Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens

Herausgeber: Association suisse des électriciens

Band: 47 (1956)

Heft: 22

Artikel: Répartition des courants entre conducteurs en parallèle dans un système triphasé

Autor: Schmidt, P.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1058234

einer derartigen Niederdruck-Anlage verantwortliche Bauingenieur kann nicht nachdrücklichst genug darauf aufmerksam gemacht werden. Ebenso ist auf diesen Umstand bei Abnahme-Messungen zu achten.

Möglicherweise ist für die Grösse des Einflusses wechselnder Anströmung auf den Turbinen-Wirkungsgrad die Situierung und Formgebung der Zwischenwände usw. in den Turbineneinläufen von Bedeutung. Hier erschliessen sich lohnenswerte Aufgaben für erweiterte Modellversuche durch die Turbinenindustrie und einschlägige Versuchsanstalten.

Adresse des Autors:
G. Schloffer, Dipl. Ing., Stelzhamerstrasse 13, Steyr (Österreich).

Répartition des courants entre conducteurs en parallèle dans un système triphasé

Par *B. Schmidt*, Cossonay (VD)

621.3.011.3 : 621.315.09

La méthode de calcul, exposée dans cet article, a permis à l'auteur de déterminer que l'ordre des phases de six câbles disposés en nappe et régulièrement espacés doit être RSTTSR pour que les deux câbles de chaque phase soient également chargés. Les valeurs obtenues par le calcul concordent bien avec celles mesurées pratiquement. La même méthode permet de déterminer la disposition la plus appropriée pour tout système triphasé comprenant plusieurs câbles par phase.

Die im Aufsatz entwickelte Rechenmethode liefert den Beweis dafür, dass sechs in einer Ebene unter gleichem Abstand voneinander liegende Kabel eines Drehstromsystems, wovon je zwei pro Pol parallel geschaltet sind, in der Reihenfolge RSTTSR geschaltet sein müssen, damit die beiden Kabel desselben Pols gleich belastet werden. Errechnete und praktisch gemessene Werte stimmen gut überein. Durch Anwendung dieser Methode ist es möglich, die geeignetste Anordnung für jedes Drehstromsystem zu berechnen, in welchem mehrere Kabel pro Pol parallel geschaltet sind.

1. Introduction

A l'usine des Clées de la Compagnie Vaudoise d'Electricité, on avait posé en nappe 6 câbles unipolaires de 120 mm² couplés 2 à 2 en parallèle pour former une liaison triphasée. Lors du contrôle de la répartition du courant, on a pu constater, du fait des inductions mutuelles, des différences jusqu'à 47 % entre 2 câbles branchés en parallèle.

Ce problème a déjà été souvent étudié pour des lignes aériennes et pour des câbles, dans le cas de 2 câbles multipolaires parallèles ou d'un système triphasé de 3 conducteurs unipolaires [1...4] [1]). Dans ce dernier cas, on sait qu'on peut conserver la symétrie en disposant les câbles aux sommets d'un triangle équilatéral.

Le cas qui nous intéresse d'un système triphasé formé de plusieurs câbles unipolaires par phase a été beaucoup moins traité. Nous nous proposons de donner ici un calcul utile pour le cas de 2 câbles par phase avec quelques dispositions différentes. Cette méthode peut être étendue au cas plus général de n câbles par phase.

2. Calcul d'une ligne triphasée à 2 câbles par phase

21. Données générales

Nous considérons le cas des 6 câbles unipolaires disposés en nappe, à égale distance les uns des autres. Toute autre disposition géométrique peut être étudiée par un calcul semblable en remplaçant les distances et les inductions mutuelles par leurs nouvelles valeurs.

