Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens

Herausgeber: Association suisse des électriciens

Band: 49 (1958)

Heft: 1

Artikel: Stossvorgänge in zwei elektromagnetisch gekoppelten Spulen

Autor: Heller, B.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1058499

49e année | N° 1 | Samedi, le 4 Janvier 1958

BULLETIN

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS

ORGANE COMMUN
DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS (ASE) ET
DE L'UNION DES CENTRALES SUISSES D'ELECTRICITE (UCS)

A l'occasion de la Nouvelle Année

Le Secrétariat de l'ASE et la Rédaction du «Bulletin» remercient les auteurs d'articles, de comptes rendus et de communications de tous genres pour leur collaboration durant l'année qui vient de s'achever. Nous leur présentons, ainsi qu'aux membres, aux abonnés et aux annonciers, nos meilleurs vœux pour la Nouvelle Année.

Stossvorgänge in zwei elektromagnetisch gekoppelten Spulen

Von *B. Heller*, Prag

621.314.21.045 : 621.318.4.015.33

In vorliegender Arbeit werden die Stosserscheinungen in zwei elektrisch und magnetisch gekoppelten Spulen bei Berücksichtigung der gegenseitigen Induktivität sowohl zwischen den verschiedenen Windungen, welche ein und derselben Spule angehören, als auch zwischen Windungen, welche verschiedenen Spulen angehören, behandelt. Die Lösung führt auf stehende Wellen, wobei einem vorgegebenen Wert der zeitlichen Kreisfrequenz sowohl harmonische, als auch hyperbolische Funktionen des Ortes zugeordnet sind. Die weitere Untersuchung wird gesondert für den Fall der kurzen und der langen Spulen durchgeführt. Weiter werden die räumlichen Eigenwerte für einige technisch wichtige Spulenanordnungen berechnet, wobei für Grosstransformatoren die für die langen Spulen erhaltenen Ergebnisse gelten. Für die Stosserscheinungen in Grosstransformatoren gilt weiter, dass bei diesen im Spektrum der räumlichen Eigenfrequenzen zwei einander zugeordnete Gruppen von Eigenfrequenzen auftreten, zwischen denen ein konstantes Verhältnis besteht. Dabei ist die niedrigste Eigenfrequenz der einen Gruppe nur wenig verschieden von der Eigenfrequenz der gestossenen Wicklung für sich allein (ohne Sekundärwicklung). Allgemein erscheinen bei zwei Spulen mit gleichen Randbedingungen nur die entsprechenden Eigenfrequenzen einer einzigen Spule, während dann, wenn die Randbedingungen für jede der beiden Spulen verschieden sind, eine solche Verstimmung der Eigenfrequenzen der gestossenen Spule eintritt, dass die entsprechenden Eigenfunktionen gleichzeitig alle Randbedingungen beider Spulen erfüllen können.

L'auteur traite des phénomènes oscillatoires dans deux bobines couplées électriquement et magnétiquement, compte tenu de l'induction mutuelle entre différentes spires d'une seule et même bobine, ainsi qu'entre spires de bobines différentes. La solution conduit à des ondes stationnaires et, à chaque valeur de la pulsation, correspondent une fonction harmonique et une fonction hyperbolique de lieu. L'auteur examine ensuite le cas des bobines longues et des bobines courtes, puis des fréquences propres sont calculées pour quelques dispositions de bobines importantes en technique. Les résultats obtenus pour les bobines longues sont applicables aux transformateurs de grande puissance. En ce qui concerne les phénomènes oscillatoires dans ces transformateurs, on a affaire à deux groupes de fréquences propres, entre lesquelles existe une relation constante. La fréquence propre la plus basse d'un groupe ne diffère que peu de celle du seul enroulement primaire impulsé (sans l'enroulement secondaire). En général, dans le cas de deux bobines dont les conditions aux limites sont identiques, n'interviennent que des fréquences propres correspondant à une seule bobine, tandis que, lorsque les conditions aux limites sont différentes pour chaque bobine, la répartition des fréquences propres de la bobine impulsée est telle, que les fréquences propres respectives satisfont simultanément à toutes les conditions aux limites des deux bobines.

1. Einleitung

Stosserscheinungen in zwei elektrisch und magnetisch gekoppelten Spulen sind schwierig zu untersuchen, da jede Spule für sich eine Anordnung mit verteilter Induktivität und Kapazität darstellt, wobei sich die Ausgleichsvorgänge längs beider Spulen infolge der gegenseitigen Induktivität und Kapazität beeinflussen.

In vorliegender Arbeit sollen die in dieser Anordnung auftretenden Ausgleichsvorgänge berechnet werden, welche den Übergang von der sofort nach Auftreten des Spannungsstosses sich einstellenden kapazitiven Anfangsverteilung der Spannung zur quasistationären Endverteilung der Spannung, welche bei Rechteckstoss nur von den Induktivitäten abhängt, vermitteln.

2. Der Übergangsvorgang

Das Schema, welches der Untersuchung der Übergangsvorgänge in zwei elektromagnetisch gekoppelten Spulen zu Grunde gelegt wird, ist in Fig. 1 dargestellt. Hier bedeutet C_1 die Erdkapazität der Spule *1*, K_1 ihre Windungskapazität, C_2 die Erdkapazität der Spule *2*, K_2 die Windungskapazität der Spule *2*, C_{12} die gegenseitige Kapazität zwischen beiden Spulen, wobei alle diese Grössen auf die Längeneinheit in achsialer Richtung bezogen sind.

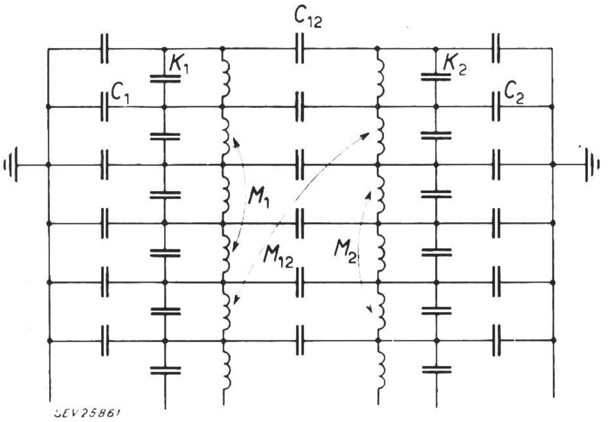

Fig. 1

Schema zur Untersuchung der Stossvorgänge in zwei elektromagnetisch gekoppelten Spulen

C_1 Erdkapazität der Spule *1*, bezogen auf die Längeneinheit in achsialer Richtung; C_2 Erdkapazität der Spule *2*, bezogen auf die Längeneinheit in achsialer Richtung
Weitere Bezeichnungen siehe im Text

Es gilt für die räumliche Änderung des Stromes i_1 in der Spule *1*:

$$\frac{\partial i_1}{\partial x} = -C_1 \frac{\partial u_1}{\partial t} - C_{12} \frac{\partial (u_1 - u_2)}{\partial t} + K_1 \frac{\partial^3 u_1}{\partial x^2 \, \partial t} \tag{1}$$

und analog für den Strom i_2 der zweiten Spule:

$$\frac{\partial i_2}{\partial x} = -C_2 \frac{\partial u_2}{\partial t} - C_{12} \frac{\partial (u_2 - u_1)}{\partial t} + K_2 \frac{\partial^3 u_2}{\partial x^2 \, \partial t} \tag{2}$$

Darin bedeuten: u_1, u_2 die Spannungen bzw. i_1, i_2 die Ströme am Ort x der ersten, bzw. der zweiten Spule, gemessen in Richtung der Spulenachse.

