

Zeitschrift: Actes de la Société jurassienne d'émulation
Herausgeber: Société jurassienne d'émulation
Band: 108 (2005)

Artikel: Calcul de l'apogée du vol d'une fusée à poudre
Autor: Schaffner, Grégory
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-555317>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Calcul de l'apogée du vol d'une fusée à poudre

Grégory Schaffner

Introduction

Pour clore mon passage au lycée cantonal de Porrentruy j'ai réalisé mon travail de maturité sur un thème qui m'a toujours fait rêver: les fusées. En effet, ces engins sont pour moi une véritable source d'émotions. Elles réussissent à dompter toute la puissance d'une explosion en énergie utilisable pour se déplacer, elles défient la gravité, elles voyagent dans un environnement tout à fait hostile,... et de plus, elles sont le fruit de la passion de quelques ingénieurs qui avaient un rêve. Voler est encore un rêve pour beaucoup de monde – ou pour moi en tout cas ! – et c'est donc pour ces quelques raisons que je me suis intéressé à ces engins pour mon travail de maturité.

Bien sûr, comme je suis un tout grand enfant, j'ai tout de suite voulu inventer ma propre fusée, mais le fait est qu'on ne fait pas cela en quelques mois... Je me suis donc penché sur l'étude d'un modèle réduit de fusée à poudre (un jouet pour grand enfant en somme: ça tombe bien!) et j'ai tenté de calculer théoriquement l'apogée de son vol pour ensuite vérifier pratiquement ce qui se passait réellement en vol.

Aspect théorique

Le principe général

Le principe régissant les moteurs de fusées est en fait quelque chose de très simple et accessible. Il s'agit d'une application de la loi de conservation de la quantité de mouvement qui met en évidence le fait que pour un système fermé

$$\Delta \vec{p} = \vec{0}$$

En sachant que la quantité de mouvement est définie comme $\vec{p} = m \vec{v}$ on peut comprendre le fait que les fusées avancent. En effet, une fusée

éjecte des particules de gaz grâce à ses moteurs et ces particules possèdent alors une certaine quantité de mouvement. En tenant compte du fait qu'avant l'éjection, la fusée et les particules étaient liées et qu'on peut donc les considérer comme un système fermé, après l'éjection, la fusée doit obligatoirement avoir elle aussi acquis une certaine quantité de mouvement, donc une certaine vitesse. Plus formellement, si M est la masse de la fusée et que m est la somme des masses des particules et en faisant l'hypothèse que les particules sont éjectées toutes en une fois

$$\begin{aligned}\vec{p}_{M+m} &= \vec{p}_M + \vec{p}_m \\ (M+m)\vec{v}_0 &= M\vec{v}_1 + m\vec{v}_2\end{aligned}$$

En se plaçant dans un référentiel d'inertie où $\vec{v}_0 = \vec{0}$, on peut très aisément remarquer que \vec{v}_1 et \vec{v}_2 sont de même direction mais de sens opposés et que le plus logique pour avancer reste donc d'éjecter les particules vers l'arrière.

Mais en réalité, les particules sont éjectées les unes après les autres et la résolution du problème en devient légèrement différente: à chaque fois qu'une particule de masse Δm est éjectée avec la vitesse v_{exp} par rapport à la fusée, la vitesse de cette dernière a augmenté de Δv . Donc

$$(M + \Delta m)v_0 = M(v_0 + \Delta v) - \Delta m(v_{exp} - v_0 - \Delta v)$$

Dans un référentiel où, après développement et intégration, on obtient que

$$v_f - v_i = v_{exp} \ln \left(\frac{M_i}{M_f} \right)$$

On remarquera que seule la vitesse d'éjection des gaz par rapport à la fusée, et non pas leur masse, entre en considération dans le calcul de la vitesse finale.

