

**Zeitschrift:** ASMZ : Sicherheit Schweiz : Allgemeine schweizerische  
Militärzeitschrift

**Herausgeber:** Schweizerische Offiziersgesellschaft

**Band:** 167 (2001)

**Heft:** 6

**Artikel:** Mathematik und militärisches Denken

**Autor:** Stahel, Albert A.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-67330>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 02.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**



# Mathematik und militärisches Denken

In der Antike standen Philosophie und militärisches Denken in einer engen Beziehung. Beispielhaft hierfür sind die Schriften griechischer Denker, die sich eingehend mit militärischen Fragen auseinandersetzen. Zu diesen Denkern gehören Aeneas mit seinem Lehrbuch über die Strategie 357/6 v. Chr. oder Polybios mit seinem «Kommentar über die Taktik» (vermutlich 146 v. Chr.). Die Systematisierung des militärischen Denkens der Antike wurde im 18. Jahrhundert durch den Briten Henry Humphrey Evans Lloyd und den Franzosen Jacques Antoine Hippolyte, Comte de Guibert, fortgesetzt. Vor allem Guibert war bestrebt, die Berechenbarkeit des Krieges zu beweisen. Das systematische Durchdenken des Krieges im 19. Jahrhundert wurde vom Schweizer Antoine-Henri Jomini, Général en Chef in russischen Diensten, mit seinen Werken über die Strategie geprägt.<sup>1</sup>

Albert A. Stahel

Während im 18. und 19. Jahrhundert der Einsatz der Mathematik für die Analyse militärischer Probleme nur schrittweise erfolgte, hat heute die Mathematik die Philosophie für die systematische Untersuchung militärischer Fragen abgelöst. Moderne Kriegssimulationen wären ohne den Einsatz der Mathematik undenkbar.

## Die Pioniere

Zu den Pionieren dieser Denkrichtung gehört auch der Schweizer General Guillaume-Henri Dufour. Nur wenige in der Schweiz wissen, dass Dufour an der Ecole Polytechnique in Paris und an der Ecole d'application de l'artillerie et du génie in Metz Mathematik studiert hat. Ein bedeutender Teil seiner Notizen sind von verschiedenen Professoren der ETHZ 1947 als Sammelband publiziert worden.<sup>2</sup> Ein weiterer Pionier ist der Brite Frederick W. Lanchester<sup>3</sup>, der 1916 während des Ersten Weltkrieges im Werk «Aircraft in Warfare, The Dawn of the Fourth Arm» eine mathematische Analyse des Krieges vorstellte. Dieses Werk gilt bis heute als eines der wichtigsten Schriften der mathematischen Analyse des Kriegswesens. Ausgehend von diesem Werk haben die Angelsachsen während des Zweiten Weltkrieges den Einsatz der Mathematik in der Kriegführung vorangetrieben. So gilt 1943 auch als das offizielle Gründungsjahr der mathematischen Theorie der strategischen Spiele.

Als Gemeinschaftswerk des Mathematikers John von Neumann<sup>4</sup> und des Wirtschaftswissenschaftlers Oskar Morgenstern wurde das Buch *Spieltheorie und wirtschaftliches Verhalten* publiziert, das grosses internationales Aufsehen erregte und sehr schnell zu einem Standardwerk wurde. Mit diesem Buch erhielt die ursprünglich für die Untersuchung militärischer Probleme gedachte Spieltheorie eine grosse Verbreitung. Sowohl das Werk von Lanchester wie auch jenes von Neumann und Morgenstern gelten heute als Klassiker dieser Denkrichtung.

## L'œuvre scientifique et technique du Général Dufour

Dufour hat sich für folgende Gebiete interessiert: Goniometrie, Darstellende Geometrie, Geodäsie, Statik, Mechanik und Hydraulik.

Die Goniometrie, als die Lehre der Winkelmessung, war für Dufour eines seiner wichtigsten Fachgebiete, das ihm später die Erarbeitung seines Kartenwerkes über die Schweiz ermöglichte. Das zweite Fachgebiet, das ihn zur Kartographierung befähigte, war die Darstellende Geometrie. Als Teilgebiet der Mathematik hat die Darstellende Geometrie die Aufgabe, Raumgebilde nach Gestalt, Grösse und Lage zeichnerisch zu bestimmen.