Weiter gilt für das räumliche Spannungsgefälle an der Stelle x längs beider Spulen:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} = -N_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \tag{3}$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x} = -N_2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \tag{4}$$

Darin bedeuten: Φ_1 der mit einer Windung am Ort x der ersten Spule verkettete gesamte magnetische Fluss; Φ_2 der mit einer Windung am Ort x der zweiten Spule verkettete gesamte magnetische Fluss; N_1 die Windungszahl pro Längeeinheit der ersten Spule und N_2 die Windungszahl pro Längeeinheit der zweiten Spule.

Ferner soll die achsiale Länge l beider Spulen gleich eins gesetzt werden. Dann gilt für Φ_1:

$$\Phi_1 = \int_0^1 N_1 M_1(x, \xi)\, i_1(\xi)\, d\xi + \int_0^1 N_2 M_{12}(x, \xi)\, i_2(\xi)\, d\xi \tag{5}$$

Darin bedeutet der erste Summand jenen Teil von Φ_1, welcher nur durch den Strominhalt der ersten Spule verursacht ist, während der zweite Summand jenen Teil von Φ_1 darstellt, welcher durch den Strominhalt der zweiten Spule erregt ist. $M_1(x_1, \xi)$ ist der Koeffizient der gegenseitigen Induktivität zwischen zwei Spulenelementen der ersten Spule, welche sich an den Stellen x und ξ befinden, während $M_{12}(x_1, \xi)$ den Koeffizienten der gegenseitigen Induktivität zwischen dem an der Stelle x befindlichen Spulenelement der ersten Spule und dem an der Stelle ξ befindlichen Element der zweiten Spule darstellt.

Entsprechend gilt für den resultierenden magnetischen Fluss Φ_2 am Ort x der zweiten Spule:

$$\Phi_2 = \int_0^1 N_2 M_2(x, \xi)\, i_2(\xi)\, d\xi + \int_0^1 N_1 M_{12}(x, \xi)\, i_1(\xi)\, d\xi \tag{6}$$

Für die verschiedenen Wicklungsanordnungen in Luft und auf einem magnetisch abgeschirmten Eisenkern gilt in guter Näherung eine exponentielle Abhängigkeit der Koeffizienten M_1, M_2, M_{12} in Funktion des Abstandes $|x - \xi|$:

$$M = M_0\, e^{-\lambda |x - \xi|} \tag{7}$$

Damit geht Gl. (5) über in folgende Form:

$$\Phi_1 = N_1 M_{10} \left[\int_0^x e^{-\lambda(x-\xi)} i_1(\xi)\, d\xi + \int_x^1 e^{-\lambda(\xi - x)} i_1(\xi)\, d\xi \right] + N_2 M_0 \left[\int_0^x e^{-\lambda(x-\xi)} i_2(\xi)\, d\xi + \int_x^1 e^{-\lambda(\xi - x)} i_2(\xi)\, d\xi \right] \tag{8}$$

Darin bedeuten M_{10} den Koeffizienten der Selbstinduktivität einer Windung der Spule *1* und M_0 den Koeffizienten der gegenseitigen Induktivität zwischen einer Windung der Spule und einer in derselben Ebene liegenden Windung der Spule *2*.

Durch doppelte Differentiation von Gl. (8) erhält man:

$$\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} = \lambda^2 \Phi_1 - 2\lambda (N_1 M_{10} i_1 + N_2 M_0 i_2) \tag{9}$$

und analog:

$$\frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x^2} = \lambda^2 \Phi_2 - 2\lambda (N_2 M_{20} i_2 + N_1 M_0 i_1) \tag{10}$$

Die Gl. (1)...(4), (9) und (10) bilden ein System simultaner Differentialgleichungen der Veränderlichen u, i, Φ. Aus ihnen folgen durch entsprechende Elimination und Umformung z. B. für Φ folgende zwei Differentialgleichungen:

$$N_1 C_1 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial t^2} + C_{12} \frac{\partial^2 (N_1 \Phi_1 - N_2 \Phi_2)}{\partial t^2} - K_1 \frac{N_1 \partial^4 \Phi_1}{\partial x^2 \partial t^2} = \frac{M_0 \frac{\partial^4 \Phi_2}{\partial x^4} - M_{20} \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial x^4} - \lambda^2 \left(M_0 \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x^2} - M_{20} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} \right)}{2\, N_1 \lambda\, (M_{10} M_{20} - M_0^2)} \tag{11}$$

$$N_2 C_2 \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial t^2} + C_{12} \frac{\partial^2 (N_2 \Phi_2 - N_1 \Phi_1)}{\partial t^2} - K_2 \frac{N_2 \partial^4 \Phi_2}{\partial x^2 \partial t^2} = \frac{M_0 \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial x^4} - M_{10} \frac{\partial^4 \Phi_2}{\partial x^4} - \lambda^2 \left(M_0 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} - M_{20} \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x^2} \right)}{2\, N_2 \lambda\, (M_{10} M_{20} - M_0^2)} \tag{12}$$

Wird die Lösung dieser Gleichungen in der Form angesetzt:

$$\Phi_1 = F_1 \mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha x}\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} \tag{13}$$

$$\Phi_2 = F_2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha x}\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} \tag{14}$$

(F_1, F_2 Amplituden)

so stellen diese Beziehungen physikalisch ein System stehender Wellen längs beider Spulen mit der räumlichen Kreisfrequenz α und der zeitlichen Kreisfrequenz ω dar.