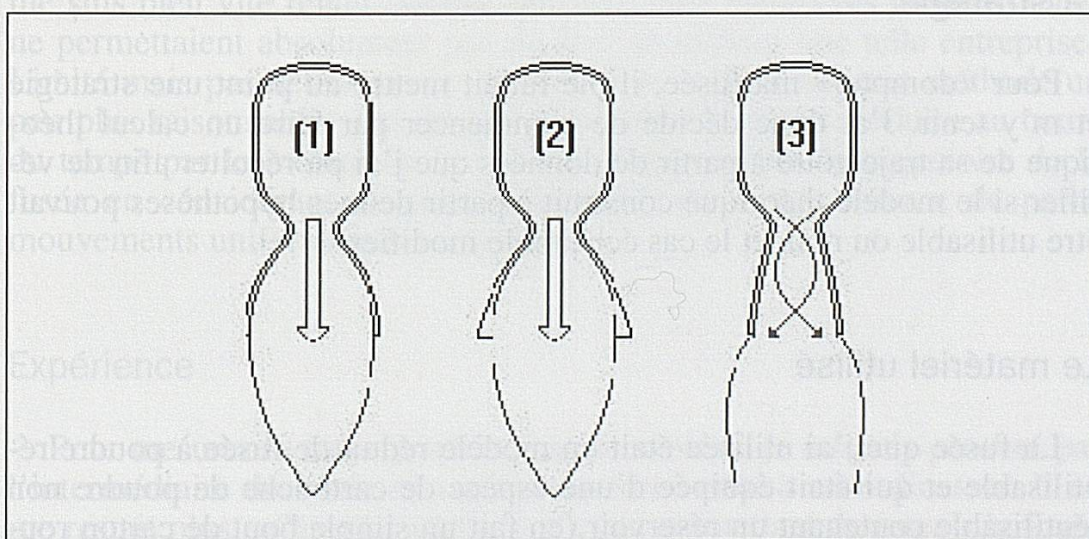
C'est en tenant compte de ces quelques enseignements que les moteurs à poudre ont été développés, et il faut remarquer que l'ingéniosité et la simplicité de la solution mise en œuvre est presque déconcertante. Tenez-en pour preuve que les fusées de 1^{er} août utilisent exactement le même principe: on stocke une poudre explosive dans un réservoir qui peut supporter une certaine contrainte thermique et de pression; on le laisse ouvert d'un côté par l'intermédiaire d'une tuyère puis lorsqu'on allume la poudre, la combustion produit énormément de gaz occupant un volume beaucoup plus grand que la poudre, ce qui crée une surpression dans le réservoir et le gaz s'échappe par la tuyère afin de rétablir l'équilibre de pression avec le milieu extérieur. Ce procédé aura comme

conséquence que les particules de gaz quitteront le moteur avec une certaine vitesse et auront donc emmagasiné une certaine quantité de mouvement, ce qui est le but recherché.