Pour le calcul, on utilise les grandeurs suivantes:

l longueur de chaque câble, en cm
d distance entre les câbles, en cm
r rayon du conducteur, en cm
R résistance totale d'un conducteur, en Ω
L_{nm} coefficient d'induction mutuelle des câbles n et m en H

Par similitude géométrique, on a d'abord l'égalité de toutes les self-inductions, les conducteurs étant de même rayon et de même longueur, et celle des inductions mutuelles des conducteurs ayant la même distance entre eux. Ce qui donne:

Pour la self-induction

$$L_{nn} = 2\,l\left(\ln\frac{2\,l}{r} - \frac{3}{4}\right)10^{-9}\,\mathrm{H} = L_{mm} \qquad (211)$$

et pour l'induction mutuelle

$$L_{nm} = 2\,l\left(\ln\frac{2\,l}{d_{nm}} - 1\right)10^{-9}\,\mathrm{H} = L_{mn} \qquad (212)$$

$$L_{mn} = L_{(m+1)\,(n+1)} = L_{(m+2)\,(n+2)} = \ldots \text{etc.} \qquad (213)$$

En première approximation, nous supposons des courants I égaux dans tous les câbles; après avoir déterminé les inductions dues à ces courants, on obtient la valeur de l'impédance de chaque câble, et par suite la répartition des courants. S'il faut une précision plus grande du calcul, on reprend le même processus à partir, cette fois, des courants ainsi calculés. On arrive de cette manière à retrouver par le calcul des valeurs très proches de la réalité.

Les valeurs usuelles des capacités des câbles permettent de les négliger sans introduire d'erreur trop grande dans les résultats.

22. Disposition des phases RRSSTT

Les courants instantanés sont en première approximation:

[1]) Voir la bibliographie à la fin de l'article.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Phase } R\\ \text{câbles 1 et 2 } i_1 = i_2 = I\,e^{j\omega t}\\ \text{Phase } S\\ \text{câbles 3 et 4 } i_3 = i_4 = I\,e^{j\omega t}\left(-\frac{1}{2}-j\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)\\ \text{Phase } T\\ \text{câbles 5 et 6 } i_5 = i_6 = I\,e^{j\omega t}\left(-\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)\end{array}\right\}\quad(221)$$

La chute de tension inductive étant

$$-l\frac{\delta U_1}{\delta x} = L_{11}\frac{\delta i_1}{\delta t} + L_{12}\frac{\delta i_2}{\delta t} + L_{13}\frac{\delta i_3}{\delta t} + L_{14}\frac{\delta i_4}{\delta t} + L_{15}\frac{\delta i_5}{\delta t} + L_{16}\frac{\delta i_6}{\delta t} = \dot{Z}_1'\,I$$

On obtient après simplification, l'impédance due à l'induction des autres câbles.

Par exemple pour le câble *1*:

$$\dot{Z}_1' = -\frac{\sqrt{3}}{2}\omega\,(L_{15}+L_{16}-L_{13}-L_{14}) + j\,\omega\left[L_{11}+L_{12}-\frac{1}{2}(L_{13}+L_{14}+L_{15}+L_{16})\right]$$

De même pour le câble *3*:

$$\dot{Z}_3' = -\frac{\sqrt{3}}{2}\omega\,(L_{12}-L_{14}) + j\,\omega\left[L_{11}+L_{12}-\frac{1}{2}(L_{12}+2\,L_{13}+L_{14})\right]$$

L'impédance totale d'un câble étant égale à la résistance R de ce câble en courant continu plus l'impédance $\dot{Z}'$ due à l'induction, on aura par exemple pour le câble 1:

$$\dot{Z}_1 = R-\frac{\sqrt{3}}{2}\omega\,(L_{15}+L_{16}-L_{13}-L_{14}) + j\,\omega\left[L_{11}+L_{12}-\frac{1}{2}(L_{13}+L_{14}+L_{15}+L_{16})\right]$$

La partie réelle de cette relation représente la résistance effective du câble qui est différente de la résistance en courant continu, tandis que la partie imaginaire représente l'inductance du câble et contient des termes venant de l'induction des autres câbles.