Damit folgt für das Amplitudenverhältnis F_1/F_2 einander entsprechender Wellen:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{M_0 \alpha^2 (\alpha^2 + \lambda^2) - 2\,(M_{10} M_{20} - M_0^2)\, \lambda\, N_1 N_2\, \omega^2 C_{12}}{M_{20} \alpha^2 (\alpha^2 + \lambda^2) - 2\,(M_{10} M_{20} - M_0^2)\, \lambda\, N_1^2\, \omega^2\, (C_1 + C_{12} + K_1 \alpha^2)} \tag{15}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{M_{10} \alpha^2 (\alpha^2 + \lambda^2) - 2\,(M_{10} M_{20} - M_0^2)\, \lambda\, N_2^2\, \omega^2\, (C_2 + C_{12} + K_2 \alpha^2)}{M_0 \alpha^2 (\alpha^2 + \lambda^2) - 2\,(M_{10} M_{20} - M_0^2)\, \lambda\, N_1 N_2\, \omega^2 C_{12}} \tag{16}$$

Die weitere Untersuchung soll für lange Wellen durchgeführt werden, für welche die Ungleichung $K\alpha^2/(C + C_{12}) \ll 1$ erfüllt ist. Dann können in obigen Gleichungen die Glieder $K\alpha^2$ vernachlässigt werden. Werden weiter in den Gl. (13) und (14) die Streukoeffizienten $\nu_1 = M_{10}/M_0$, $\nu_2 = M_{20}/M_0$ eingeführt, so erhält man:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{\alpha^2}{M_0} (\alpha^2 + \lambda^2) - 2\,(\nu_1 \nu_2 - 1)\, \lambda\, N_1 N_2\, \omega^2 C_{12}}{\frac{\nu_2}{M_0} \alpha^2 (\alpha^2 + \lambda^2) - 2\,(\nu_1 \nu_2 - 1)\, \lambda\, N_1^2\, \omega^2 (C_1 + C_{12})}$$

$$= \frac{\frac{\sigma_1}{M_0} \alpha^2 (\alpha^2 + \lambda^2) - 2\,(\nu_1 \nu_2 - 1)\, \lambda\, N_2^2\, \omega^2\, (C_2 + C_{12})}{\frac{\alpha^2}{M_0} (\alpha^2 + \lambda^2) - 2\,(\nu_1 \nu_2 - 1)\, \lambda\, N_1 N_2\, \omega^2 C_{12}} \tag{17}$$

Die Streukoeffizienten ν_1 und ν_2 sind nicht sehr voneinander verschieden; es ist daher statthaft, an Stelle von σ_1 und σ_2 ihr geometrisches Mittel $\nu = \sqrt{\nu_1 \nu_2}$ zu setzen. Dann ist:

$$\left[\frac{\alpha^2}{M_0} (\alpha^2 + \lambda^2) - 2\,(\nu^2 - 1)\, \lambda\, N_1 N_2\, \omega^2 C_{12} \right]^2 = \frac{\nu^2}{M_0^2} \alpha^4 (\alpha^2 + \lambda^2)^2 - 2\,(\nu^2 - 1)\, \lambda\, \omega^2 (\alpha^2 + \lambda^2) \cdot \cdot\, \alpha^2 \frac{\nu}{M_0} \left[(C_2 + C_{12})\, N_2^2 + (C_1 + C_{12})\, N_1^2 \right] + + 4\,(\nu^2 - 1)^2 N_1^2 N_2^2\, \omega^4 \lambda^2 (C_1 + C_{12})(C_2 + C_{12}) \tag{18}$$

oder gekürzt:

$$\frac{\omega^4 A}{\alpha^4 (\alpha^2 + \lambda^2)^2} + \frac{\omega^2 B}{\alpha^2 (\alpha^2 + \lambda^2)} = C \tag{19}$$

mit

$$A = 4\,(\nu^2 - 1)^2 N_1^2 N_2^2 \lambda^2 \left[C_1 C_2 + C_1 + C_2 \right] \tag{20}$$

$$B = 2\,(\nu^2 - 1) \frac{\lambda}{M_0} \cdot \cdot \left\{ 2\, C_{12} N_1 N_2 - \nu \left[(C_2 + C_{12})\, N_2^2 + (C_1 + C_{12})\, N_1^2 \right] \right\} \tag{21}$$

$$C = \frac{1 - \nu^2}{M_0} \tag{22}$$

Durch Auflösung von Gl. (17) nach ω^2 folgt:

$$\omega^2 = \alpha^2 (\alpha^2 + \lambda^2) \left(\frac{-B}{2A} \pm \sqrt{\frac{B^2}{4A^2} + \frac{C}{A}} \right) \tag{23}$$

bzw.

$$\omega_1^2 = \alpha^2 (\alpha^2 + \lambda^2)\, \psi_1 \tag{24}$$

$$\omega_2^2 = \alpha^2 (\alpha^2 + \lambda^2)\, \psi_2 \tag{25}$$

mit

$$\psi_1 = \frac{-B}{2A} + \sqrt{\frac{B^2}{4A^2} + \frac{C}{A}} \qquad \psi_2 = \frac{-B}{2A} - \sqrt{\frac{B^2}{4A^2} + \frac{C}{A}} \tag{26}$$

Weiter folgt aus Gl. (23) für einen bestimmten Wert von ω^2:

$$\alpha_{1,2}^2 = -\frac{\lambda^2}{2} \pm \sqrt{\frac{\lambda^2}{4} + \frac{\omega^2}{\psi_1}} \tag{27}$$

$$\alpha_{3,4}^2 = \beta_{1,2}^2 = -\frac{\lambda^2}{2} \pm \sqrt{\frac{\lambda^2}{4} + \frac{\omega^2}{\psi_2}} \tag{28}$$

In den Gl. (27) und (28) entsprechen dem +-Zeichen vor der Wurzel positive Werte von α^2, dem —-Zeichen dagegen negative Werte von α^2. Zu einem bestimmten Wert von ω^2 gehören daher vier verschiedene Werte von α^2, von denen jeweils zwei grösser und zwei kleiner als Null sind. Jenen entsprechen harmonische, diesen hyperbolische Funktionen des Ortes. Anderseits folgt aus den Gl. (24) und (25), dass jedem Wert von α^2 zwei verschiedene Werte von ω^2 zugeordnet sind. Hier ist noch zu bemerken, dass bei der einlagigen Spule zu jedem Wert von ω^2 zwei Werte von α^2 gehören und zu jedem α^2 nur ein einziger Wert von ω^2. Die Kopplung mit der zweiten Spule bedingt daher eine Verdoppelung der Frequenzen.

Sind beide Spulen symmetrisch angeordnet ($N_1 = N_2 = N$, $C_1 = C_{12} = C_2 = C$), so ist die rechte Seite von Gl. (18) ein vollständiges Quadrat.

Dann geht Gl. (18) über in:

$$\omega^2 = \frac{\alpha^2 (\alpha^2 + \lambda^2)}{M_0\, 2\, (\nu + 1)\, N^2 \lambda\, C} \tag{29}$$

mit

$$\psi = \frac{1}{M_0{}^2 (\nu + 1)\, N^2 \lambda\, C}$$

Eine besondere Untersuchung erfordert der Fall sehr enger magnetischer Kopplung beider Spulen [$r_2/r_1 \approx 1$, (r_1 bzw. r_2 bedeuten die Radien der beiden Spulen)].

Hier gilt für den Streukoeffizienten ν:

$$\nu = 1 + \varepsilon \quad (\varepsilon \ll 1) \qquad \nu^2 \approx 1 + 2\,\varepsilon$$

und damit

$$(\nu^2 - 1)^2 \approx 4\,\varepsilon^2 \approx 0$$

Gl. (18) geht dann über in folgende Form:

$$\omega^2 = \frac{\alpha^2 (\alpha^2 + \lambda^2)}{2 M_0 \lambda N_1 N_2 \left[(C_2 + C_{12}) \frac{N_2}{N_1} + (C_1 + C_{12}) \frac{N_1}{N_2} - 2\, C_{12} \right]} \tag{30}$$

Im Falle sehr enger magnetischer Kopplung beider Spulen entsprechen einem bestimmten Wert von ω^2 zwei verschiedene Werte von α^2 und nicht vier. Das System ist daher entartet.