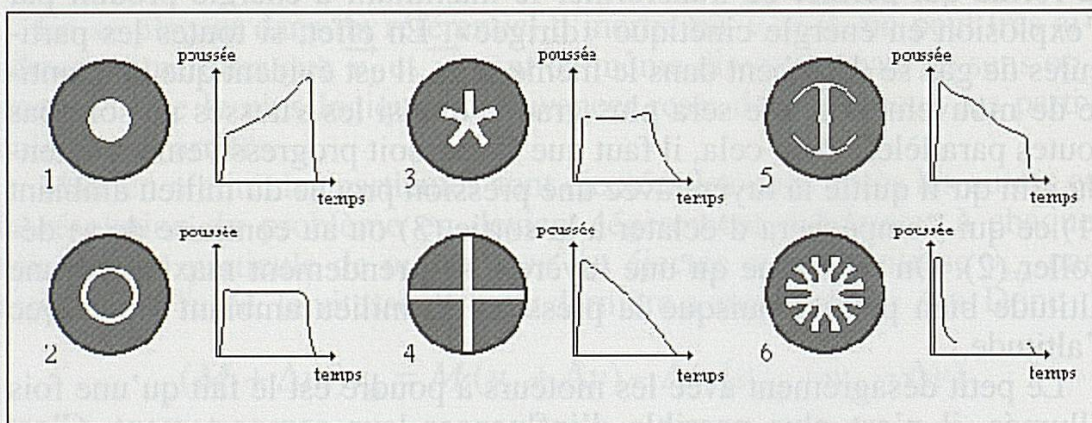
Application concrète

Il faut tout de même garder à l'esprit que même si le principe est très simple, la mise en œuvre et l'optimisation du système sont des problèmes bien plus ardues. Pour ce qui est du réservoir, le plus difficile est de trouver les matériaux adéquats qui sont capables de résister à de très hautes températures et pressions; quant à la tuyère le défi est de trouver la forme qui permet de transformer le maximum d'énergie produit par l'explosion en énergie cinétique «dirigée». En effet, si toutes les particules de gaz se déplacent dans le même sens, il est évident que la quantité de mouvement totale sera plus grande que si les vitesses ne sont pas toutes parallèles. Pour cela, il faut que le gaz soit progressivement détendu afin qu'il quitte la tuyère avec une pression proche du milieu ambiant (1) ce qui l'empêchera d'éclater à la sortie (3) ou au contraire de se détacher (2). On remarque qu'une tuyère a son rendement maximal à une altitude bien précise puisque la pression du milieu ambiant varie avec l'altitude.

Le petit désagrément avec les moteurs à poudre est le fait qu'une fois allumés, il n'est plus possible d'influencer leur comportement. C'est pour cela qu'il faut soigneusement préparer le bloc de poudre avant la mise à feu pour qu'il se comporte comme on le voudrait. En effet, on peut faire varier les réactifs et leurs concentrations, tout en faisant attention à ne pas dépasser les limites de résistance du réservoir; de plus on peut également varier la manière de les brûler: en effet comme il ne



s'agit heureusement pas d'une explosion instantanée, on peut se représenter la combustion de la poudre comme l'explosion successive de minces couches de poudre, ce qui nous offre plusieurs alternatives: la combustion frontale ou la combustion radiale. La première solution consiste à brûler le bloc de poudre comme une cigarette (c'est-à-dire d'un bout à l'autre) ce qui produira un flux de gaz faible et constant sur un long intervalle de temps. La deuxième solution sera de faire un trou dans le bloc de poudre ce qui aura comme effet que la surface en feu augmentera et le flux de gaz produit sera plus important, mais sur un plus court intervalle de temps et ne sera pas nécessairement constant. En effet si le trou est rond par exemple, la surface en feu, donc la force, va augmenter au cours du temps.



Partie pratique

La stratégie

Pour «dompter» ma fusée, il me fallait mettre au point une stratégie et m'y tenir. J'ai donc décidé de commencer par faire un calcul théorique de sa trajectoire à partir de données que j'ai pu récolter afin de vérifier si le modèle théorique construit à partir de mes hypothèses pouvait être utilisable ou non, et le cas échéant le modifier.

Le matériel utilisé

La fusée que j'ai utilisée était un modèle réduit de fusée à poudre réutilisable et qui était équipée d'une espèce de cartouche de poudre non réutilisable contenant un réservoir (en fait un simple bout de carton rou-

lé) et un semblant de tuyère. De plus, ces cartouches contenaient un étage de poudre explosif qui déclenchait l'éjection du parachute au sommet de la trajectoire pour freiner la descente de l'engin. Le système d'allumage de la poudre était constitué d'une simple résistance électrique qui produisait une petite étincelle et la rampe de lancement quant à elle était une simple tige métallique montée sur un trépied qui guidait la fusée au moment du départ.