Seine Kenntnisse über die Geodäsie, die Statik, die Mechanik und die Hydraulik wiederum befähigten ihn zur Konstruktion von Brücken. Dufour berechnete

Trägheits- und Widerstandsmomente. Er hatte einen Lehrgang über die Anwendungen der Integralrechnung für die Lösung von Problemen der Technischen Mechanik besucht.

Sehr interessant sind seine Berechnungen für den Bau einer Brücke in Genf (Abbildung 1)<sup>5</sup>. Es gehören dazu die Analyse der Materialprobleme, die Planung, die Kostenberechnung und die Konstruktion der Brücke. Am 1. August 1823 war der Bau der Brücke beendet. Im Zusammenhang mit der Beschreibung des Baus dieser Brücke erwähnt Dufour, dass er 1818 einen Kurs für Milizoffiziere über das Festungswesen durchgeführt hat.

1839 erteilte ihm die Akademie von Genf einen Lehrauftrag in Hydraulik. Während des Sonderbundkrieges schrieb er 1847 das Manuskript zu diesem Lehrgang. Das Manuskript beinhaltet Berechnungen der Strömung der Rhone. Er verglich diese mit jener anderer Flüsse wie der Arve, des Lindkanals, des Rheins bei Basel usw.

Leider ist die Bedeutung der Mathematik und der Physik für die Ausbildung von Offizieren, wie Dufour sie vorgelebt und auch umgesetzt hat, in der Schweiz im 20. Jahrhundert zunehmend vernachlässigt worden.

## Frederick W. Lanchester

Der Ingenieur Lanchester, 1868 bis 1946, gilt in England nicht nur als Pionier der Konstruktion von Flugzeugen, sondern weltweit als der moderne Vordenker der Lösung militärischer Fragen mit Hilfe der Mathematik. Bereits 1914 stellte er in der Zeitschrift «Engineering» sein mathematisches Modell des Gefechtes vor. Diese Analyse beschrieb er auch 1916 in seinem Buch «Aircraft in Warfare, The Dawn of the Fourth Arm». Dieses Modell beruht auf den folgenden Voraussetzungen:

1. Einheiten (Kompanien, Schiffe, Flugzeuge) von Blau stehen Einheiten von Rot im Gefecht gegenüber. Jede Einheit von Blau und jede Einheit von Rot befindet sich im Feuerbereich der gegnerischen Einheiten;

2. die Einheiten sind je auf beiden Seiten homogen, aber die Einheiten der beiden Gegner sind voneinander verschieden;

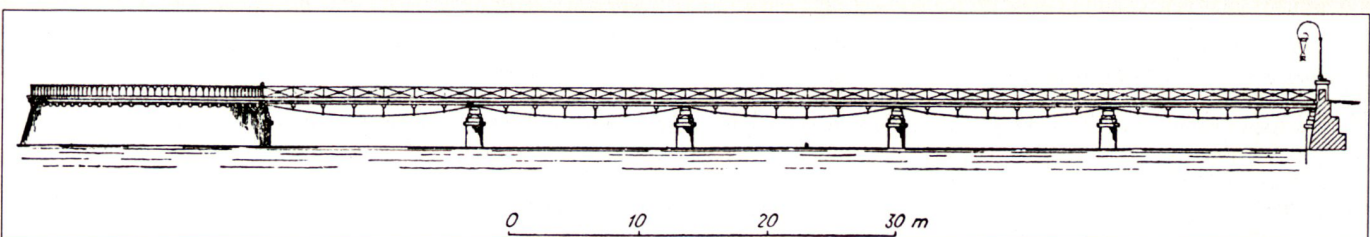


Abbildung 1: Die Brücke von Guillaume-Henri Dufour.