Für das Amplitudenverhältnis $\eta = F_1/F_2$ einander entsprechender Wellen längs beider Spulen folgt durch Einsetzen von $1/\psi_1$, bzw. $1/\psi_2$ für $\alpha^2 (\alpha^2 + \lambda^2)/\omega^2$ in Gl. (17):

$$\eta_1 = \frac{\nu - 2\,\psi_1 M_0 (\nu^2 - 1)\, \lambda\, N_2{}^2 (C_2 + C_{12})}{1 - 2\,\psi_1 (\nu^2 - 1)\, \lambda\, N_1 N_2 C_{12} M_0} \tag{31}$$

$$\eta_2 = \frac{\nu - 2\,\psi_2 M_0 (\nu^2 - 1)\, \lambda\, N_2{}^2 (C_2 + C_{12})}{1 - 2\,\psi_2 M_0 (\nu^2 - 1)\, \lambda\, N_1 N_2 C_{12}} \tag{32}$$

Hier entspricht η_1 dem Amplitudenverhältnis der zur räumlichen Kreisfrequenz $\alpha_{1,2}$ gehörenden Wellen und η_2 dem Amplitudenverhältnis der zur Kreisfrequenz $\beta_{1,2}$ gehörenden Wellen.

Im folgenden soll noch der Fall langer und kurzer Spulen gesondert behandelt werden. Gilt für die ersten Werte der räumlichen Kreisfrequenz α:

$$\frac{\lambda^2}{\alpha^2} \ll 1 \tag{33}$$

so soll im folgenden die Spule als kurze Spule bezeichnet werden. Ist dagegen:

$$\frac{\alpha^2}{\lambda^2} \ll 1 \tag{34}$$

so handelt es sich um eine lange Spule.

Bei der kurzen Spule gilt die Näherung:

$$\alpha^2 + \lambda^2 \approx \alpha^2 \tag{35}$$

Dann vereinfachen sich die Gl. (24) und (25) zu:

$$\omega^2 = \alpha^4 \psi_1 = \beta^2 \psi_2 \tag{36}$$

und daraus:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_{1,2}{}^2 &= \pm \frac{\omega}{\sqrt{\psi_1}} \\ \alpha_{3,4}{}^2 = \beta_{1,2}{}^2 &= \pm \frac{\omega}{\sqrt{\psi_2}} \end{aligned}\right\} \tag{37}$$

Bei der kurzen Spule sind daher wie vorher jedem Wert von ω^2 vier Werte von α^2 zugeordnet, wobei jeweils zwei α^2 den gleichen Absolutwert besitzen.

Für die lange Spule kann folgende Näherung angesetzt werden:

$$\alpha^2 + \lambda^2 \approx \lambda^2 \tag{38}$$

Damit gehen die Gl. (24) und (25) über in:

$$\omega^2 = \alpha^2 \lambda^2 \psi_1 = \beta^2 \lambda^2 \psi_2 \tag{39}$$

Das bedeutet, dass hier jedem Wert von ω^2 nur zwei Werte von α^2 zugeordnet sind. Die Anordnung zweier langer Spulen stellt daher ein entartetes System dar.

Bei zwei Spulen in Luft sind diese als lang oder kurz aufzufassen, je nachdem der Ausdruck $(1{,}5\; l/\sqrt{r_1 r_2})^2$ grösser oder kleiner als α^2 ist. Befinden sich die Spulen auf einem magnetisch abgeschirmten Eisenkern, so entsprechen die Verhältnisse der langen oder kurzen Anordnung, je nachdem der Ausdruck $(0{,}95\; l/\sqrt{b_1 b_2})^2$ grösser oder kleiner als α^2 ist (b_1 und b_2 bedeuten die Abstände vom Kern, bzw. von der abschirmenden Wicklung).

Was die Anordnung zweier Spulen, welche sich auf einem magnetisch nicht abgeschirmten Eisenkern befinden, anbelangt, so gilt hier $\lambda \ll 1$, was einer engen magnetischen Kopplung auch zwischen weit entfernten Windungen beider Spulen entspricht. Hier genügt es, den gemeinsamen Fluss im Eisenkern, welcher mit allen Windungen beider Spulen verkettet ist, und die Streuflüsse, welche nur mit den einzelnen Windungen verkettet sind, zu berücksichtigen. Dies führt aber zu den gleichen Vereinfachungen, welche die Autoren der Arbeiten [2; 5] vornahmen. Deshalb soll hier die Anordnung zweier Spulen auf einem gemeinsamen Eisenkern nicht weiter behandelt werden.

Grosstransformatoren, bei welchen der Eisenkern durch eine dritte Wicklung abgeschirmt ist, entsprechen einer Anordnung zweier langer Spulen.

3. Die Berechnung der räumlichen Eigenfrequenzen

Wie erwähnt, entsprechen einem bestimmten Wert von ω der zeitlichen Kreisfrequenz nach den Gl. (27) und (28) vier verschiedene Werte von α^2 der räumlichen Kreisfrequenz, wenn es sich um ien nicht entartetes System handelt. Von diesen sind jeweils zwei grösser und zwei kleiner als Null. Das bedeutet aber, dass in den Ausdrücken für Strom oder Spannung in jeder der beiden Spulen acht Konstanten auftreten. Die Analyse einer gegebenen Spulenanordnung führt daher auf die Berechnung von 16 Konstanten, was praktisch ohne die Benützung von elektrischen Rechenmaschinen kaum durchführbar ist [3]. Um den Rechnungsgang zu vereinfachen, sind im Folgenden nur diejenigen α^2 berücksichtigt, welche grösser als null sind. Ihnen entsprechen harmonische Funktionen des Ortes. Die hyperbolischen Funktionen, welche den negativen Werten von α^2 zugeordnet sind, wurden vernachlässigt. Dieser Vorgang ermöglicht, die Randbedingungen der vorgegebenen Spulenanordnung zu erfüllen. Nicht erfüllt sind die Identitäten, welche aus den Integralgleichungen (5) und (6) folgen.