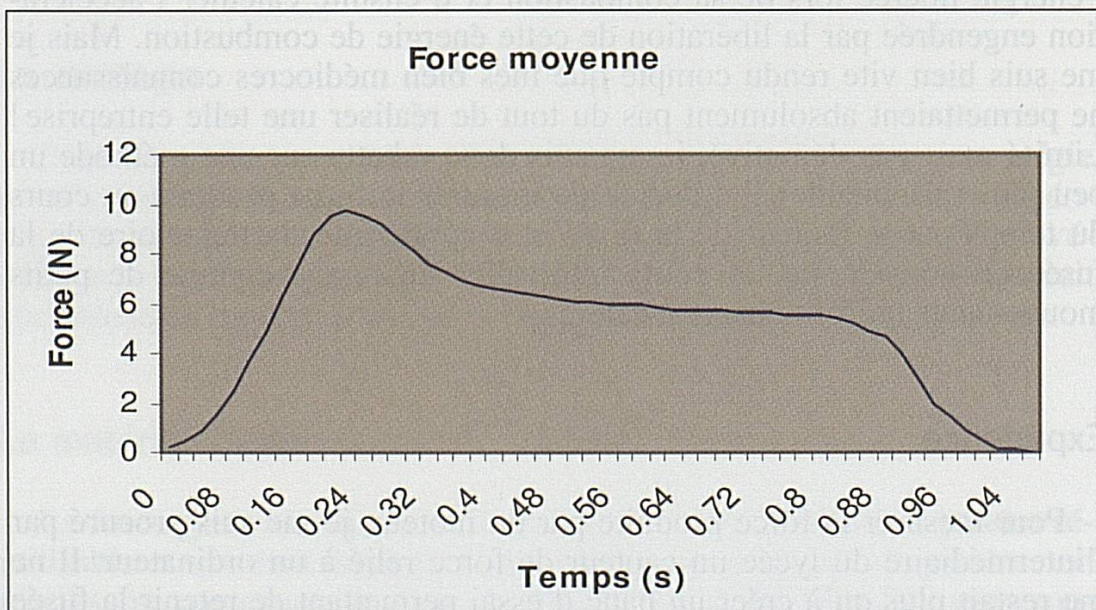
Idée de base

Partant du principe que je ne connaissais aucune caractéristique technique de la fusée, chaque donnée utilisée devait être soit mesurée ou alors estimée selon un modèle théorique. Mon idée de base était d'analyser chimiquement la poudre utilisée dans les moteurs, de déterminer l'énergie libérée lors de sa combustion et d'ensuite calculer l'accélération engendrée par la libération de cette énergie de combustion. Mais je me suis bien vite rendu compte que mes bien médiocres connaissances ne permettaient absolument pas du tout de réaliser une telle entreprise! Limité mais pas démotivé, je me suis donc rabattu sur une méthode un peu plus raisonnable: j'ai décidé de mesurer la force produite au cours du temps par le moteur de la fusée et d'approximer la trajectoire de la fusée en considérant de petits intervalles de temps comme de petits mouvements uniformément accélérés.

Expérience

Pour mesurer la force produite par un moteur, je me suis procuré par l'intermédiaire du lycée un capteur de force relié à un ordinateur. Il ne me restait plus qu'à créer un banc d'essai permettant de retenir la fusée

avec le capteur de force. Une première réalisation très peu performante a bien vite été abandonnée au profit d'une deuxième nettement plus satisfaisante qui, au cours des essais, a elle aussi cédé sa place au banc d'essai le plus abouti, ou plutôt le plus dénudé de tout ce qui était inutile et source d'imprécisions. Ce banc d'essai était en fait un support à moteur en plastique téflonisé couissant presque librement sur un arbre fixe relié au capteur de force comme vous le voyez sur l'image.



Grâce à l'évolution des bancs d'essai, au capteur de force, au matériel informatique et suite à de nombreux essais dont beaucoup d'échecs, qui m'ont permis d'être critique par rapport à la manière d'aborder le problème, j'avais à ma disposition des graphiques de la force produite par le moteur en fonction du temps et j'en ai extrait un graphique moyen sur cinq essais, tous réalisés sur le même banc d'essai.