		Strategien des Gegners (Spieler II)			
		1. (3,0)	2. (0,3)	3. (2,1)	4. (1,2)
General Blottos Strategien (Spieler I)	1. (4,0)	4	0	2	1
	2. (0,4)	0	4	1	2
	3. (3,1)	1	-1	3	0
	4. (1,3)	-1	1	0	3
	5. (2,2)	-2	-2	2	2

Abbildung 2: Die Gewinn- und Verlustmatrix von General Blotto (Auszahlung an General Blotto).

		Spieler II (Bomber)		
		1.	2.	3.
Spieler I (Jagdflugzeug)	1. Kanonen	0,30	0,25	0,15
	2. Raketen	0,18	0,14	0,16
	3. Bomben	0,35	0,22	0,17
	4. Rammen	0,21	0,16	0,10

Abbildung 3: Die Gewinn- und Verlustmatrix der Bombardierungsstrategien im Zweiten Weltkrieg (Auszahlung an I).

3. jede kampffähige Einheit ist über die Lage der restlichen Einheiten des Gegners im Bilde. Wenn eine Einheit vernichtet ist, findet sofort ein Zielwechsel statt;

4. das Feuer ist gleichförmig über die noch kampffähigen Einheiten verteilt.

Der Gefechtsverlauf zwischen den Streitkräften einer blauen Partei (b) und jener einer roten Partei (r) wird durch ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen abgebildet.<sup>6</sup>

$$\begin{aligned} db/dt &= -r \cdot c \text{ oder } -N \cdot r \\ dr/dt &= -b \cdot k \text{ oder } -M \cdot b \end{aligned}$$

Es sind c und k die konstanten Vernichtungsraten der beiden Seiten. Werden die Feuergeschwindigkeit und die Trefferwahrscheinlichkeit der Waffen berücksichtigt, so werden die beiden Parameter als N und M bezeichnet. Die Integration dieser Differentialgleichungen ergibt den zeitlichen Verlauf der Kampfhandlungen bis zur endgültigen Vernichtung einer der beiden Seiten. Mit diesem Gleichungssystem und der zeitunabhängigen analytischen Lösung stellt Lanchester als Formel des Gleichgewichtes zwischen den beiden Gegnern die folgende Bedingung auf:

$$\begin{aligned} db/b \cdot dt &= dr/r \cdot dt \\ \text{oder } -N \cdot r/b &= -M \cdot b/r \\ \text{oder } N \cdot r^2 &= M \cdot b^2 \end{aligned}$$

Die Kampfkraft einer Streitmacht ist proportional dem Quadrat ihrer Mannschaftsstärke multipliziert mit dem Kampfwert der einzelnen Einheiten. Der Ausgang des Gefechts oder der Kriegshandlung wird durch das Quadrat der zu Beginn verfügbaren Einheiten bestimmt. Mit seiner Analyse belegt Lanchester, dass das Prinzip der Konzentration der Kräfte und des Feuers auch im Luftkrieg gültig ist. Neben diesem Modell, das heute als Lanchester's Quadratisches Gesetz bezeichnet wird, formulierte er für die Abbildung und Analyse der Wirkung des indirekten Feuers ein zweites Modell. Dieses wird heute als Lanchester's Lineares Gesetz bezeichnet.

Zu Beginn des Zweiten Weltkrieges bildeten die Briten in den höheren Stäben der

Navy und der Royal Air Force Arbeitsgruppen, zusammengesetzt aus Fachleuten verschiedener Disziplinen wie Mathematikern, Ingenieuren, Physikern und Ökonomen für die Analyse der Wirkungen der Kriegsoptionen. Diese Gruppen wurden als Operational Research Section bezeichnet, und ihre Disziplin erhielt die Bezeichnung Operational Research. Ein wichtiges Einsatzgebiet war auch die Ziel- und Einsatzplanung des britischen Bomber Command gegen das Dritte Reich. Die Amerikaner kopierten dieses Vorgehen und bezeichneten die Disziplin als Operations Research. Die Lanchester-Modelle hatten bei der Analyse der kriegsrelevanten Probleme einen hohen Stellenwert.