Für die freien Schwingungen von Spannung und Strom längs beider Spulen gelten folgende Beziehungen:

$$u_1 = \sum_n (A_{1n} \sin \alpha_n x + B_{1n} \cos \alpha_n x + P_{1n} \sin \beta_n x + R_{1n} \cos \beta_n x) \cos \omega_n t \tag{40}$$

$$u_2 = \sum_n (A_{2n} \sin \alpha_n x + B_{2n} \cos \alpha_n x + P_{2n} \sin \beta_n x + R_{2n} \cos \beta_n x) \cos \omega_n t \tag{41}$$

$$\begin{aligned} i_1 = -\sum_n \Bigg[&\left(\frac{A_{1n}}{\alpha_n} \cos \alpha_n x - \frac{B_{1n}}{\alpha_n} \sin \alpha_n x + \frac{P_{1n}}{\beta_n} \cos \beta_n x - \frac{R_{1n}}{\beta_n} \sin \beta_n x \right) (C_1 + C_{12}) + \\ &+ \left(-\frac{A_{2n}}{\alpha_n} \cos \alpha_n x + \frac{B_{2n}}{\alpha_n} \sin \alpha_n x - \frac{P_{2n}}{\beta_n} \cos \beta_n x + \frac{R_{2n}}{\beta_n} \sin \beta_n x \right) C_{12} \Bigg] \omega_n \sin \omega_n t \end{aligned} \tag{42}$$

$$\begin{aligned} i_2 = -\sum_n \Bigg[&\left(\frac{A_{2n}}{\alpha_n} \cos \alpha_n x - \frac{B_{2n}}{\alpha_n} \sin \alpha_n x + \frac{P_{2n}}{\beta_n} \cos \beta_n x - \frac{R_{2n}}{\beta_n} \sin \beta_n x \right) (C_2 + C_{12}) + \\ &+ \left(-\frac{A_{1n}}{\alpha_n} \cos \alpha_n x + \frac{B_{1n}}{\alpha_n} \sin \alpha_n x - \frac{P_{1n}}{\beta_n} \cos \beta_n x + \frac{R_{1n}}{\beta_n} \sin \beta_n x \right) C_{12} \Bigg] \omega_n \sin \omega_n t \end{aligned} \tag{43}$$

Hier bedeuten: α_n, β_n die zur zeitlichen Kreisfrequenz ω_n zugehörigen Werte der räumlichen Kreisfrequenz, A_{1n}, B_{1n}, P_{1n}, R_{1n} die Amplituden der entsprechenden räumlichen Harmonischen der ersten Spule, A_{2n}, B_{2n}, P_{2n}, R_{2n} die Amplituden der entsprechenden räumlichen Harmonischen der zweiten Spule.

Weiter ist:

$$\frac{A_1}{A_2} = \eta_1 \tag{44}$$

$$\frac{B_1}{B_2} = \eta_1 \tag{45}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \eta_2 \tag{46}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \eta_2 \tag{47}$$

Daraus folgt, dass sich in den Ausdrücken für Spannung und Strom die einzelnen zeitlichen Teilschwingungen überlagern. Daher muss jede Teilschwingung für sich allein die gegebenen Randbedingungen erfüllen.

Für das Spannungsverhältnis der zu einem bestimmten Wert von ω gehörenden Teilschwingungen $u_1(x)$ und $u_2(x)$ an Stellen gleicher Höhe (gleiches x) längs beider Spulen gilt nach den Gl. (40) und (41):

$$\zeta = \frac{u_1}{u_2} = \frac{A_1 \sin \alpha x + B_1 \cos \alpha x + P_1 \sin \beta x + R_1 \cos \beta x}{\frac{A_1}{\eta_1} \sin \alpha x + \frac{B_1}{\eta_1} \cos \alpha x + \frac{P_1}{\eta_2} \sin \beta x + \frac{R_1}{\eta_2} \cos \beta x} \tag{48}$$

Wie man sieht, ist ζ eine Funktion sowohl von ψ_1, ψ_2, als auch der Koordinate x und kann grösser oder kleiner als das Verhältnis der Windungszahlen sein. Die freien Schwingungen der Spannung transformieren sich daher im allgemeinen nicht im Verhältnis der Windungszahlen.

Im weitern sollen die Eigenwerte für einige technisch wichtige Spulenanordnungen bestimmt werden.

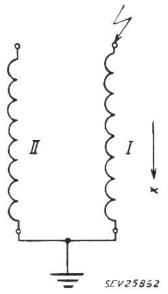

Fig. 2
Schema zur Untersuchung des Übergangsvorganges bei Stoss auf die geerdete Spule *I* bei einpolig geerdeter Spule *II*
x laufende Veränderliche des Ortes, gemessen in Richtung der Spulenachsen beider Spulen

a) Die gestossene Spule ist geerdet, die zweite ist an einem Ende geerdet und am anderen Ende offen (Fig. 2).
Hier gelten folgende Randbedingungen:

Spule I	$u_1(0) = 0$,	$u_1(1) = 0$
Spule II	$u_2(1) = 0$,	$i_2(0) = 0$

Auf Grund der Gl. (40)...(43) ist:

$$B_1 + R_1 = 0 \tag{49}$$

$$A_1 \sin \alpha + B_1 \cos \alpha + P_1 \sin \beta + R_1 \cos \beta = 0 \tag{50}$$

$$A_2 \sin \alpha + B_2 \cos \alpha + P_2 \sin \beta + R_2 \cos \beta = 0 \tag{51}$$

$$\left(\frac{A_2}{\alpha} + \frac{P_2}{\beta}\right)(C_2 + C_{12}) - \left(\frac{A_1}{\alpha} + \frac{P_1}{\beta}\right) C_{12} = 0 \tag{52}$$

Da die rechte Seite des Gleichungssystemes (49)...(52) gleich null ist, muss, falls das System nichttriviale Lösungen für A, B, P, R besitzen soll, dessen Determinante verschwinden.

Damit erhält man unter Berücksichtigung der Gl. (44)...(47) folgende Beziehung zwischen den räumlichen Kreisfrequenzen α und β, welche zum gleichen Wert von ω gehören:

$$\alpha \operatorname{tg} \alpha \left(\frac{C_2 + C_{12}}{\eta_2} - C_{12} \right) = \beta \operatorname{tg} \beta \left(\frac{C_2 + C_{12}}{\eta_1} - C_{12} \right) \quad (53)$$

Weiter besteht zwischen α und β nach den Gl. (27) und (28) folgende Beziehung:

$$\frac{\alpha^2 (\alpha^2 + \lambda^2)}{\beta^2 (\beta^2 + \lambda^2)} = \frac{\psi_2}{\psi_1} = \psi = \frac{1}{\psi_0} < 1 \quad (54)$$

Die weitere Berechnung soll für die Anordnung langer Spulen durchgeführt werden, da diese dem praktisch wichtigen Fall des Grosstransformators mit durch eine dritte Wicklung magnetisch abgeschirmten Eisenkern entspricht. Hier gilt nach Gl. (39):

$$\frac{\alpha^2 (\alpha^2 + \lambda^2)}{\beta^2 (\beta^2 + \lambda^2)} \approx \frac{\alpha^2}{\beta^2} = \frac{\psi_2}{\psi_1} = \frac{1}{\psi_0} \quad (55)$$

$$\alpha = \frac{\beta}{\sqrt{\psi_0}} \quad (56)$$

Damit geht Gl. (53) über in folgende Form:

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \frac{\beta}{\sqrt{\psi_0}} \cdot \frac{\dfrac{C_2 + C_{12}}{\eta_2} - C_{12}}{\dfrac{C_2 + C_{12}}{\eta_1} - C_{12}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\psi_0}} = \operatorname{tg} \frac{\beta}{\sqrt{\psi_0}} \cdot \frac{m}{\sqrt{\psi_0}} \quad (57)$$

Wie eine eingehende Analyse zeigt, ist m immer negativ.