Si nous calculons ces valeurs en tenant compte des relations (211), (212) et (213), les distances d_{nm} étant ici toutes des multiples de d, on obtient finalement, si l, d et r sont exprimés en cm:

$$\left.\begin{array}{ll}R_1 = R - l\,\omega\,\sqrt{3}\cdot 10^{-9}\,\ln 3/10 & \Omega\\ R_2 = R - l\,\omega\,\sqrt{3}\cdot 10^{-9}\,\ln 1/9 & \Omega\\ R_3 = R + l\,\omega\,\sqrt{3}\cdot 10^{-9}\,\ln 1/3 & \Omega\\ R_4 = R - l\,\omega\,\sqrt{3}\cdot 10^{-9}\,\ln 1/3 & \Omega\\ R_5 = R + l\,\omega\,\sqrt{3}\cdot 10^{-9}\,\ln 1/9 & \Omega\\ R_6 = R + l\,\omega\,\sqrt{3}\cdot 10^{-9}\,\ln 3/10 & \Omega\\ L_1 = 2\,l\left(\ln 2\,\sqrt{30}\,\frac{d}{r}+\frac{1}{4}\right)10^{-9} = L_6 & \mathrm{H}\\ L_2 = 2\,l\left(\ln 2\,\sqrt{6}\,\frac{d}{r}+\frac{1}{4}\right)10^{-9} = L_5 & \mathrm{H}\\ L_3 = 2\,l\left(\ln 2\,\sqrt{3}\,\frac{d}{r}+\frac{1}{4}\right)10^{-9} = L_4 & \mathrm{H}\end{array}\right\}\quad(222)$$

Comme on le voit, les valeurs des résistances sont indépendantes de la distance des câbles et ne dépendent que de leur disposition relative.

23. Disposition des phases RSTRST

En procédant aux calculs comme ci-dessus, on trouve:

$$\left.\begin{array}{ll}R_1 = R + l\,\omega\,\sqrt{3}\cdot 10^{-9}\,\ln 5/2 & \Omega\\ R_2 = R - l\,\omega\,\sqrt{3}\cdot 10^{-9}\,\ln 2 & \Omega\\ R_3 = R_4 = R & \Omega\\ R_5 = R + l\,\omega\,\sqrt{3}\cdot 10^{-9}\,\ln 2 & \Omega\\ R_6 = R - l\,\omega\,\sqrt{3}\cdot 10^{-9}\,\ln 5/2 & \Omega\\ L_1 = 2l\left(\ln\frac{2d}{3r}\sqrt{10}+\frac{1}{4}\right)10^{-9} = L_6 & \mathrm{H}\\ L_2 = 2l\left(\ln\frac{2d}{3r}\sqrt{2}+\frac{1}{4}\right)10^{-9} = L_5 & \mathrm{H}\\ L_3 = 2l\left(\ln\frac{2d}{3r}+\frac{1}{4}\right)10^{-9} = L_4 & \mathrm{H}\end{array}\right\}\quad(231)$$

l, *d* et *r* étant exprimés en cm.

24. Disposition des phases RTSRTS

On trouve les mêmes impédances que ci-dessus, mais dans l'ordre inverse: les relations (231) peuvent être conservées à condition de permuter R_1 et R_6, ainsi que R_2 et R_5.

25. Disposition des phases RSTTSR

Dans ce cas, le calcul donne

$$\dot{Z}_1 = \dot{Z}_6,\ \dot{Z}_2 = \dot{Z}_5,\ \dot{Z}_3 = \dot{Z}_4$$

Les deux câbles de chaque phase seront donc chargés symétriquement. Cette disposition est en conséquence à recommander pour le montage d'une liaison triphasée à 2 câbles unipolaires par phase.

26. Valeurs numériques et valeurs expérimentales

261. Valeurs des impédances complexes

L'installation de câbles de l'usine des Clées est composée de 6 câbles unipolaires de 120 mm² posés en nappe.

Distance entre axes: $d = 6$ cm

Longueur de chaque câble:

$l = 395\text{ m} = 3{,}95\cdot 10^4$ cm

Rayon du conducteur: $r = 1{,}42$ cm

Résistance d'un conducteur:

$R = 0{,}1583\cdot 0{,}395 = 62{,}5\cdot 10^{-3}\,\Omega$

Les impédances calculées sur ces bases sont, en Ω:

Ordre des phases: RRSSTT [d'après les relations (222)]

$$\begin{array}{llll}
R: & \dot{Z}_1 = 88{,}4 \cdot 10^{-3} + \mathrm{j}\, 59{,}2 \cdot 10^{-3} & & |\dot{Z}_1| = 106{,}3 \cdot 10^{-3} \\
R: & \dot{Z}_2 = 109{,}7 \cdot 10^{-3} + \mathrm{j}\, 39{,}2 \cdot 10^{-3} & & |\dot{Z}_2| = 116{,}5 \cdot 10^{-3} \\
S: & \dot{Z}_3 = 38{,}9 \cdot 10^{-3} + \mathrm{j}\, 30{,}6 \cdot 10^{-3} & & |\dot{Z}_3| = 49{,}6 \cdot 10^{-3} \\
S: & \dot{Z}_4 = 86{,}1 \cdot 10^{-3} + \mathrm{j}\, 30{,}6 \cdot 10^{-3} & & |\dot{Z}_4| = 91{,}4 \cdot 10^{-3} \\
T: & \dot{Z}_5 = 15{,}4 \cdot 10^{-3} + \mathrm{j}\, 39{,}2 \cdot 10^{-3} & & |\dot{Z}_5| = 42{,}1 \cdot 10^{-3} \\
T: & \dot{Z}_6 = 36{,}7 \cdot 10^{-3} + \mathrm{j}\, 59{,}2 \cdot 10^{-3} & & |\dot{Z}_6| = 69{,}6 \cdot 10^{-3}
\end{array}$$

Dans ce cas, c'est la phase S du centre la plus dissymétrique, alors que les 2 câbles de la phase R ont presque la même impédance.

Ordre des phases: RSTRST [d'après les relations (231)]

$$\begin{array}{llll}
R: & \dot{Z}_1 = 82{,}2 \cdot 10^{-3} + \mathrm{j}\, 60{,}4 \cdot 10^{-3} & & |\dot{Z}_1| = 102{,}0 \cdot 10^{-3} \\
S: & \dot{Z}_2 = 47{,}6 \cdot 10^{-3} + \mathrm{j}\, 39{,}9 \cdot 10^{-3} & & |\dot{Z}_2| = 62{,}1 \cdot 10^{-3} \\
T: & \dot{Z}_3 = 62{,}5 \cdot 10^{-3} + \mathrm{j}\, 31{,}9 \cdot 10^{-3} & & |\dot{Z}_3| = 70{,}2 \cdot 10^{-3} \\
R: & \dot{Z}_4 = 62{,}5 \cdot 10^{-3} + \mathrm{j}\, 31{,}9 \cdot 10^{-3} & & |\dot{Z}_4| = 70{,}2 \cdot 10^{-3} \\
S: & \dot{Z}_5 = 77{,}4 \cdot 10^{-3} + \mathrm{j}\, 39{,}9 \cdot 10^{-3} & & |\dot{Z}_5| = 87{,}1 \cdot 10^{-3} \\
T: & \dot{Z}_6 = 42{,}9 \cdot 10^{-3} + \mathrm{j}\, 60{,}4 \cdot 10^{-3} & & |\dot{Z}_6| = 74{,}1 \cdot 10^{-3}
\end{array}$$

Ici, la phase T est la mieux équilibrée, tandis que les impédances de la phase R sont très différentes.

Ordre des phases: RSTTSR

$$\begin{array}{llll}
R: & \dot{Z}_1 = \dot{Z}_6 = 71{,}2 \cdot 10^{-3} - \mathrm{j}\, 15{,}7 \cdot 10^{-3} & & |\dot{Z}_1| = |\dot{Z}_6| = 72{,}9 \cdot 10^{-3} \\
S: & \dot{Z}_2 = \dot{Z}_5 = 77{,}4 \cdot 10^{-3} - \mathrm{j}\, 16{,}6 \cdot 10^{-3} & & |\dot{Z}_2| = |\dot{Z}_5| = 79{,}2 \cdot 10^{-3} \\
T: & \dot{Z}_3 = \dot{Z}_4 = 38{,}9 \cdot 10^{-3} + \mathrm{j}\, 15{,}6 \cdot 10^{-3} & & |\dot{Z}_3| = |\dot{Z}_4| = 42{,}0 \cdot 10^{-3}
\end{array}$$

Les deux câbles de chaque phase sont parfaitement équilibrés. Par contre, les impédances des différentes phases ne sont pas les mêmes, tout en restant absolument négligeables vis-à-vis du réseau alimenté par ces câbles; elles restent de l'ordre de grandeur de la résistance ohmique pure.

262. Mesures expérimentales

Grâce à l'obligeance de la Compagnie Vaudoise d'Electricité, on a pu procéder à de nombreux essais, sur les câbles reliant génératrices et transformateurs. La disposition et les dimensions sont données au paragraphe 261.

Les mesures ont été faites pour les 3 dispositions *RRSSTT*, *RSTRST* et *RSTTSR*, avec des charges de 2000 à 8400 kW et des déphasages de 0,4 capacitif à 0,8 inductif. On a pu constater que, pour une disposition donnée, la répartition des courants dans les 6 câbles est pratiquement indépendante de la charge et du déphasage.

Afin de permettre la comparaison, on a ramené proportionnellement les valeurs obtenues à ce qu'aurait donné un courant de 2000 A par phase (1000 A par câble pour la symétrie parfaite), et pris la moyenne des différentes mesures (qui ne s'écartent entre elles que de 2 à 3 %).

263. Comparaison des calculs et des mesures

La répartition dans les câbles du courant de 2000 A par phase a été calculée en se basant sur les valeurs des impédances du paragraphe 261.

Pour une seconde approximation basée sur les courants de chaque câble ainsi calculés, on a suivi exactement le même processus de calcul; ainsi, par exemple, les relations (221) deviennent:

$$i_1 = k_1\, I\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\,; \quad i_2 = k_2\, I\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\,;$$

$$i_3 = k_3\, I \left(-\frac{1}{2} - \mathrm{j}\,\frac{1}{2}\sqrt{3}\right) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\,;$$

$$i_4 = k_4\, I \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\,\mathrm{j}\sqrt{3}\right) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\,;$$

$$i_5 = k_5\, I \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\mathrm{j}\sqrt{3}\right) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\,;$$

$$i_6 = k_6\, I \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\mathrm{j}\sqrt{3}\right) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$$

et ainsi de suite.

Les résultats obtenus ont également été ramenés à 2000 A par phase pour faciliter la comparaison. Les voici dans l'ordre des câbles:

Disposition des phases: RRSSTT [Calcul au paragraphe (22)]

Tableau I

	Calcul		Mesure
	1re approximation A	2e approximation A	Valeur moyenne A
$R: I_1$	1045	976	972
$R: I_2$	955	1024	1028
$S: I_3$	1297	1066	1177
$S: I_4$	703	934	823
$T: I_5$	1246	1124	1166
$T: I_6$	754	876	834

On peut constater que, surtout si l'on pousse jusqu'à une seconde approximation, les écarts entre le calcul et les valeurs expérimentales n'excèdent pas quelques pour cent et sont du même ordre de grandeur que les divergences entre les différentes mesures elles-mêmes.

Disposition des phases: RSTRST [Calcul au paragraphe (23)]

Tableau II

	Calcul		Mesure
	1re approximation A	2e approximation A	Valeur moyenne A
$R : I_1$	815	872	808
$S : I_2$	1167	1015	1003
$T : I_3$	1027	1058	1059
$R : I_4$	1185	1128	1192
$S : I_5$	833	985	997
$T : I_6$	973	942	941

Disposition des phases: RSTTSR [Calcul au paragraphe (25)]

Tableau III

	Calcul A	Mesures A
$R : I_1$	1000	1025
$S : I_2$	1000	1017
$T : I_3$	1000	1001
$T : I_4$	1000	999
$S : I_5$	1000	983
$R : I_6$	1000	975

3. Calcul d'une ligne triphasée à *n* câbles par phase

La même méthode est applicable sans autre, même si les câbles ne sont pas en nappe. Comme il ne s'agit pas, généralement, de calculer les valeurs des impédances, mais seulement de trouver la disposition des câbles la plus favorable pour qu'ils soient chargés également, il suffit de s'arrêter dès qu'on constate que les valeurs complexes des $\dot{Z}_n'$ des câbles de la même phase sont égales.

Rappelons les hypothèses nécessaires pour qu'un tel calcul corresponde à la réalité:

Câbles de même longueur;
Capacités négligeables vis-à-vis des inductions;
Espacement des câbles régulier sur toute leur longueur;
Effet négligeable — ou semblable pour chaque conducteur — des courants induits dans les gaines métalliques des câbles [5].

Bibliographie

[1] *Arnold, A. H. M.:* The Alternating-Current Resistance of Parallel Conductors of Circular Cross-Section. J. Instn. Electr. Engrs. t. 77(1935), n° 463, p. 49...58.
[2] *Arnold, A. H. M.:* The Inductance of Wires and Tubes. J. Instn. Electr. Engrs. t. 93(1946), Part 2, n° 36, p. 532...540.
[3] *Lawrence, R. F.* and *D. J. Povejsil:* Determination of Inductive and Capacitive Unbalance for Untransposed Transmission Lines. Trans. AIEE t. 71(1952), Part 3, p. 547...556.
[4] *Kluss, E.:* Elektrische Unsymmetrie in Hochstromleitungen grosser Drehstrom-Schmelzöfen. ETZ t. 72(1951), n° 4, p. 115...117.
[5] *Bernard, P.:* Pertes d'énergie dans les câbles souterrains unipolaires en système triphasé. Bull. ASE t. 42(1951), n° 24, p. 954...966.

Adresse de l'auteur:
B. Schmidt, ingénieur diplômé EPUL, S. A. des Câbleries et Tréfileries de Cossonay, Cossonay-Gare (VD).

Technische Mitteilungen — Communications de nature technique

Ein neues Ausbildungsprogramm für die Energieumwandlung

378.141.4 : 621.31

[Nach *G. S. Brown, A. Kusko und D. C. White:* A New Educational Programm in Energy Conversion. Electr. Engng. Bd. 75 (1956), Nr. 2, S. 180...185]

Im Juni 1955 schlossen die ersten Studenten der elektrotechnischen Abteilung des Massachusetts Institute of Technology (MIT) ihr Studium nach dem vollständig revidierten Studienplan ab [1]). Dieser besteht aus acht Kerngebieten elektrotechnischer Richtung (Tabelle I). Drei davon können zusammengefasst werden unter dem allgemeinen Begriff *Energieumwandlung*. Es sind dies:

1. Felder, Materie (Werkstoffe) und Bestandteile (im 5. Semester);
2. Elektrische Energiewandler (im 6. Semester);
3. Elektrische Leistungsmodulatoren (im 7. Semester).

Jedem Gebiet sind 12 Wochenstunden eingeräumt, die sich auf Vorlesung, Repetitorium, Laboratoriumsübungen und Hausarbeit verteilen. Mit den übrigen Fächern kommt der Student auf eine wöchentliche Belastung von 45...50 Stunden. Das vorangehende Studium der Stromkreistheorie nach dem Textbuch von *Guillemin* [2]), der grundlegende viersemestrige Physikunterricht sowie eine gute mathematische Ausbildung in den ersten zwei Jahren gestatten eine Behand-

Darstellung der Vierjahresausbildung für Elektrotechnik am MIT

Tabelle I

Studiumjahr	Fächer					
1. Jahr	Chemie	Physik	Wahlfach	Mathematik	Militärwissenschaft	humanistische Fächer
2. Jahr	Stromkreistheorie		angewandte Mechanik			
3. Jahr	elektronische Stromkreise	Felder, Materie und Bestandteile			Wahlfächer: Thermodynamik Physik Mathematik	
	angewandte Elektronik	elektrische Energiewandler				
4. Jahr	Energieübertragung und Abstrahlung	elektrische Leistungsmodulatoren			Schriftliche Arbeit (Diplomarbeit)	
	Wahlfächer innerhalb Fachrichtung					

[1]) Siehe Bull. SEV Bd. 46(1955), Nr. 10, S. 489...491.

[2]) *Guillemin, E. A.:* Introductory Circuit Theory. Siehe Buchbesprechung im Bull. SEV Bd. 45(1954), Nr. 6, S. 191.