung eines genügend hochohmigen Widerstandes in Serie zum Schalter verschwinden. Den Beweis hierfür erbringt Fig. 6 (Drahtwiderstand

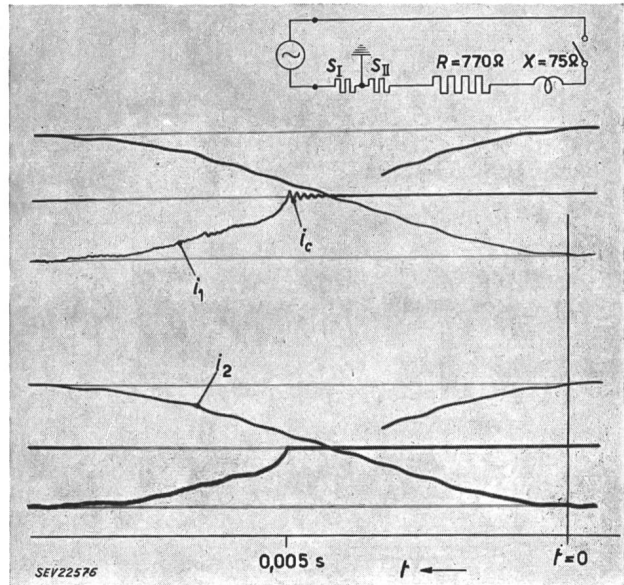


Fig. 6

Oszillogramm der Abschaltung eines vorwiegend Ohmschen Stromes von 28 A bei 22 kV, 50 Hz, mit einer Druckluftschaltkammer

- i_1 Strom in der Stromquelle, gemessen durch den Shunt S_1
- i_2 Strom im Schalter, gemessen durch den Shunt S_2
- i_c kapazitiver Strom
- $t = 0$ Beginn der Kontakttrennung
- R Ohmscher Widerstand
- X Induktiver Widerstand

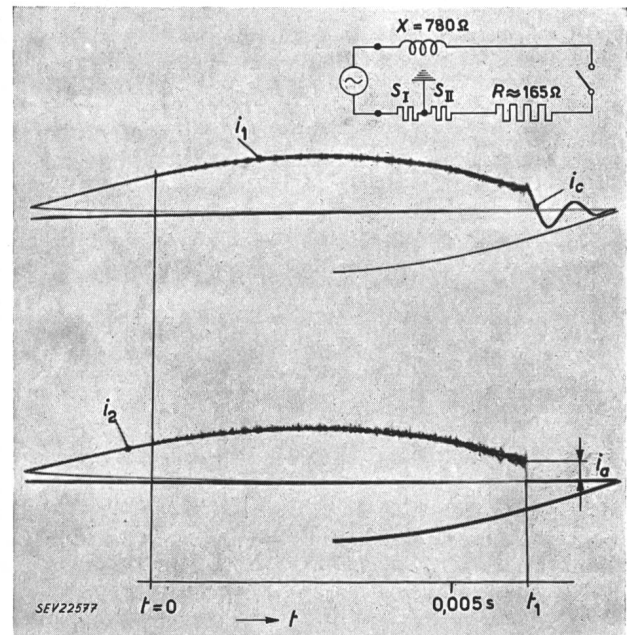


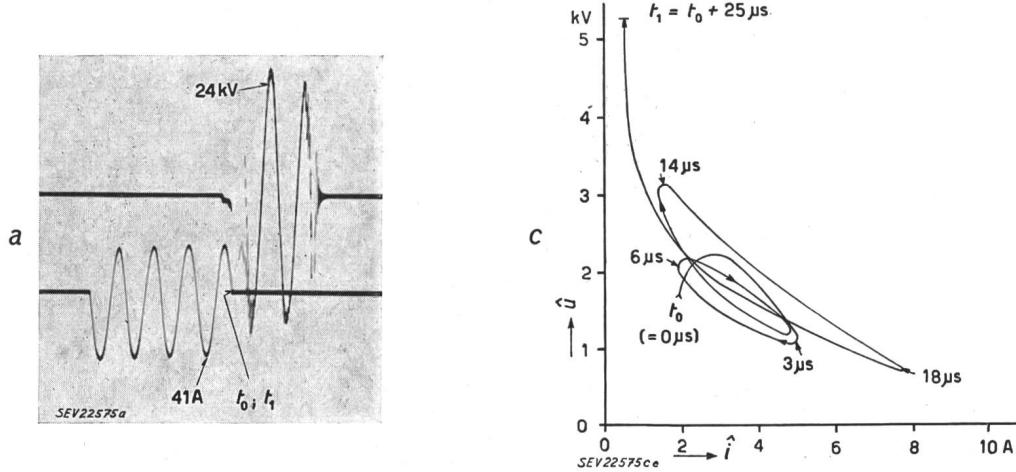
Fig. 7

Oszillogramm der Abschaltung eines vorwiegend induktiven Stromes von 25 A bei 19 kV, 50 Hz, mit einer Druckluftschaltkammer

- t_1 Zeitpunkt des abreissenden Stromes
- Übrige Bezeichnungen siehe Fig. 6

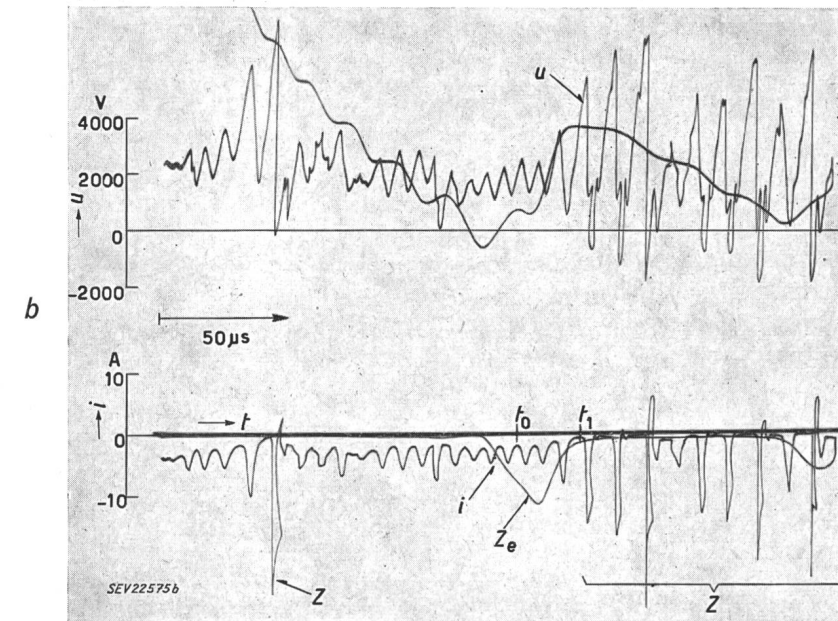
von 770 Ω in Reihe mit dem Schalter angeordnet). Der Strom i_2 reisst hier demzufolge nicht mehr plötzlich ab, wenn er auch immer noch steiler als betriebsfrequent und vor dem natürlichen Nulldurchgang gegen Null geht. Hingegen genügt ein Widerstand von 165 Ω noch nicht, um die hochfre-