Die Auflösung der transzendenten Gl. (57) wird am einfachsten auf graphischem Weg durchgeführt. In Fig. 3 ist sowohl die Funktion $\operatorname{tg}\beta$, als auch der Verlauf der Funktion

$$\frac{m}{\sqrt{\psi_0}} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\sqrt{\psi_0}}$$

(gestrichelt) eingetragen. Die Funktion $\operatorname{tg} \beta/\sqrt{\psi_0}$ besitzt Nullstellen für alle $\beta = n \pi \sqrt{\psi_0}$ $(n = 1, 2, \ldots)$ und wird unendlich für alle $\beta = n\pi/2 \sqrt{\psi_0}$ $(n = 1, 3, 5 \ldots)$. Die Abszissen der

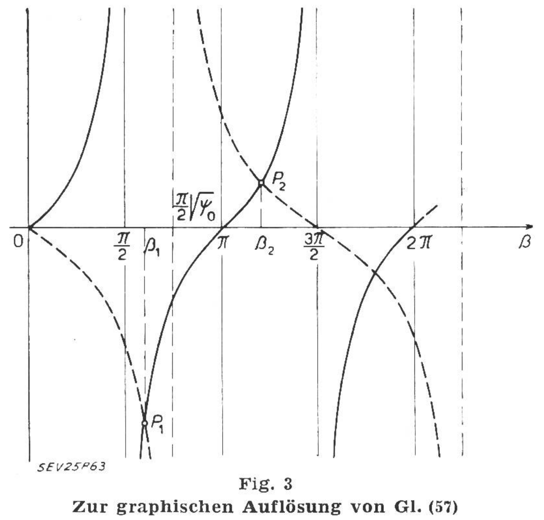

Fig. 3
Zur graphischen Auflösung von Gl. (57)

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{m}{\sqrt{\psi_0}} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\sqrt{\psi_0}}$$

Bezeichnungen siehe im Text

Schnittpunkte beider Kurven sind dann die gesuchten Wurzeln der transzendenten Gl. (57). Für die ersten zwei Frequenzen gilt:

$$\frac{\pi}{2} < \beta_1 < \pi, \qquad \pi < \beta_2 < \frac{3\pi}{2}$$

Bei Grosstransformatoren, besonders bei einem Windungszahlverhältnis $N_1/N_2 \gg 1$, ist die Grösse $\psi_0 = \psi_1/\psi_2 \gg 1$. Weiter ist die Grösse $m \ll 1$. Daher hat die Funktion

$$\frac{m}{\sqrt{\psi_0}} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\sqrt{\psi_0}}$$

im Bereich 0 bis $(\pi + s)$ einen sehr flachen Verlauf, so dass als erste Wurzel der räumlichen Eigenfrequenz $\beta_1 \approx \pi$ erscheint.

Für das Verhältnis einander entsprechender Spannungen an Stellen gleicher Höhe längs beider Spulen gilt hier nach Gl. (48):

$$\zeta = \frac{u_1}{u_2} = \frac{A_1 \sin \alpha x + B_1 \cos \alpha x + P_1 \sin \beta x - B_1 \cos \beta x}{\dfrac{A_1}{\eta_1} \sin \alpha x + \dfrac{B_1}{\eta_1} \cos \alpha x + \dfrac{P_1}{\eta_2} \sin \beta x - \dfrac{B_1}{\eta_2} \cos \beta x}$$

Dieser Ausdruck entspricht keinem konstanten Übersetzungsverhältnis. Zur Nachprüfung wurde bei zwei konzentrischen Zylinderspulen in der Schaltung nach Fig. 2 die eine mit der Welle 1 | 50 µs gestossen. An beiden Spulen wurde die Spannung gegen Erde der 50-%-Anzapfung oszillographiert (Fig. 4). Wie aus den Oszillogrammen zu ersehen ist, sind die Amplituden der Schwingung von der Grundfrequenz für beide Spulen ganz verschieden, trotzdem das Windungszahlverhältnis gleich eins war. Die Daten der Spulen waren: l = 470 mm, N = 350. Durchmesser der ersten Spule = 350 mm, Durchmesser der zweiten Spule = 380 mm.

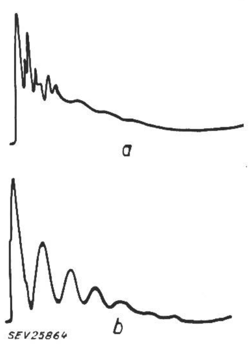

Fig. 4
Spannungsoszillogramm der 50-%-Anzapfung an der gestossenen Spule *I* (*a*) bzw. der Spule *II* (*b*)
Spulenanordnung nach Fig. 2

Auf den Umstand, dass das Amplitudenverhältnis der freien Spannungsschwingungen nicht gleich dem Verhältnis der Windungszahlen ist, hat für den Fall der geerdeten Spule *I* und offenen Spule *II* auch *Veverka* aufmerksam gemacht [5].

b) Die gestossene Spule ist geerdet, die zweite ist an beiden Enden geerdet (Fig. 5). Hier gelten folgende Randbedingungen:

$$u_1(0) = 0 \qquad u_1(1) = 0$$
$$u_2(0) = 0 \qquad u_2(1) = 0$$

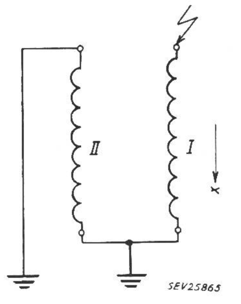

Fig. 5
Schema zur Untersuchung des Übergangsvorganges bei Stoss auf die geerdete Spule *I* bei an beiden Enden geerdeter Spule *II*
Weitere Bezeichnung siehe Fig. 2
x laufende Veränderliche des Ortes, gemessen in Richtung der Spulenachsen beider Spulen

Dem entspricht auf Grund der Gl. (40)...(43):

$$B_1 + R_1 = 0 \quad (58)$$

$$A_1 \sin \alpha + B_1 \cos \alpha + P_1 \sin \beta + R_1 \cos \beta = 0 \quad (59)$$

$$B_2 + R_2 = 0 \quad (60)$$

$$A_2 \sin \alpha + B_2 \cos \alpha + P_2 \sin \beta + R_2 \cos \beta = 0 \quad (61)$$