Que me manque-t-il maintenant pour pouvoir appliquer la 2^e loi de Newton et calculer l'accélération de la fusée ? Tout d'abord, puisque les essais s'étaient déroulés à l'arrêt et à l'horizontal, la force de gravité et le frottement de l'air n'étaient pas présents. Il me fallait alors faire une estimation de la perte de poids liée à l'éjection des gaz et ensuite trouver le moyen d'inclure une force de frottement dans la somme des forces agissant sur la fusée en vol.

Pour l'estimation de la perte de masse, on sait qu'on peut modéliser la combustion de la poudre comme des minces couches en feu et que la force produite est en relation avec la surface brûlée. On peut donc écrire la relation suivante

$$\Delta m_i = \Delta m_{tot} \frac{f_i}{\sum f_i}, \text{ où } f_i \text{ est la force du moteur au temps } i.$$

A partir de cette constatation, il est bien clair que la masse de la fusée en fonction du temps est donnée par

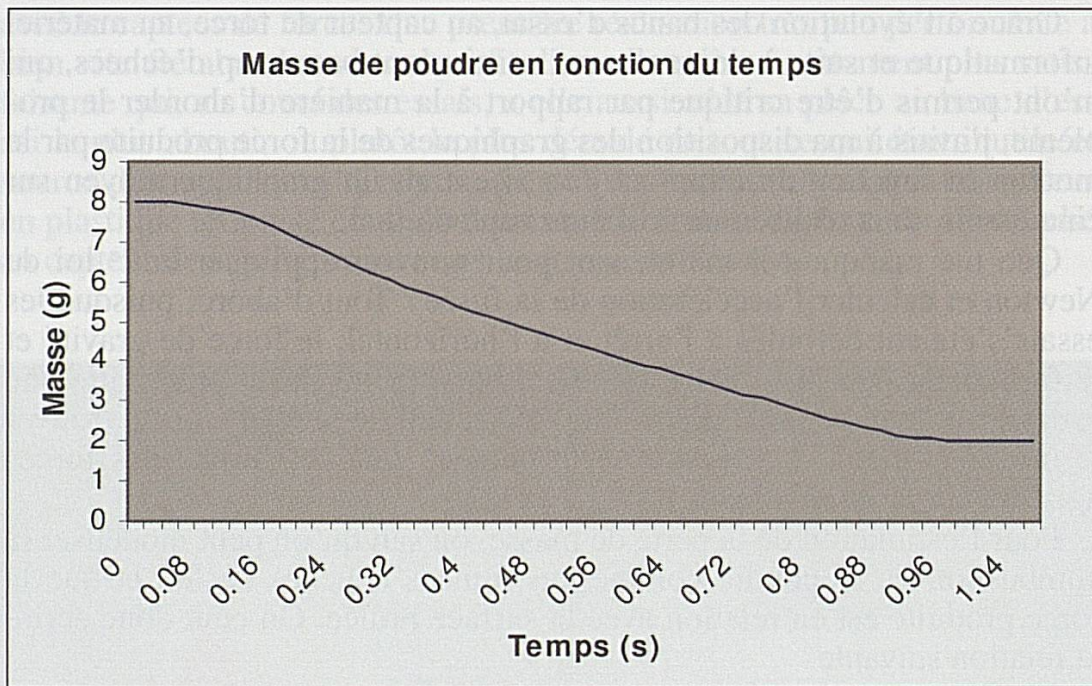
$$m = m_{vide} + \Delta m_{tot} - \Delta m_i$$

$$m = m_{vide} + \Delta m_{tot} \left(1 - \frac{f_i}{\sum f_i} \right)$$

En ce qui concerne le frottement de l'air, l'expression utilisée est celle dépendant du carré de la vitesse

$$f_{res} = \frac{1}{2} \varphi_{air} C_x S v^2$$

Où S est la surface perpendiculaire au déplacement, C_x est le coefficient de pénétration dans l'air et φ_{air} est la masse volumique de l'air. La valeur de S a été mesurée, φ_{air} a été simplement prise dans des tables aux conditions standard, et C_x a été estimé à partir des tables de valeur de C_x standard. Quant à l'implémentation de la force de frottement dans le calcul de la force totale agissant sur la fusée, la méthode utilisée a simplement été d'introduire la force de frottement estimée sur un intervalle de temps dans l'intervalle suivant. Cette manière de faire n'est



évidemment pas strictement correcte, mais elle fournit des résultats pas trop mauvais puisque lors de l'accélération, le frottement de l'air est minimisé et lors de la décélération, il est maximisé, ce qui au total s'annule plus au moins.

Il ne manque donc plus rien pour calculer l'accélération en fonction du temps et l'on peut maintenant rassembler toutes les valeurs dans un tableur *Excel* qui se chargera d'effectuer tous ces fastidieux calculs d'addition de mouvements uniformément accélérés et l'on pourra alors connaître l'apogée théorique du vol de la fusée. Pour ma part, j'ai obtenu un résultat avoisinant les 113 mètres de haut.

Essai en vol

Pour tester la justesse de mon modèle théorique, j'ai ensuite procédé à quelques essais en vol. Malheureusement, le nombre de ces essais a été limité puisqu'au troisième lancement, l'élastique attachant la fusée au parachute s'est cassé, abandonnant le corps de la fusée à son triste sort. Suite à cette descente un peu rapide, une ailette s'était cassée et mettait la fusée hors d'état de vol. De plus, le jour des seuls essais était un peu venteux. Par conséquent, la fusée n'avait pas une trajectoire verticale et l'apogée du vol était donc un peu plus bas que celui d'un jour où le ciel serait plus serein. Pendant mes trois essais donc, la hauteur effective a

été mesurée ainsi que le temps avant le déclenchement du parachute, pour savoir s'il explose vraiment au sommet de la trajectoire.

Pour mesurer l'apogée, j'ai imaginé un petit instrument, constitué d'un simple rapporteur et d'un petit viseur en carton. Le rapporteur et le viseur étaient liés par une tige les laissant tourner indépendamment l'un de l'autre. Le rapporteur de par sa forme se plaçait toujours à l'horizontale, et il suffisait de mesurer l'angle entre l'horizontale et la fusée puis la distance horizontale entre l'appareil de mesure et la fusée pour déterminer la hauteur de la fusée par une application des formules trigonométriques. Les mesures moyennes obtenues sont d'environ 100 mètres. Treize mètres séparaient donc la réalité de mes calculs. La théorie est donc de 15% supérieure aux mesures, mais si on tient compte de la mauvaise météo qui a empêché la fusée de voler bien droit ce jour-là, les résultats ne sont finalement pas si incohérents.

Conclusions

J'ai énormément apprécié l'aspect pluridisciplinaire de ce travail de maturité puisqu'il m'a fallu créer des instruments de mesures, mettre en place des expériences, interpréter les résultats obtenus et être capable de les utiliser dans mes calculs... De plus, même si l'analyse chimique (je l'ai quand même tentée, même si les chances de succès étaient proches du zéro absolu!) n'a pas été un franc succès par rapport à mes attentes, elle reste une expérience très intéressante et souligne la complexité de la technologie utilisée dans les fusées. Faire de la « recherche » sur ce thème m'a parfaitement convenu et m'a fait prendre conscience du risque de se perdre dans l'étude d'un thème.

SOURCES

Livres :

- Harris Benson, Physique 1 mécanique, Canada, DeBœck Université
- Pascal Balet et Antoine Fragnière, Le vol libre Notions théoriques, Wetzikon, Fédération Suisse de vol libre, 1988

Internet :

- <http://membres.lycos.fr/liftoff/prop/index.html>, juillet 2003
- <http://membres.lycos.fr/vulcain5/corps.htm>, juillet 2003
- <http://nchech.online.fr/spacech/chimieaero.html>, août 2003
- <http://users.skynet.be/bk263249/fr/moteurs/composites/principe.html>, 2003
- <http://www.nriv.free.fr/sciences/dossiers/propulsionariane>, mars 2003