Die beschriebenen Lichtbogenschwingungen und das Abreissen des Stromes treten übrigens, im Einklang mit der Theorie, auch auf, wenn der abzuschaltende kleine Strom vorwiegend Ohmisch oder kapazitiv ist. Bei der Abschaltung eines kapazitiven Stromes ist allerdings die Schwingungsfrequenz



wegen der Kapazität kleiner. Jedoch entstehen bei der Ohmschen und der kapazitiven Abschaltung nach dem Abreissen nicht die grossen Überspannungen wie bei induktiven Strömen, da der Abreissstrom im Ohmschen Stromkreis im Widerstand vernichtet wird, während im kapazitiven Stromkreis der Strom beim Abreissen, d. h. beim letzten hochfrequenten Nullwerden vollständig in das speisende Netz zurückfliesst. In beiden Fällen

Fig. 5
Verlauf des Lichtbogenstromes und der Lichtbogen-Spannung beim Abschalten eines induktiven Stromes von 41 A bei 24 kV und 50 Hz mit einem Druckluft-schnellschalter



- a Schleifenoszillogramm. Die Strom- und Spannungsmessung erfolgte mit Messwandlern
- b Kathodenstrahloszillogramm. Strom- und Spannungsmessung während ca. $2 \cdot 10^{-4}$ s, kurze Zeit vor der Löschung. Strommessung mit induktionsarmem Shunt von 3 Ω; Spannungsmessung mit einem kapazitiven Teiler
- c Lichtbogencharakteristik (aus b zwischen den Zeiten t_0 und t_1 ermittelt)
 - \hat{u} Scheitelwert der Lichtbogen-Spannung
 - \hat{i} Scheitelwert des Lichtbogenstromes

Z Rückzündungen
 t_0, t_1 Zeiten, zwischen denen die Lichtbogencharakteristik ausgewertet wurde.

Die Frequenz des Lichtbogenstromes beträgt ca. 150 kHz zwischen t_1 und t_2 (b). In b sieht man während eines Rücklaufes des Kathodenstrahles beim Strom die letzte Rückzündung bei Z_e , worauf der Strom dann definitiv verlöscht. Auf dem gleichen Oszillogramm sind bei der Spannung die steilen bei Rückzündungen auftretenden negativen Spannungstösse von ca. 1,5 μs Dauer sichtbar. Die in c längs der Kurve angegebenen Zahlen bedeuten die von t_0 an gezählten Zeiten in μs

quenten Lichtbogenschwingungen zu verhindern, wie das Oszillogramm in Fig. 7 zeigt. Bei einem ölarmen Schalter, Nennspannung 15 kV, Nennstrom 500 A, Nennabschaltleistung 310 MVA, waren zur Stabilisierung des Lichtbogens ca. 5000 Ω nötig. Dies deutet darauf hin, dass die Anfandung bzw. das Abreissen des Stromes beim ölarmen Schaltprinzip besonders begünstigt ist, was auch mit den Erfahrungen allgemein überein stimmt.

bleibt keine magnetische Energie auf der abgeschalteten Seite.

Wir vernachlässigen nun in Gl. (26) die Glieder 3, 4 und 5 bei den weiteren Betrachtungen und befassen uns im wesentlichen nur noch mit dem Stromkreis (C_1, C_2, B, R, L), d. h. nur noch mit dem Glied 2, wobei das Glied 1 stets automatisch mitzuzählen ist. Der Lichtbogenstrom setzt sich also praktisch aus dem betriebsfrequenten Teil 1 und

dem angefachten (oder gedämpften) hochfrequenten Teil 2 zusammen.

II. Leerlaufende Leitung angeschlossen
(Schalter E in Fig. 2 geschlossen)

Nach den soeben gemachten Überlegungen kann man für die weitere Rechnung die Grössen L_1 , L_2 und U_n vorläufig unberücksichtigt lassen (Tab. II), d. h. mit dem vereinfachten Schema in Fig. 8 rechnen.

die bisher im Stromkreis erzeugt wurden, auf der Leitung unverzerrt unterwegs (Verzerrungsfreiheit vorausgesetzt). Zur Zeit $t = 0$ können wir daher den Strom und die Spannung auf der Leitung praktisch als endliche Summen von Exponentialfunktionen annehmen:

$$i_{\lambda(x,0)} = \sum_{k=1}^n B_k \cdot e^{\sigma_k x} \cdot e^{q_k t} \Big|_{t=0} = \sum_{k=1}^n B_k e^{\sigma_k x} \quad (38)$$

Tabelle II

Beziehungen zwischen den Stromkreisgrössen	Nach Carson transformierte Beziehungen $C[f(t)] = p \int_0^{\infty} e^{-p t} f(t) dt$
$i_L = i_R = i_B = i_{C_2} = i$ (27)	$C[i_L] = C[i_R] = C[i_B] = C[i_{C_2}] = C[i]$ (27a)
$i_{C_1} + i_{\lambda(0,t)} = i$ (28)	$C[i_{C_1}] + C[i_{\lambda(0,t)}] = C[i]$ (28a)
$u_{C_1} = u_{\lambda(0,t)}$ (29)	$C[u_{C_1}] = C[u_{\lambda(0,t)}]$ (29a)
$u_{C_1} = \frac{1}{C_1} \int i_{C_1} dt + u_{C_1(0)}$ (30)	$C[u_{C_1}] = \frac{1}{p C_1} C[i_{C_1}] + u_{C_1(0)}$ (30a)
$u_{C_2} = \frac{1}{C_2} \int i_{C_2} dt + u_{C_2(0)}$ (31)	$C[u_{C_2}] = \frac{1}{p C_2} C[i_{C_2}] + u_{C_2(0)}$ (31a)
$u_L = L \frac{di}{dt}$ (32)	$C[u_L] = -L p C[i] + L p i(0)$ (32a)
$u_R = R i$ (33)	$C[u_R] = R C[i]$ (33a)
$u_B = a - i b$ (34)	$C[u_B] = a - b C[i]$ (34a)
$u_{C_1} + u_{C_2} + u_B + u_R = u_L$ (35)	$C[u_{C_1}] + C[u_{C_2}] + C[u_B] + C[u_R] = C[u_L]$ (35a)

Für die leerlaufende Leitung gelten die Gesetze der Telegraphengleichung:

$$\left. \begin{aligned} l \frac{\partial i_{\lambda}(x, t)}{\partial t} + r i_{\lambda(x, t)} &= - \frac{\partial u_{\lambda}(x, t)}{\partial x} \\ c \frac{\partial u_{\lambda}(x, t)}{\partial t} + g u_{\lambda(x, t)} &= - \frac{\partial i_{\lambda}(x, t)}{\partial x} \end{aligned} \right\} (36)$$

$$\left. \begin{aligned} (l p + r) C[i_{\lambda}] &= - \frac{\partial}{\partial x} C[u_{\lambda}] + p l i_{\lambda(x, 0)} \\ (c p + g) C[u_{\lambda}] &= - \frac{\partial}{\partial x} C[i_{\lambda}] + p c u_{\lambda(x, 0)} \end{aligned} \right\} (36a)$$

Die Randbedingungen für die Leitung λ lauten:

$x = 0$: Gl. (28), (29) Gl. (28a), (29a)

$x = m$: $i_{\lambda(m,t)} = 0$ Gl. (37) $C[i_{\lambda(m,t)}] = 0$ Gl. (37a)

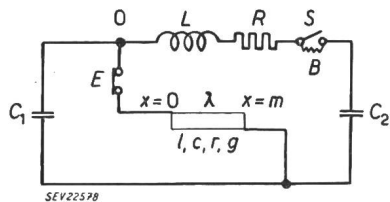


Fig. 8

Vereinfachtes einphasiges Prinzipschema für die Abschaltung eines kleinen induktiven Stromes, mit speiseseitig angeschlossener leerlaufender Leitung
Bezeichnungen siehe Fig. 2.