Aus Gl. (60) folgt bei Berücksichtigung der Gl. (44)...(47):

$$\frac{B_1}{\eta_1} + \frac{R_1}{\eta_2} = 0 \quad (62)$$

Gl. (58) und (62) sind gleichzeitig nur erfüllbar, wenn gilt:

$$B_1 = 0, \qquad R_1 = 0 \quad (63)$$

Dann reduzieren sich Gl. (59) und (61) auf:

$$A_1 \sin \alpha + P_1 \sin \beta = 0 \quad (64)$$

$$\frac{A_1}{\eta_1}\sin\alpha + \frac{P_1}{\eta_2}\sin\beta = 0 \tag{65}$$

Dieses Gleichungssystem ist erfüllt, wenn:

$$\alpha = n\pi \quad (n = 1, 2, 3...) \tag{66}$$

$$P_1 = 0 \tag{67}$$

gesetzt wird. Für die Spannungen u_1 und u_2 längs beider Spulen gilt dann:

$$\begin{aligned} u_1 &= A_1 \sin\alpha x \cos\omega t, \\ u_2 &= \frac{A_1}{\eta_1}\sin\alpha x \cos\omega t \end{aligned} \tag{68}$$

Daraus folgt für das Verhältnis ζ einander entsprechender Spannungen an Stellen gleicher Höhe x beider Spulen:

$$\zeta = \frac{u_1}{u_2} = \eta_1 \tag{69}$$

Ist die Sekundärwicklung kurzgeschlossen, so ist das Spannungsverhältnis ζ unabhängig von der Koordinate x und gleich η_1. Die Grösse η_1 tritt hier an die Stelle des Windungszahlverhältnisses für alle Spannungsharmonischen, bei welchen die Vernachlässigung der Windungskapazität zulässig ist. Auch dieses Ergebnis wurde vom Autor experimentell bestätigt.

Aus diesen Ausführungen ist zu ersehen, dass bei Stoss auf eine geerdete Primärwicklung diese unabhängig von der Schaltung der Sekundärwicklung räumlich in Vielfachen von π schwingt.

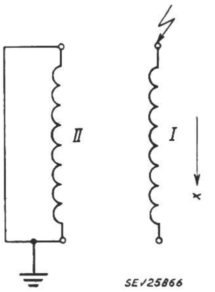

Fig. 6
Schema zur Untersuchung des Übergangsvorganges bei Stoss auf die offene Spule *I* bei an beiden Enden geerdeter Spule *II*
Weitere Bezeichnung siehe Fig. 2

c) Die gestossene Primärspule ist offen, die zweite Spule ist an beiden Enden geerdet (Fig. 6). Hier gelten folgende Randbedingungen:

$$u_1(0) = 0 \qquad i_1(1) = 0$$
$$u_2(0) = 0 \qquad u_2(1) = 0$$

Aus diesen Gleichungen folgt analog wie vorher:

$$B_1 = R_1 = 0, \qquad B_2 = R_2 = 0 \tag{70}$$

$$\frac{A_1}{\eta_1}\sin\alpha + \frac{P_1}{\eta_2}\sin\beta = 0 \tag{71}$$

und:

$$\left(\frac{A_1}{\alpha}\cos\alpha + \frac{P_1}{\beta}\cos\beta\right)(C_1 + C_{12}) - \\ - \left(\frac{A_1}{\eta_1\alpha}\cos\alpha + \frac{P_1}{\eta_2\beta}\cos\beta\right)C_{12} = 0 \tag{72}$$

Daraus erhält man folgende Beziehungsgleichung zwischen α und β:

$$\beta \operatorname{tg}\beta = \alpha \operatorname{tg}\alpha \frac{\eta_2 (C_1 + C_{12}) - C_{12}}{\eta_1 (C_1 + C_{12}) - C_{12}} \tag{73}$$

Für die Anordnung langer Spulen gilt nach Gl. (56):

$\alpha = \frac{\beta}{\sqrt{\psi_0}}$. Damit geht Gl. (73) über in:

$$\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\frac{\beta}{\sqrt{\psi_0}} \cdot \frac{\eta_2 (C_1 + C_{12}) - C_{12}}{\eta_1 (C_1 + C_{12}) - C_{12}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\psi_0}} = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\sqrt{\psi_0}} \cdot \frac{m_1}{\sqrt{\psi_0}} \tag{74}$$

Die Wurzeln dieser transzendenten Gleichung sind die Schnittpunkte der Funktion $y = \operatorname{tg}\beta$ und $y = \operatorname{tg}\beta/\sqrt{\psi_0}$. Die graphische Konstruktion ist entsprechend Fig. 3 durchzuführen. Hier gilt für die erste Wurzel β_1: $\pi/2 < \beta_1 < \pi$. Was die Verhältnisse bei Grosstransformatoren mit $N_1/N_2 \gg 1$ anbelangt, ist bei diesen $\psi_0 \gg 1$ und $m_1/\sqrt{\psi_0}$ ebenfalls viel grösser als eins. Die erste Wurzel liegt hier in der Umgebung von $\pi/2$ ($\beta_1 = \pi/2 + \varepsilon_1, \varepsilon \ll 1$).

Wird die magnetische Kopplung zwischen beiden Spulen stetig von null bis unendlich geändert, so ändert sich die Grösse von ψ_0 ebenfalls stetig von eins bis unendlich. Wie aus der graphischen Konstruktion (Fig. 3) zu ersehen ist, hat dies eine Verschiebung der ersten Wurzel β_1 von $\beta_1 = \pi/2$ (unendlich lose Kopplung) bis $\beta_1 = \pi$ (unendlich starre Kopplung) zur Folge. Dieses Resultat wurde experimentell bestätigt [3].

d) Die gestossene Primärspule ist offen, die zweite Spule ist einpolig offen (Fig. 7).

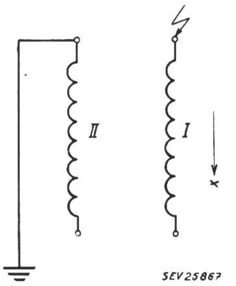

Fig. 7
Schema zur Untersuchung des Übergangsvorganges bei Stoss auf die offenen Spulen *I* und *II*
Weitere Bezeichnung siehe Fig. 2

Hier gelten folgende Randbedingungen:

$$u_1(0) = 0 \qquad i_1(1) = 0$$
$$u_2(0) = 0 \qquad i_2(1) = 0$$

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$B_1 = R_1 = 0, \qquad B_2 = R_2 = 0 \tag{75}$$

$$\left(\frac{A_1}{\alpha}\cos\alpha + \frac{P_1}{\beta}\cos\beta\right)(C_1 + C_{12}) - \left(\frac{A_2}{\alpha}\cos\alpha + \frac{P_2}{\beta}\cos\beta\right)C_{12} = 0 \tag{76}$$

$$\left(\frac{A_2}{\alpha}\cos\alpha + \frac{P_2}{\beta}\cos\beta\right)(C_2 + C_{12}) - \left(\frac{A_1}{\alpha}\cos\alpha + \frac{P_1}{\beta}\cos\beta\right)C_{12} = 0 \tag{77}$$

Die Gl. (76) und (77) werden erfüllt, wenn für $\alpha = \pi/2$, $P_1 = P_2 = 0$ gesetzt werden.

Handelt es sich um eine Anordnung kurzer Spulen, so bleiben alle früher abgeleiteten Ergebnisse gültig, nur ist in allen Formeln an Stelle von $\sqrt{\psi_0}$ der Ausdruck $\sqrt[4]{\psi_0}$ zu setzen.