Nach dem Zweiten Weltkrieg werden die Algorithmen und Modelle des Operations Research zunehmend für die Lösung komplexer Fragen der Wirtschaft eingesetzt. In den USA genießt noch heute das Militärische Operations Research ein hohes Ansehen. Gleichzeitig sind die Modelle von Lanchester nach 1945 weiterentwickelt worden.

## Zwei-Personen-Nullsummenspiele

Das strategische Spiel ist ein allgemeines Modell eines abstrakten Konfliktes. Dessen Theorie beruht auf der Voraussetzung, dass ein Spiel durch feste Regeln bestimmt ist wie z.B. Schach und Poker. Die beiden Autoren von Neumann und Morgenstern haben die grundlegenden Konzepte und Begriffe der so genannten Zwei-Personen-Nullsummenspiele erarbeitet. Ziel der mathematischen Spieltheorie ist die Bestimmung der für einen Spieler optimalen Züge innerhalb einer Konfliktsituation. Ein strategisches Spiel kann durch Entscheidungsbäume dargestellt werden. Diese Darstellung wird als die extensive Form definiert. Die Regeln lassen erkennen, wer am Zuge ist, welches die erlaubten Züge sind, wer welche Informationen hat und welche Konsequenzen ein Zug mit sich bringt. Die andere Darstellung ist die normale Form mit der Gewinn- und Verlust-

matrix. In der kompakten Form wird sofort sichtbar, welche Strategie zu welchen Gewinnen bzw. Verlusten führt.

Das einfachste Modell der Spieltheorie ist das erwähnte Zwei-Personen-Nullsummenspiel. Im Interessenkonflikt gewinnt die eine Partei das, was die andere verliert. Das bekannteste Beispiel eines Kriegshandlungsspiels ist jenes eines amerikanischen Generals, der für die Verteidigung von zwei befestigten Stellungen über vier Regimenten verfügt, während sein Gegner für die Erstürmung drei Regimenter besitzt (Abbildung 2)<sup>7</sup>. Wie werden die beiden Gegner aufgrund einer optimalen Strategie ihre Regimenter einsetzen?

Mehrere Autoren haben nach 1945 die Theorie von Neumann und Morgenstern erweitert und dabei verschiedene Spielformen untersucht. So wurden z.B. der Konflikt zwischen Bündnissen oder die Führung von Verhandlungen in einem Konflikt analysiert. Für diese verschiedenen Spielarten – Nicht-Nullsummenspiele, Spiele mit mehreren Parteien usw. – hat man keine allgemein gültigen Lösungen gefunden. Trotz dieser Einschränkung stellt die Theorie der strategischen Spiele immer noch einen der faszinierendsten Ansätze für die Untersuchung strategischer Probleme dar.

Verschiedene Operationen des Zweiten Weltkrieges sind im Nachhinein mit Hilfe der Spieltheorie analysiert worden. Dies

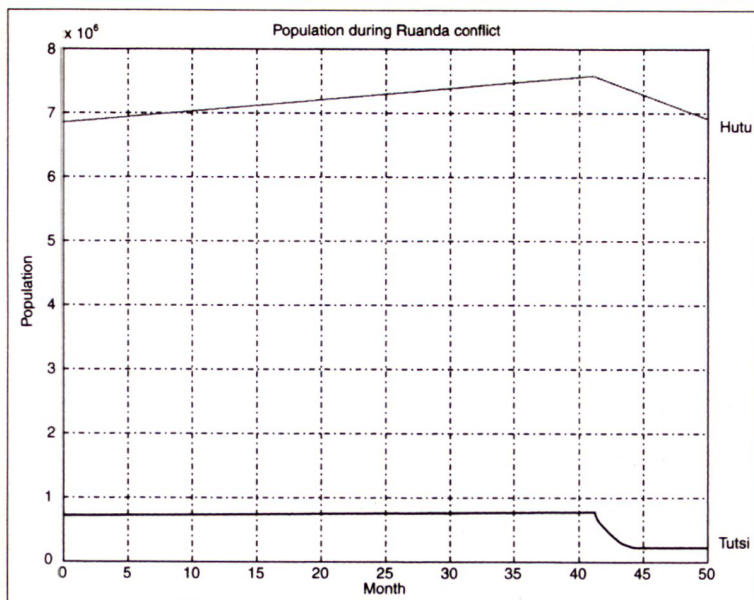
## Gelesen

in NEWSWEEK vom 7. Mai unter dem Titel «Gorbachev on His Legacy» von Jonathan Alter:

Zitat Gorbatschow: «The United States needs to carefully consider the problems of missile defense, NATO expansion and nuclear nonproliferation. What is it all for? Rather than covering yourself with defenses, it would be a lot better to enter a new phase of cooperation and partnership. If the United States goes further in the wrong direction, it could cause a new arms race.»

G.





**Abbildung 4:**  
**Der Genozid**  
**in Ruanda**  
**(Simulations-**  
**studie).**

trifft zu für die Wahl der Bombardierungsstrategien der 8. US-Luftflotte gegen das Dritte Reich (Abbildung 3)<sup>8</sup> oder für die Bombardierung der japanischen Konvois im Bismarck-Archipel durch den amerikanischen General Kenney 1943. Diese Kriegshandlungen waren allesamt Nullsummenspiele. Heute werden auch nichtmilitärische Probleme als Nullsummenspiele abgebildet und untersucht.

## Spieltheorie für Führungskräfte

Die beiden deutschen Wirtschaftswissenschaftler und Spieltheoretiker Volker Bieta und Wilfried Siebe haben in ihrem Werk *Spieltheorie für Führungskräfte*, das 1998 im Wirtschaftsverlag Carl Überreuter<sup>9</sup> erschienen ist, die Handlungsprozesse des militärischen und nichtmilitärischen Managements den Regeln der strategischen Spieltheorie gegenübergestellt. Im Bereich der Wirtschaft konzentrieren sich die beiden Autoren auf die Börse, wobei vor allem der Handel mit Optionen und Derivaten im Vordergrund steht. Für die Bestimmung der optimalen Strategien ist zuerst das «Spielfeld» abzugrenzen. Das geeignetste Instrument dazu ist die Szenarientechnik. Szenarien sind gemäss den beiden Autoren Orientierungspunkte im Wandel, die neue Wege in die Zukunft erschliessen sollen. Die Spieltheorie selbst liefert mit ihren Regeln die Bausteine für diese Szenarien. Dabei ist zwischen Extrem-, Wunsch- und Trendszenario zu unterscheiden.

In einem weiteren Teil des Buches analysieren Bieta und Siebe die Thesen verschiedener Klassiker der Strategie, so Sun Tzu, Machiavelli, Clausewitz und Moltke und stellen die Ergebnisse den Regeln der Spieltheorie gegenüber. Eine logische Folgerung dieser Gegenüberstellung ist sicher die, dass jedes strategische und damit militärische Denken auch Managementdenken ist. Der «militärische» Grossbetrieb ist bezüglich der Komplexität der Führung

und der Lösung der gestellten Probleme in einer «Krise» jedem Konzern ebenbürtig. Die Umkehrung dieser Aussage trifft aber nicht immer zu. Anders ausgedrückt: nicht jeder erfolgreiche Manager wäre auch ein erfolgreicher General.

Wie bereits erwähnt, muss jeder General oder Manager vor dem Fällen von Entscheidungen bestimmen, welches Spiel oder welche Spiele er in einer Auseinandersetzung bzw. im Wettbewerb wird spielen müssen. Wird das falsche Spiel oder auf dem falschen Spielfeld gespielt, dann bleibt dem «Verlierer» wie in der griechischen Mythologie nur der Hades, d. h. die Unterwelt übrig. Ein Beispiel für die Wahl eines «ungeeigneten Spiels» ist die Besetzung Kuwaits durch Saddam Husseins Truppen im August 1990.

## Szenarienbildung

Die Erarbeitung der für eine Auseinandersetzung relevanten Szenarien ist für den Ausgang einer Konfliktaustragung und damit eines Spiels dementsprechend die *Conditio sine qua non*. Dabei bietet die Spieltheorie einen logisch strukturierten und gedanklich gegliederten «support», gleichgültig, ob das Spielfeld die Börse, ein militärisches oder ein politisches Operationstheater ist. Für das letztere Vorgehen führen die beiden Autoren als Beispiel den 1997 während des Gipfels in Denver ausgeübten Druck Präsident Clintons auf den japanischen Ministerpräsidenten zur Öffnung des japanischen Marktes auf.

## Ausblick

Nachdem die Schweiz noch in den Sechziger- und Siebzigerjahren mit dem Zürcher Professor und späteren Regierungsrat Hans Künzi Pionierarbeiten im Operations Research geleistet hatte, sind leider in den Achtzigerjahren viele dieser interessanten Studien in Vergessenheit ge-

raten. In den Neunzigerjahren sind schrittweise wieder einzelne Arbeiten veröffentlicht worden. In Anbetracht der Lage in der Gegenwart steht heute nicht mehr die Analyse grosser konventioneller Kriege und Gefechte im Vordergrund. Zunehmend wendet sich das Interesse des militärischen Operations Research Problemen des polizeilichen Bereiches oder den so genannten «primitiven» Kriegen zu. Diese Art der Kriegführung ist in Afrika wie auch in Asien vorherrschend. Ruanda mit dem Völkermord an Hunderttausenden von Tutsi dürfte ein tragischer Modellfall gewesen sein. Folgende Fragen werden durch diese Untersuchungen, die mit Hilfe der Simulationstechnik erfolgen, beantwortet: wie brechen solche Kriege aus, wie wirkt sich die Einmischung europäischer Mächte aus, und wie hoch sind die Opfer unter der Zivilbevölkerung (Abbildung 4)<sup>10</sup>? Nur aufgrund einer systematischen Analyse dieser Kriege werden in der Zukunft wirksame friedensdurchsetzende Operationen in der Welt ausgeführt werden können.

### Anmerkungen:

<sup>1</sup>Stahel, A. A., *Klassiker der Strategie – eine Bewertung*, vdf, Zürich, zweite Auflage, 1996, S. 153–205.

<sup>2</sup>Baeschlin, F., Favre, H., Kollros, L., et F. Stüssi (Hrsg.), *L'œuvre scientifique et technique du Général Guillaume-Henri Dufour, suivis d'une bibliographie établie par P. Bougeois*, Editions du Griffon, Neuchâtel, 1947.

<sup>3</sup>Lanchester, F. W., *Aircraft in Warfare, The Dawn of the Fourth Arm*, Constable and Company, London, 1916.

<sup>4</sup>Neumann, von, J., und O. Morgenstern, *Spieltheorie und wirtschaftliches Verhalten*, übersetzt von M. Leppig, 2., unveränderte Auflage, Physica-Verlag, Würzburg, 1967. Der gebürtige Ungar und spätere Professor an der Princeton University John von Neumann hat übrigens auch andere Gebiete der Mathematik entschieden geprägt.

<sup>5</sup>Baeschlin, F., et al, S. 303.

<sup>6</sup>Stahel, A. A., *Luftverteidigung – Strategie und Wirklichkeit*, vdf, Zürich, 1993, S. 20.

<sup>7</sup>Dresher, M., *Strategische Spiele, Theorie und Praxis*, deutsche Bearbeitung von Hans P. Künzi, Verlag Industrielle Organisation, Zürich, S. 7.

<sup>8</sup>Dresher, M., S. 9.

<sup>9</sup>Bieta, V., und W. Siebe, *Spieltheorie für Führungskräfte, Was Manager vom Militär über Strategie lernen können*, Wirtschaftsverlag Carl Überreuter, Wien/Frankfurt, 1998.

<sup>10</sup>Jermann, P., Sanglard, H., und B. Weber, *Simulating Future Wars*, in: A. A. Stahel (Hrsg.), *Konflikte und Kriege, Simulationstechnik und Spieltheorie*, vdf, Zürich, 1999, S. 136. ■



**Prof. Dr.**  
**Albert A. Stahel,**  
**Oberstleutnant,**  
**Universität Zürich**  
**und MFS, Au/ZH.**