Anfangsbedingungen

Als Anfangszustand sei irgend ein Zeitpunkt während des Lichtbogenstadiums betrachtet. In diesem Zeitpunkt $t = 0$ sind schon endlich viele angefachte oder (und) gedämpfte Schwingungen,

wobei B_k , σ_k , q_k ($k = 1 \dots n$) absolute Konstanten, und n eine ganze endliche Zahl sind. Alle diese Konstanten mögen vorgegeben sein. Da der Strom und die Spannung zur Zeit $t = 0$ auch den Grundgleichungen (36) genügen müssen, so erhält man für die Anfangsspannung, wenn man die Verzerrungsfreiheit sowie die Tatsache berücksichtigt, dass der Strom am offenen Leitungsende Null ist:

$$u_{\lambda(x,0)} = - \sqrt{\frac{l}{c}} \sum_{k=1}^n B_k e^{\sigma_k x} + u_{\lambda(m,0)} \quad (39)$$

und

$$q_k = \frac{\sigma_k}{\sqrt{l c}} - \frac{r}{l}$$

Aus dem Gleichungssystem (36a) sowie aus Gl. (38) und (39) folgt nun zunächst, wenn man das System nach $C[i_{\lambda}]$ auflöst:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} C [i_\lambda] - (lp + r) (cp + g) C [i_\lambda] &= \\ &= pc \frac{d}{dx} u_{\lambda(x,0)} - pl (cp + g) i_{\lambda(x,0)} = \\ &= - \sum_{k=1}^n p B_k e^{\sigma_k x} [\sigma_k \sqrt{lc} + l (cp + g)] \end{aligned} \quad (40)$$

Wir setzen:

$$(lp + r) (cp + g) = \gamma^2 \quad (41)$$

Dann ist wegen der Verzerrungsfreiheit:

$$\gamma = \sqrt{\frac{c}{l}} (lp + r) = \sqrt{\frac{l}{c}} (cp + g) \quad (42)$$

Die Gleichung (40) hat n partikuläre Lösungen:

$$C_k [i_\lambda] = \frac{p [\sigma_k \sqrt{lc} + c (lp + r)] B_k e^{\sigma_k x}}{\gamma^2 - \sigma_k^2} \quad (43)$$

$k = 1 \dots n$

Die allgemeine Lösung von Gleichungen vom Typ Gl. (40) setzt sich bekanntlich zusammen aus allen partikulären Lösungen und den Lösungen der homogenen Gleichung, und stellt sich also wie folgt dar:

$$C [i_\lambda] = A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x} + \sum_{k=1}^n \frac{p \sqrt{lc}}{\gamma - \sigma_k} B_k e^{\sigma_k x} \quad (44)$$

Die Konstanten (bzw. die von x unabhängigen Grössen) A_1, A_2 bestimmen wir durch Einsetzen der Randbedingungen Gl. (28a) und (29a). Sodann kann man alle noch verbleibenden, uns nicht interessierenden Unbekannten $C [u_{c1}], C [i_{c1}]$ usw., unter Verwendung von Gl. (27a), (30a) bis 37a), (44), (48) durch rein algebraische Rechnung eliminieren, so dass man schliesslich den gesuchten Stromverlauf (im transformierten Bereich) in der folgenden Form erhält:

$$C [i] = \frac{Y_1(p) + Y_2(p) + [Y_3(p) - Y_2(p)] e^{-2\gamma m} + 2 p^2 \sqrt{lc} \sum_{k=1}^n \frac{B_k [1 - e^{-(\gamma - \sigma_k)m}]}{\gamma - \sigma_k}}{\varphi(p) + \psi(p) e^{-2\gamma m}} = \frac{Y(p)}{N(p)} \quad (45)$$

Darin bedeuten:

$$\begin{aligned} Y_1(p) &= -p^2 C_1 [u_{c1(0)} + u_{c2(0)} + a - L p i_{(0)}] - \\ &- p \sqrt{\frac{c}{l}} [u_{c2(0)} + a - L p i_{(0)}] \end{aligned} \quad (46)$$

$$Y_2(p) = - \frac{p^2 \sqrt{lc}}{lp + r} u_{\lambda(m,0)} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} Y_3(p) &= -p^2 C_1 [u_{c1(0)} + u_{c2(0)} + a - L p i_{(0)}] + \\ &+ p \sqrt{\frac{c}{l}} [u_{c2(0)} + a - L p i_{(0)}] \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \varphi(p) &= L C_1 p^3 + \left[C_1 (R - b) + L \sqrt{\frac{c}{l}} \right] p^2 + \\ &+ \left[1 + \frac{C_1}{C_2} + (R - b) \sqrt{\frac{c}{l}} \right] p + \frac{1}{C_2} \sqrt{\frac{c}{l}} \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \psi(p) &= L C_1 p^3 + \left[C_1 (R - b) - L \sqrt{\frac{c}{l}} \right] p^2 + \\ &+ \left[1 + \frac{C_1}{C_2} - (R - b) \sqrt{\frac{c}{l}} \right] p - \frac{1}{C_2} \sqrt{\frac{c}{l}} \end{aligned} \quad (50)$$

Bemerkung:

Ersetzt man im Schema Fig. 8 die leerlaufende Leitung durch einen Ohmschen Widerstand gleich dem Wellenwiderstand $\sqrt{l/c}$ parallel zu C_1 , so findet man durch eine analoge Rechnung:

$$C [i] = \frac{Y_1(p)}{\varphi(p)} \quad (51)$$

wobei $Y_1(p)$ nach Gl. (46) und $\varphi(p)$ nach Gl. (49) einzusetzen sind.

Diskussion des Lichtbogenstromes auf Grund der Lösung im transformierten Bereich

$\varphi(p)$ und $\psi(p)$ sind Polynome dritten Grades in p . γ ist gemäss Gl. (42) eine lineare Funktion von p . Der Nenner von Gl. (45) hat daher unendlich viele Nullstellen die sich im Unendlichen ($p = \infty$) häufen.

Um den gesuchten Lichtbogenstrom $i(t)$ nun konkret zu berechnen, könnte man die transformierte Lösung Gl. (45) unter Verwendung des Residuensatzes zurücktransformieren, wobei im Prinzip die (unendlich vielen) Nullstellen des Nenners zu bestimmen wären. Da das Resultat jedoch nicht besonders übersichtlich wäre, schlagen wir nachstehend einen andern Weg ein, der zu einer durchsichtigen, den Wanderwellen-Charakter aufzeigenden Darstellung führt. Wir schaffen den Nenner in Gl. (45) durch Entwicklung in eine geometrische Reihe weg:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varphi(p) + \psi(p) e^{-2\gamma m}} &= \frac{1}{\varphi \left(1 + \frac{\psi}{\varphi} e^{-2\gamma m} \right)} = \\ &= \frac{1}{\varphi(p)} \left[1 - \frac{\psi}{\varphi} e^{-2\gamma m} + \frac{\psi^2}{\varphi^2} e^{-4\gamma m} - \dots + \right. \\ &\quad \left. + (-1)^v \frac{\psi^v}{\varphi^v} e^{-2v\gamma m} + \dots \right] \end{aligned} \quad (52)$$

Diese Entwicklung ist nur erlaubt, wenn

$$\left| \frac{\psi(p)}{\varphi(p)} e^{-2 \sqrt{\frac{c}{l}} (lp+r)m} \right| < 1 \quad (53)$$

Wie man sich unter Verwendung von Gl. (49) und Gl. (50) leicht überzeugt, ist die Bedingung Gl. (53) sicher für alle p -Werte erfüllt, deren Realteile gleich oder grösser sind als ein gewisser posi-

tiver Wert d , wobei die Nullstellen p_1, p_2, p_3 von $\varphi(p)$ in der p -Ebene «links» von d liegen, d. h. die Realteile von p_1, p_2, p_3 kleiner als d sind (siehe Fig. 9).

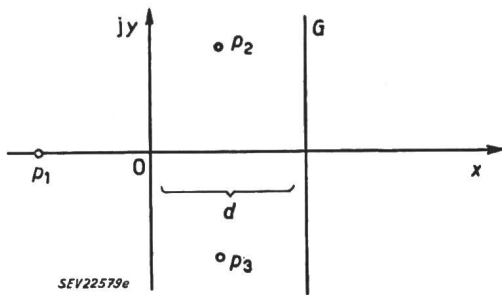


Fig. 9

Lage der Nullstellen p_1, p_2, p_3 des Polynoms $\varphi(p)$ in der komplexen Ebene
 x reelle Achse; y imaginäre Achse

Die Reihe in Gl. (52) konvergiert im Gebiet «rechts» von d und längs der Geraden G absolut und gleichmässig.

Die Darstellung Gl. (45) geht unter Verwendung von Gl. (52) über in:

$$C[i] = \frac{Y(p)}{\varphi(p)} \sum_{v=1}^{\infty} (-1)^v \left(\frac{\psi(p)}{\varphi(p)} \right)^v e^{-2v\gamma m} = \underbrace{\frac{Y_1 + Y_2}{\varphi}}_I - \underbrace{\frac{2p^2 \sqrt{l}c}{\varphi} \sum_{k=1}^n \frac{B_k}{\gamma - \sigma_k} [1 - e^{-(\gamma - \sigma_k)m}]}_{II} + e^{-2\gamma m} \left[\underbrace{\frac{Y_3 - Y_2}{\varphi} - \frac{\psi}{\varphi^2} (Y_1 + Y_2)}_{III} + \underbrace{\frac{2p^2 \sqrt{l}c \psi e^{-2\gamma m}}{\varphi^2} \sum_{k=1}^n \frac{B_k}{\gamma - \sigma_k} [1 - e^{-(\gamma - \sigma_k)m}]}_{IV} + e^{-4\gamma m} [\dots] + \dots \right] \quad (54)$$

Man kann aus dieser Lösung, ohne die Rücktransformation in den Originalbereich auszuführen, bereits den Verlauf des Lichtbogenstromes $i(t)$ diskutieren.

Das *Glied I* stellt im wesentlichen den Lichtbogenstrom in jenem Fall dar, wo statt der Leitung ein Ohmscher Widerstand von der Grösse $\sqrt{l}c$, d. h. gleich dem Wellenwiderstand parallel zur Kapazität C_1 angeschlossen ist; vergleiche die Bemerkung zu Gl. (51). (In diesem Falle ist $Y_1(p)$, welches der Spannung am Ende der Leitung zur Zeit $t = 0$ entspricht, gleich Null zu setzen.) Der Teilstrom I fliesst als einziger von Anfang an ($t = 0$).

Das *Glied II* liefert den Beitrag jener Stromimpulse, die beim betrachteten Anfangszustand ($t = 0$) bereits in der Leitung unterwegs waren. Diese Impulse treffen im Hauptstromkreis (Schalter S) gedämpft und mit Zeitverzögerung, d. h. später als $t = 0$, jedoch früher als $t = 2\tau$ ein, wobei 2τ die Laufzeit vom Anfang der Leitung bis an das Ende und zurück bedeutet. Die Zeitverzögerung t_k jedes Impulses k ist durch den zugehörigen Faktor $e^{-(\gamma - \sigma_k)m}$ gegeben.

Der *Teilstrom III* fliesst erst von der doppelten Laufzeit $2\tau = 2m\sqrt{l}c$ an durch den Schalter, und stellt im wesentlichen die gedämpft zurückkehrenden Stromimpulse dar, die 2τ Sekunden früher in die Leitung geschickt wurden.

Analog ist *IV*, der durch die Anfangsverteilung auf der Leitung verursachte, nach $2\tau < t < 4\tau$

Sekunden nochmals gedämpft im Schalter erscheinende Stromanteil.

Es soll noch einmal betont werden, dass $C[i]$ nach Gl. (54) nur dem hochfrequenten Teil des Lichtbogenstromes entspricht. Addiert man den betriebsfrequenten Teil hinzu, so erhält man praktisch den totalen Lichtbogenstrom.

Auf diese Art lässt sich das Resultat weiter diskutieren. Jeder an einer Stelle bestehende Impuls erscheint nach jeder doppelten Laufzeit wieder gedämpft an der gleichen Stelle.

Frequenzen, Dämpfungen, Anfachungen

Alle Glieder der Gl. (54) haben im Nenner das Polynom dritten Grades $\varphi(p)$, welches in der ersten oder in höheren Potenzen vorkommt. Zudem haben die Glieder zum Teil im Nenner noch die individuellen Polynome ersten Grades

$$\gamma = \sqrt{l}c p + \frac{r}{l}$$

sowie

$$P_k(p) = \gamma(p) - \sigma_k = \sqrt{l}c p + r \sqrt{\frac{c}{l}} - \sigma_k \quad |_{k=1 \dots n}$$

Die Nullstellen dieser Polynome bedeuten bekanntlich Dämpfung oder Anfachung, sowie Frequenzen der gesuchten Teilströme. Man sieht daher aus Gl. (54), dass einerseits immer wieder die gleichen Nullstellen von $\varphi(p)$, d. h. die gleichen Anfachungen (Dämpfungen) und Frequenzen vorkommen, und andererseits auch die $n + 1$ partikulären Nullstellen von $\gamma(p)$ und $P_k(p)$ welche ebenfalls im allgemeinen Schwingungen bedeuten, sich immer wiederholen.

Darstellung des Lichtbogenstromes $i(t)$ im Originalbereich in einem einfachen Beispiel

Wir nehmen an, zur Zeit $t = 0$ habe der betriebsfrequente Lichtbogenstrom seinen natürlichen Nullwert erreicht. Der hochfrequente überlagerte Lichtbogenstrom existiere in diesem Augenblick nicht oder sei ganz unbedeutend, d. h. vernachlässigbar klein. Die leerlaufende Leitung sei kürzer als 100 km, so dass zur Zeit $t = 0$ längs der Leitung nicht mit einer örtlichen Änderung der Grösse und Phase des betriebsfrequenten Stromes bzw. Spannung gerechnet werden muss. Der Lichtbogen im Schalter habe gerade die (Zünd-) Spannung a . Aus diesen Anfangsbedingungen ergeben sich für unseren hochfrequenten Stromkreis:

$$i(0) = 0$$

$$u_{C_1}(0) = a_1, \quad u_{C_2}(0) = a_2, \quad \text{wobei } a_1 + a_2 = -a$$

$$B_k = 0, \quad k = 1 \dots n$$

Die Lösung Gl. (54) vereinfacht sich zu:

$$C[i] = \frac{Q_1(p)}{\varphi} + \frac{Q_2(p)}{\varphi(lp+r)} + e^{-2\gamma m} \cdot \frac{Q_3(p)}{\varphi^2} + e^{-2\gamma m} \cdot \frac{Q_4(p)}{\varphi^2(lp+r)} + e^{-4\gamma m} (\dots) \quad (55)$$

Darin sind $Q_1(p), Q_2(p), \dots$ Polynome in p , deren Grad höchstens gleich dem Grad der zugehörigen Polynome im Nenner ist. Das Polynom $lp+r$ hat die einfache Nullstelle $p = -r/l$. Das Polynom dritten Grades $\varphi(p)$ hat die Nullstellen

$$p_{1,2} = \alpha_1 \pm j\beta_1$$

$$p_2 = \alpha_2$$

(alle α und β reell)

Die Rückwärtstransformation von Gl. (55) ergibt den gesuchten Lichtbogenstrom in der folgenden Form:

$$i(t) = K_1 e^{\alpha_1 t} \sin(\beta_1 t + \delta_1) + K_2 e^{\alpha_2 t} + K_3 e^{-\frac{r}{l}t} + \{K_4 e^{\alpha_1(t-2\tau)} \sin[\beta_1(t-2\tau) + \delta_4]\} [1 + K_5(t-2\tau)] + K_6 e^{\alpha_2(t-2\tau)} [1 + K_7(t-2\tau)] + K_8 e^{-\frac{r}{l}(t-2\tau)} [1 + K_9(t-2\tau)] + F(t-4\tau) + \dots \quad (56)$$

Die Grössen K sind Konstanten, auf deren nähere Bestimmung wir verzichten. In der Zeit von $0 \leq t \leq 2\tau$ gelten nur die 3 Glieder der ersten Zeile. In der Zeit von $2\tau \leq t \leq 4\tau$ gelten alle Glieder der ersten Zeile, usw. Man sieht, dass immer wieder die gleiche Stromfrequenz β_1 , und die gleichen Dämpfungs- bzw. Anfachungsglieder, α_1 vorkommen, wobei allerdings von $t = 2\tau$ an die Anfachungen und Dämpfungen zum Teil noch durch Faktoren $(t-2\tau), (t-4\tau)$ usw. korrigiert werden.

III. Vergleich zwischen dem Fall mit Leitung und dem Fall ohne Leitung

Im Falle mit der Leitung ist der hochfrequente Teil des Lichtbogenstromes im ersten Augenblick im wesentlichen durch die beiden konjugiert komplexen Nullstellen von $\varphi(p)$ bestimmt. In der Bemerkung zu Gl. (51) haben wir gesehen, dass man das gleiche charakteristische Polynom $\varphi(p)$ erhält, wenn man im Schema die Leitung durch einen Ohmschen Widerstand vom Werte $\sqrt{l/c}$ parallel zu C_1 ersetzt. $\varphi(p)$ lautet also für den Fall, dass $C_1 = C_2$ ist:

$$\varphi(p) = LC_1 p^3 + \left[C_1(R-b) + L\sqrt{\frac{c}{l}} \right] p^2 + \left[1 + \frac{C_1}{C_2} + (R-b)\sqrt{\frac{c}{l}} \right] p + \frac{1}{C_2} \sqrt{\frac{c}{l}} \quad (49)$$

Für den Fall ohne Leitung beträgt:

$$\chi(p) = p^2 + \frac{R-b}{L} p + \frac{2}{LC_1} \quad (57)$$

Die Realteile dieser Wurzeln ergeben die logarithmischen Inkremente der Anfachung, und die Im-

ginärteile die Kreisfrequenz des hochfrequenten Teiles der Lichtbogenschwingung. Fig. 10 vergleicht nun diese Inkremente und Kreisfrequenzen (Ia IIa; If; IIf) mit und ohne angeschlossene Leitung. Dabei wurden die in Abschnitt B angegebenen Werte eingesetzt.

Aus diesen Kurven resultiert, dass im Stromkreis ohne Leitung sowohl die Anfachung als auch die Lichtbogenfrequenz grösser sind als im Stromkreis mit Leitung. Jedoch überlagern sich dieser hochfrequenten Schwingung im Falle mit Leitung die gedämpften aus der Leitung zurückkommenden Impulse, und machen den Verlauf des Lichtbogenstromes entsprechend komplizierter.

Als Beispiel dienen die Oszillogramme in Fig. 13 und 14 von im schwedischen Kraftwerk Stadsforsen mit einem 220-kV-Druckluftschalters durchgeführten Abschaltungen eines induktiven Stromes von 25 A bei 220 kV. In Fig. 13 (ohne speiseseitig angeschlossene leerlaufende Leitung) sieht man die hochfrequenten Lichtbogenschwingungen bei den Stellen X in Form von Schatten. Diese Schatten sind in Fig. 14 (mit Leitung) verschwunden oder

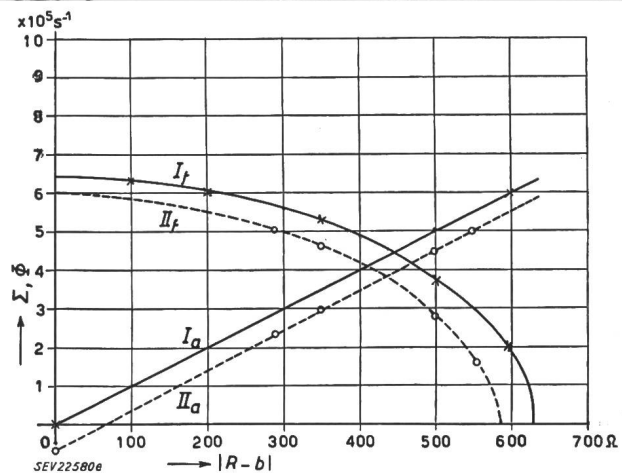


Fig. 10
Logarithmisches Inkrement Σ der Anfachung und Kreisfrequenz Φ des hochfrequenten Teiles des Lichtbogenstromes, in Funktion von $R-b$, mit und ohne speiseseitig angeschlossener Leitung

Zahlenwerte der Stromkreis-Konstanten gemäss Abschnitt B eingesetzt.

$I_a = \frac{R-b}{2L}$ logarithmisches Inkrement der Anfachung, ohne Leitung

$II_a = \alpha_1$ logarithmisches Inkrement der Anfachung bzw. Dekrement, mit Leitung

$I_f = \sqrt{\frac{2}{LC} - \frac{(R-b)^2}{4L^2}}$ Kreisfrequenz, ohne Leitung

$IIf = \beta_1$ Kreisfrequenz, mit Leitung

α_1 ist der Realteil, β_1 der Imaginärteil der beiden konjugiert komplexen Wurzeln der Gleichung;

$$\varphi(p) = LC_1 p^3 + \left[C_1(R-b) + L\sqrt{\frac{c}{l}} \right] p^2 + \left[1 + \frac{C_1}{C_2} + (R-b)\sqrt{\frac{c}{l}} \right] p + \frac{1}{C_2} \sqrt{\frac{c}{l}} = 0$$

I_a ist der Realteil, I_f der Imaginärteil der beiden konjugiert komplexen Wurzeln der Gleichung;

$$\chi(p) = p^2 + \frac{R-b}{L} p + \frac{2}{LC_1}$$

jedenfalls viel kleiner. Andererseits verläuft der Strom i_a beim Abreißen in Fig. 14, Stelle Z, viel steiler als in Fig. 13, Stelle Y, wo das letzte definitive Abreißen bei einem kleinen, im Oszillogramm nicht mehr

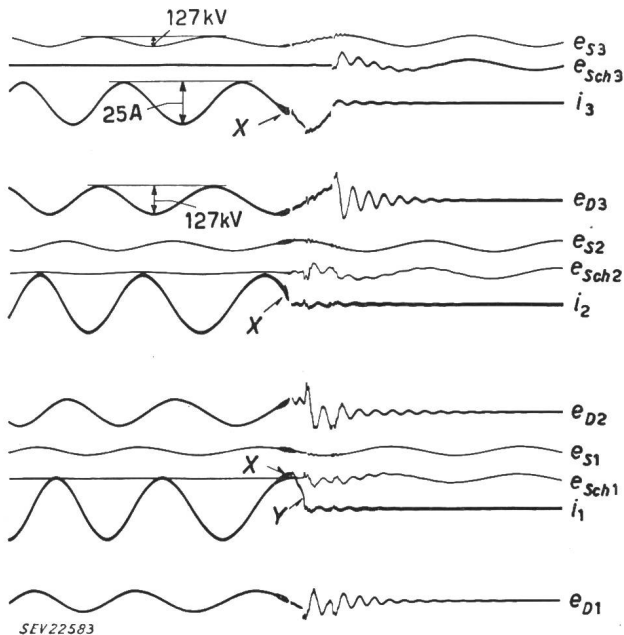


Fig. 13

Oszillogramm der Abschaltung eines induktiven Stromes von 25 A bei 220 kV, mit einem Druckluftschalter Sternpunkte des speisenden und des abgeschalteten Transformators direkt geerdet. Ohne leerlaufende Leitung auf der speisenden Seite

e_{s1}, e_{s2}, e_{s3} Spannungen Phase—Erde auf der speisenden Seite
 e_{D1}, e_{D2}, e_{D3} Spannungen Phase—Erde auf der abgeschalteten Seite
 $e_{Sch1}, e_{Sch2}, e_{Sch3}$ Spannungen über die Schalterpole
 i_1, i_2, i_3 Phasenströme

auswertbaren Wert erfolgt. Entsprechend ist auch die darauf folgende wiederkehrende Spannung e_{D3} bzw. e_{Sch3} in Fig. 14 bedeutend grösser als z. B. die Spannung e_{D1} bzw. e_{Sch1} in Fig. 13. Der Vergleich

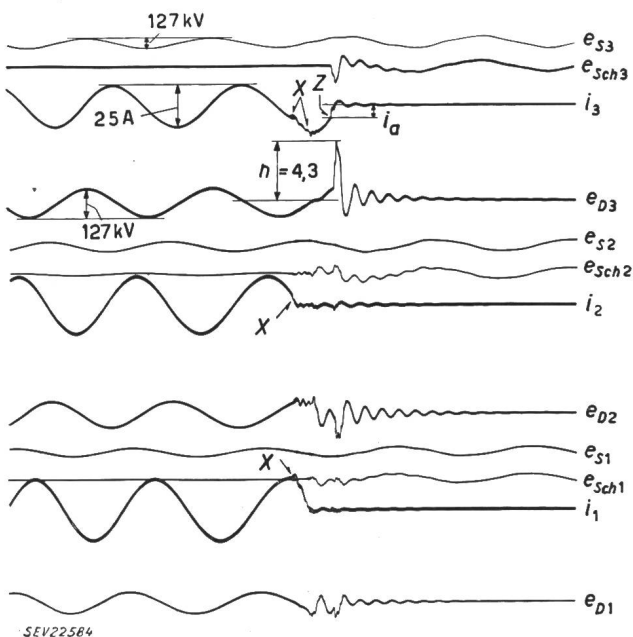


Fig. 14

Wie Fig. 13, jedoch mit speiseseitig angeschlossener Leitung 220 kV, 72 km
 Weitere Bezeichnungen siehe Fig. 13

zeigt übrigens, dass die Überspannungen nicht nur vom Schalter sondern auch sehr stark vom Netz abhängen.

IV. Kritische Betrachtung der Berechnung

a) Die gekrümmte Strom-Spannungscharakteristik wurde nicht ganz zutreffend durch eine gradlinige Charakteristik $u_B = a - ib$ ersetzt, um die Rechnung zu erleichtern. Indessen zeigt Fig. 10, dass für jede in Frage kommende Steilheit b der Lichtbogencharakteristik im Falle ohne Leitung sowohl die Kreisfrequenz als auch die Anfachung des hochfrequenten Stromes grösser sind.

b) Die Lichtbogencharakteristik hängt von der Abkühlung der Lichtbogenbahn und somit vom einwirkenden Löschmittel (Strömung, Diffusion, Entionisierung) ab und verändert sich fortwährend. Ein plötzlicher Wirbel kann eine vorübergehend steilere Charakteristik, d. h. eine grössere Anfachung verursachen. Die Berechnung basiert auf der Annahme einer konstanten Anfachung (bzw. Dämpfung).

c) Der Ohmsche Widerstand des Hochfrequenz-Stromkreises ist frequenzabhängig, also nicht konstant, wie es angenommen wurde.

d) Wenn auch die Berechnung aus den genannten Gründen weit davon entfernt ist, den wirklichen Stromverlauf genau zu beschreiben, so gestattet sie doch, die wesentlichen Merkmale klar zu erkennen.

D. Berechnung des Spannungsverlaufes nach einer Rückzündung bzw. nach dem Abreißen des Lichtbogenstromes

I. Ohne speiseseitig angeschlossene leerlaufende Leitung (siehe Fig. 11)

Wenn der betriebsfrequente Strom vom Momentanwert i_a abgerissen wird, schwingt dieser Strom einerseits im Schwingungskreis (L_1, C_1) und ander-

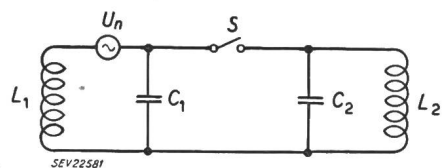


Fig. 11

Einphasiges Prinzipschema zur Berechnung der nach dem Abreißen des Stromes wiederkehrenden Schalterspannung

U_n treibende Spannung
 S Schalter
 L_1, C_1 Induktivität bzw. Ersatzkapazität des speisenden Netzes
 L_2, C_2 Induktivität bzw. Ersatzkapazität des abzuschaltenden Transformators

seits, unabhängig davon, im Schwingungskreis (L_2, C_2) aus (genügend grosse elektrische Festigkeit der Schaltstrecke vorausgesetzt). Die Spannung über dem Schalter S beträgt dann ungefähr:

$$u_s \approx U_n \pm i_a \left[\sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \sin \frac{t}{\sqrt{L_1 C_1}} + \sqrt{\frac{L_2}{C_2}} \sin \frac{t}{\sqrt{L_2 C_2}} \right] \quad (58)$$

Diese Formel erhält man, wenn man sowohl den Ohmschen Widerstand im Stromkreis als auch die Anfangsenergien in den Kapazitäten C_1, C_2 gegenüber den Anfangsenergien in den Induktivitäten

L_1, L_2 vernachlässigt. Das Vorzeichen der beiden Eigenschwingungen (L_1, C_1) und (L_2, C_2) in Gl. (58) wechselt, je nachdem das Abreissen des Stromes vor oder nach dem natürlichen Nulldurchgang erfolgt.

II. Mit speiseseitig angeschlossener leerlaufender Leitung (siehe Fig. 12)

Auch hier schwingt nach dem Abreissen des Stromes der Kreis (L_1, C_1, λ) für sich und der Kreis (L_2, C_2) für sich aus. Fasst man die Kapazität der in O angeschlossenen leerlaufenden Leitung λ als

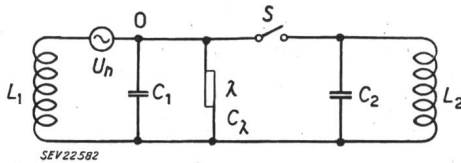


Fig. 12

Einphasiges Prinzipschema zur Berechnung der nach dem Abreissen des Stromes wiederkehrenden Schalterspannung; mit speiseseitig angeschlossener leerlaufender Leitung

λ leerlaufende Leitung

C_λ konzentrierte Kapazität der leerlaufenden Leitung

Weitere Bezeichnungen siehe Fig. 11

konzentriert auf ($=C_\lambda$), so addiert sich diese Kapazität zu C_1 , und man erhält die wiederkehrende Schalterspannung, wenn man in Gl. (58) C_1 durch $C_1 + C_\lambda$ ersetzt. Das speisende Netz wird starrer und die Grösse $\sqrt{(C_1 + C_\lambda)/L_1}$ kann als Mass für die Starrheit betrachtet werden [2]. Im allgemeinen genügen bei diesen Vorgängen schon Leitungslängen von 10 km, um das Netz genügend starr zu machen, d. h. um die Eigenschwingungen auf der speisenden Seite bedeutungslos zu machen. Die Schalterspannung ist dann durch die folgende Formel bestimmt:

$$u_s \approx \dot{U}_n \pm i_a \sqrt{\frac{L_2}{C_2}} \sin \frac{t}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad (59)$$

Der Vergleich von Gl. (58) und (59) führt zum Schluss, dass die wiederkehrende Schalterspannung bei angeschlossener leerlaufender Leitung und bei gleichem i_a langsamer würde und kleiner wäre als im Falle ohne leerlaufende Leitung. In Wirklichkeit ist aber der wirksame Abreißstrom bei angeschlossener Leitung grösser, so dass der genannte Effekt überkompensiert wird (siehe Abschnitt H).

E. Die Spannungsbeanspruchung am Transformator

Wenn der Lichtbogenstrom verlöscht, steigt die Spannung relativ langsam, d. h. nach den Gesetzen des Schwingkreises ($L_2, C_2 =$ Induktivität bzw. Kapazität des abgeschalteten Transformators; siehe Fig. 2) an, und falls keine Rückzündung stattfindet, schwingt die Spannung mit der entsprechenden Eigenfrequenz $1/2\pi\sqrt{LC}$ aus. Dabei kann die Spannungsamplitude am Transformator um die Schalterspannung grösser oder kleiner sein als die Schalterspannung [1; 2]. Ein solcher Spannungsanstieg bzw. -verlauf (über den Schalter) ist z. B. in Fig. 15, Stelle A_1 bzw. A_2 zu sehen.

Findet eine Rückzündung statt, so entlädt sich die Kapazität C_2 (Fig. 2) durch den Schalter über

den Leitungswiderstand R und die Leitungsinduktivität $L_3 + L_4$. Die Spannung an der Kapazität, d. h. am Transformator, fällt dann in Form einer gedämpften Schwingung sehr rasch auf die Phasenspannung \pm Lichtbogenspannung des Schalters zurück. Der dabei im Schalter brennende Lichtbogen gehorcht den genau gleichen Gesetzen wie unter C und D beschrieben, d. h. auch das Zusammenfallen und Ausschlagen der Spannung bei einer Rückzündung geschieht mit der entsprechenden grossen Frequenz (siehe Stelle B und Q in Fig. 15). Zahlenmässig dürften diese negativen

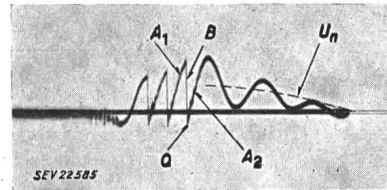


Fig. 15

Spannungs-Oszillogramm der Abschaltung eines induktiven Stromes von 5,5 A bei 13 kV, 50 Hz, mit einer ölarmen Schaltkammer

U_n treibende Spannung

Weitere Bezeichnungen siehe im Text

Spannungsschüsse, die als solche den Transformator belasten, Anstiegszeiten von $10^{-5} \dots 10^{-6}$ s haben; sie entsprechen somit höchstens dem Laboratoriumsstoss von $1/50 \mu s$. Die Amplitude eines solchen Stosses bleibt auf die am Schalter auftretende Spannungsspitze unmittelbar vor der Rückzündung, vermindert um die Lichtbogenspannung und vermehrt um das Überspringen (siehe Stelle Q in Fig. 15) beschränkt.

F. Mehrere leerlaufende Leitungen auf der speisenden Seite angeschlossen

Sowohl für den Verlauf des Lichtbogenstromes beim Abschalten kleiner induktiver Ströme, als auch für den Verlauf der wiederkehrenden Spannung können hier die bisher gewonnenen Resultate sinngemäss übertragen werden. Statt eines einzigen Wellenwiderstandes hat man mehrere parallel wirkende Wellenwiderstände und Leitungslängen zu betrachten. Die dämpfende Wirkung wird durch mehrere Leitungen noch verstärkt, sei es beim Lichtbogenstrom, sei es bei der wiederkehrenden Spannung. Dagegen ist der Strom- bzw. Spannungsverlauf an sich komplizierter, da sich jeder im System erzeugte Impuls auf die verschiedenen Leitungen aufteilt und jeder dieser Teilimpulse nach den Gesetzen seiner Leitung wandert und reflektiert wird, wobei bei ungleichen Leitungslängen die reflektierten Impulse zu ungleicher Zeit eintreffen.

G. Belastete Leitungen auf der speisenden Seite angeschlossen

Es sei der noch oft vorkommende Fall betrachtet, wo auf der speisenden Seite ausser einem direkt speisenden Kraftwerk noch Leitungen angeschlossen sind, an deren Ende sich Verbraucher oder Kraftwerke befinden. Die oben für leerlaufende Leitungen hergeleiteten Resultate gelten im Prinzip

hier auch, mit dem Unterschied jedoch, dass die Impulse an den Leitungsenden nicht mit voller Amplitude reflektiert werden, und somit sowohl der hochfrequente Lichtbogenstrom als auch die wiederkehrende Spannung noch harmloser verlaufen.

H. Zusammenfassung der Resultate; Schlussfolgerungen

1. Beim Abschalten eines kleinen induktiven Stromes fliesst der Strom in der Schaltkammer zwischen dem Beginn der Kontakttrennung und der Löschung in Form eines sehr hochfrequent schwingenden, bald angefachten, bald gedämpften Lichtbogens. Aus der Berechnung folgt, dass bei speise-seitig zugeschalteter leerlaufender Leitung sowohl die Höhe der Frequenz als auch die Anfachung des Lichtbogenstromes kleiner sind, als im Falle ohne leerlaufende Leitung. Ist die Anfachung so gross, dass der totale Strom den Wert Null erreicht, so ist prinzipiell die Löschung möglich. Der betriebsfrequente Teil des Lichtbogenstromes hat in diesem Augenblick noch einen von Null verschiedenen Wert, welchen wir mit Abreißstrom bezeichnen. Wegen der kleineren Anfachung des Stromes bei angeschlossener Leitung wird der Stromwert Null erstmals bei einem kleineren betriebsfrequenten Momentanwert erreicht, als wenn keine leerlaufende Leitung angeschlossen ist. Man würde hier also einen kleineren Abreißstrom und daher kleinere Überspannungen erwarten. Wenn die Überspannungen bei angeschlossener Leitung trotzdem grösser wurden, so ist dies damit zu erklären, dass im Falle ohne Leitung die definitive Löschung des Stromes beim erstmaligen hochfrequenten Erreichen des Nullwertes einerseits durch das raschere gegen Null Fallen (grössere Frequenz) und andererseits wegen der steiler ansteigenden wiederkehrenden Spannung erschwert ist. Der Lichtbogen zündet wieder und der Vorgang kann sich vielfach wiederholen. Während dieser Zeit nimmt der betriebsfrequente Teil des Lichtbogenstromes ab (absteigender Ast der betriebsfrequenten Halbwelle¹⁾, und schliesslich erfolgt die letzte, definitive Unterbrechung bei einem kleineren betriebsfrequenten Momentanwert, d. h. der wirksame Abreißstrom ist kleiner als im Falle mit Leitung. Dazu kommt noch, dass bei angeschlossener Leitung die wiederkehrende Spannung langsamer ansteigt und daher im Wettlauf mit der thermisch-elektrischen Wiederverfestigung der Schaltstrecke einen grösseren Wert erreichen kann, sei es, bevor eine neue Rückzündung eintritt, sei es, dass keine Rückzündung mehr erfolgt. Die Verschiedenheit des Stromverlaufes und der Überspannungen, je nachdem eine leerlaufende Leitung angeschlossen ist oder nicht, beweist, dass die Abschaltüberspannungen nicht nur vom Schalter, sondern auch in starkem Masse vom Netz abhängen. Für weitere hier nicht beschriebene Vorgänge beim Abschalten

¹⁾ Dies ist eine Annahme, die auf Grund umfangreicher Erfahrungen getroffen wurde. Es handelt sich dabei auch um den schlimmeren Fall, da die Transformatorspannung in dieser Viertelwelle gleich der Summe aus Schalterspannung und Netzspannung ist.

kleiner induktiver Ströme sei auf die Literatur [1], [2] verwiesen.

2. Der leerlaufende Transformator wird beim Abschalten einerseits nach dem Löschen des Lichtbogenstromes durch relativ langsame Spannungsanstiege von z. B. $2 \cdot 10^{-3} \dots 10^{-4}$ s Dauer und andererseits während der Rückzündungen durch wesentlich steilere negative Spannungstösse von ca. $10^{-5} \dots 10^{-6}$ Sekunden Dauer beansprucht; diese entsprechen ungefähr dem Stoss $1/50 \mu\text{s}$.

3. Grundsätzlich gibt es zwei Möglichkeiten, um Überspannungen zu vermeiden. Der eine Weg besteht in der Stabilisierung des Lichtbogens bzw. Verhinderung des Abreissens, wodurch schon die Ursache von Überspannungen eliminiert wird. Diese Stabilisierung kann durch Verwendung eines genügend hochohmigen Widerstandes in Reihe mit dem Lichtbogen oder durch geringere Löschmitteleinwirkung erreicht werden. Ein zweiter Weg besteht in der Verwendung von überspannungsbegrenzenden Elementen, wie z. B. Parallelwiderständen, Funkenstrecken, Überspannungsableiter, womit die nach dem Abreissen entstehenden Überspannungen in gewünschten Grenzen gehalten werden können.

Ein Stabilisierungs-Seriewiderstand, der praktisch nur im Laufe des Abschaltvorganges kurzzeitig eingeschaltet werden könnte, müsste einerseits so niederohmig gewählt werden, dass die Überspannung beim Wirksamwerden des Widerstandes (= Strom im Widerstand mal Ohmwert) nicht zu gross wird, während er andererseits hochohmig genug sein müsste, um noch wirksam zu stabilisieren. Die Erfüllung beider Forderungen ist meistens nicht ohne weiteres möglich und diese Methode wird u. W. deshalb in der Praxis nicht angewandt. Die schwache Löschmitteleinwirkung ist an sich ein wirksames direktes Verfahren zur Stabilisierung des Lichtbogens, und wird in der Praxis teils als Alleinmassnahme, teils in Kombination mit Hilfsschaltstrecken angewendet. Doch kann man mit schwacher Löschwirkung allein andere wichtige Schaltfälle wie Kurzschluss, leerlaufende Leitungen, Phasenopposition weniger gut beherrschen. Als praktisch brauchbare und betriebsmässige Lösungen werden daher meistens überspannungsbegrenzende Elemente verwendet, z. B. Parallelwiderstände (vorteilhaft mit gekrümmter Charakteristik), Hilfsschaltstellen mit begrenzter elektrischer Festigkeit und Überspannungsableiter.

Literatur

- [1] *Baltensperger, P.*: Abschaltung leerlaufender Leitungen und kleiner induktiver Ströme mit einem modernen 220-kV-Brown Boveri Druckluftschneider im schwedischen Kraftwerk Stadforsen. Brown Boveri Mitt. 38 (1951), Nr. 12, S. 391...410.
- [2] *Baltensperger, P.*: Surtensions lors du déclenchement de faibles courants inductifs. Conférence Internationale des Grands Réseaux Electriques (CIGRE), Paris 1950, Bd. 2, Rapp. 116, 26 S.
- [3] *Wagner, K. W.*: Operatorenrechnung nebst Anwendungen in Physik und Technik. Leipzig: Barth 1940.

Adresse der Autoren:

Dr. sc. math. *P. Baltensperger*, Höggerstrasse 22, Unterengstringen (ZH); *P. Schmid*, dipl. Physiker, Gottesgraben 3, Wettingen (AG).