Aus all dem ist zu ersehen, dass bei Anordnungen mit gleichen Randbedingungen nur die entsprechenden Eigenfrequenzen einer einzigen Spule auftreten. Hier tritt bei Gegenwart der zweiten Spule keine Änderung der Eigenfrequenz auf. Sind dagegen die Randbedingungen für jede der beiden Spulen verschieden, findet eine solche Verstimmung der Eigenfrequenzen statt, dass die entsprechenden Eigenfunktionen simultan alle auftretenden Randbedingungen beider Spulen erfüllen können.

Was die Verhältnisse bei Grosstransformatoren mit durch eine dritte Wicklung magnetisch abgeschirmtem Eisenkern anbelangt, folgt aus einer vom Autor durchgeführten Untersuchung [4] und den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit, dass bei diesen im Spektrum der räumlichen Eigenfrequenzen zwei Gruppen α und β auftreten, zwischen denen ein konstantes Verhältnis besteht ($\alpha = \beta\sqrt{\psi_2/\psi_1}$). Dabei gilt für den niedrigsten Eigenwert der β-Gruppe, welcher einer langwelligen Harmonischen entspricht, dass dieser nur wenig verschieden ist vom ersten Eigenwert der gestossenen Wicklung für sich allein (ohne Sekundärwicklung). Es gilt daher angenähert $\beta_1 \approx \pi/2$ für die Wicklung mit offenem Ende und $\beta_1 \approx \pi$ für die Wicklung mit geerdetem Ende.

Was die Berechnung der Amplituden der Eigenfunktionen anbelangt, soll auf die Arbeit [4] verwiesen werden.

Literatur

[1] *Heller, B., J. Hlávka* und *A. Veverka:* Die Eigenfrequenzen der einlagigen Zylinderspule bei Spannungsstössen. Bull. SEV Bd. 40(1949), Nr. 24, S. 951...957.

[2] *Vitins, J.:* Die Schwingungsgleichungen eines idealisierten Hochspannungstransformators. Arch. Elektrotechn. Bd. 41 (1954), Nr. 6, S. 301...312.

[3] *Abetti, P. A., G. E. Adams* und *F. J. Maginniss:* Oscillations of Coupled Windings. Trans. AIEE Part 3: Power Apparatus and Systems, Bd. 74(1955), Nr. 17, S. 12...21.

[4] *Heller, B.:* Die freien Schwingungen zweier elektrisch und magnetisch gekoppelter Spulen. Acta techn., Prag Bd. 1 (1956), Nr. 1, S. 11...54.

[5] *Veverka, Chládek, Franzl:* Volné kmity dvouvinutového transformátoru při napětovém rázu. Práce Ústavu pro elektrotechniku ČSAV IV, 1956, S. 21. Prag: Verlag ČSAV.

Adresse des Autors:

Ing. Dr. *B. Heller*, II. Václavské Nám. 55, Praha (Tschechoslowakei).

Prévention des accidents et éclairage public

Par *P. Borel*, Berne

614.8 : 628.971.6

La première partie de l'article fait état de recherches sur les proportions, la répartition et la gravité des accidents nocturnes de la circulation routière. Il en découle d'utiles constatations concernant la nécessité d'éclairer certains tronçons ou points particuliers du réseau routier. Dans la deuxième partie il est démontré, d'après des résultats d'enquêtes menées en Suisse et à l'étranger, que l'installation d'un bon éclairage public provoque un accroissement de la sécurité du trafic.

Der erste Teil des Aufsatzes befasst sich mit dem Umfang, der Verteilung und der Schwere der Nachtunfälle im Strassenverkehr. Es ergeben sich nützliche Feststellungen über die Notwendigkeit, gewisse Strecken oder Gefahrenstellen zu beleuchten. Der zweite Teil zeigt auf Grund verschiedener schweizerischer und ausländischer Untersuchungen, dass eine gute, ortsfeste Beleuchtung eine grössere Sicherheit des Verkehrs schafft.

1. Trafic et accidents nocturnes

La circulation routière comporte beaucoup plus de dangers la nuit que le jour. Il est difficile de dire de combien le risque d'accidents est supérieur durant la nuit parce que les conditions de trafic diurne et nocturne sont fort différentes. Un expert hollandais [1] s'est livré à des recherches approfondies des accidents dans son pays et a trouvé, en comparant des périodes où le trafic a sensiblement la même densité et la même composition, que le nombre des accidents nocturnes dans ces conditions est deux fois plus grand que celui des accidents diurnes.

Ce même expert a publié la tabelle suivante (Tableau I) qui fait ressortir la répartition du trafic et des accidents durant le jour, au crépuscule et pendant la nuit en Hollande.

Répartition du trafic et des accidents corporels graves survenus de 1950 à 1953 sur les routes principales des Pays-Bas en fonction de l'éclairage naturel

Tableau I

Eclairage naturel	Trafic %	Accidents %
de jour	77,5	75,0
au crépuscule	4,5	3,6
la nuit	18,0	21,4
Total	100,0	100,0

Il semble peu probable que les variations puissent être sensibles entre la Hollande et la Suisse, néanmoins les différences entre les horaires de travail et la latitude des deux pays peuvent jouer un rôle non négligeable.

Selon les recensements de l'Inspection fédérale des Travaux Publics, le *trafic entre 21 h. et 7.00 h.* ne représente sur nos routes principales que le 13 % env. du trafic total s'écoulant en 24 h. En tenant compte des journées courtes de l'hiver on obtiendrait un chiffre plus élevé pour le trafic se déroulant effectivement dans l'obscurité.

Qu'en est-il des accidents nocturnes sur le réseau routier suisse? L'examen de quelque 2500 rapports de police a donné les résultats figurant dans le tableau II. On y voit que *le tiers environ des accidents surviennent la nuit.* Cette proportion varie d'ailleurs sensiblement selon les types d'accidents. On remarquera en particulier la fréquence durant la nuit des collisions contre des obstacles fixes, contre des véhicules stationnés, avec des animaux ou des personnes. En France aussi [2] on évalue à 30 % env. la part des accidents nocturnes.

Répartition des accidents de divers genres entre le jour, la nui et le crépuscule en Suisse

Tableau II

Genres d'accidents	de jour %	au crépuscule %	de nuit %
Tous accidents env.	63	4	33
Collisions de véhicules env.	74	5	21
Heurts contre des objets immobiles env.	31	3	66
Heurts contre des véhicules stationnés env.	43	11	46
Chutes de véhicules par dérapage ou par déviation hors de la route env.	58	4	38
Renversements ou écrasements de piétons env.	52	5	43
Renversements ou écrasements d'animaux env.	38	7	55
Autres env.	80	—	20

Une enquête du Bureau fédéral de statistique portant sur les accidents mortels survenus en 1956 (994 accidents) permet de se faire une idée de la *gravité des accidents diurnes et nocturnes.* Les proportions sont voisines de celles trouvées pour l'ensemble des accidents. En effet, les proportions d'accidents mortels sont les suivantes: