

**Zeitschrift:** IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen  
**Band:** 5 (1937-1938)

**Artikel:** Kontinuierliche Balkenträger mit elastischen Gelenken  
**Autor:** Haviár, V.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-6157>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 19.02.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# KONTINUIERLICHE BALKENTRÄGER MIT ELASTISCHEN GELENKEN.

LES POUTRES CONTINUES AVEC ARTICULATIONS ÉLASTIQUES.

CONTINUOUS GIRDERS WITH ELASTIC JOINTS.

Dr. Ing. V. HAVIÁR,

Technischer Rat der Brückenbauabteilung des kgl. ung. Handels- und Verkehrsministeriums in Budapest.

Der Einfluß der ungleichmäßigen Stützensenkung und Erwärmung auf das Kräftespiel des kontinuierlichen Balkenträgers ist von den Steifigkeitsverhältnissen des Trägers abhängig.

Die Wirkung der ungleichmäßigen Erwärmung ist verhältnismäßig nicht sehr ungünstig, da die Größe derselben auf dem Kontinent 15—20° C. selten übersteigt und die Wärmeausgleichung, besonders bei Eisenkonstruktionen, ziemlich rasch eintritt.

Viel ungünstiger kann unter Umständen — wie bekannt — die Wirkung der ungleichmäßigen Stützensenkungen werden.

Die moderne Erdbaumechanik befaßt sich mit der Analyse der Setzungen des belasteten Baugrundes, welche die Stützensenkungen verursachen, und sie ermöglicht in den meisten Fällen mit Hilfe entsprechender Angaben (so z. B. Bohrungen, die Größe, Form und Belastung der Pfeiler usw.) auf experimentellem und theoretischem Wege den beiläufigen Wert und den zeitlichen Verlauf der zu erwartenden Setzungen im voraus zu bestimmen<sup>1)</sup>.

Im folgenden werden die Bedingungen und Mittel geprüft, welche beim Entwurf kontinuierlicher Balkenträger zweckmäßig benützt werden können, um die Empfindlichkeit dieser Träger bezüglich der ungleichmäßigen Stützensenkung und der Erwärmung zu vermindern. Es wird darauf hingewiesen, daß kontinuierliche Balkenträger wie Gerberträger auch im Falle nicht ganz einwandfreier Untergrundverhältnisse — wo also kleinere Senkungen zu erwarten sind — gut verwendet werden können.

Zur Charakterisierung der Empfindlichkeit eines kontinuierlichen Balkenträgers in bezug auf ungleichmäßige Stützensenkungen wird der folgende Weg benützt: Es sollen die Stützenmomente des in Fig. 1 dargestellten kontinuierlichen Balkenträgers von konstantem Trägheitsmoment bestimmt werden, welche infolge der einzelnen Stützensenkungen von gegebener Größe 1,0 cm entstehen. Die entsprechenden Momente wurden in Fig. 2 und 3 aufgezeichnet.

Es sollen nun die Stützenmomente im Falle der ungünstigsten Kombinationen der vorher erwähnten Stützensenkungen berechnet werden, welche eintreten, wenn 1. die mit *A*, *C* und *E* bzw. 2. die mit *B*, *D* und *F* bezeichneten Stützen sich um 1 cm setzen.

<sup>1)</sup> TERZAGHI: Erdbaumechanik auf Bodenphysikalischer Grundlage,  
TERZAGHI-FRÖHLICH: Theorie der Setzung von Tonschichten,  
Dr. Ing. FRÖHLICH O. K.: Druckverteilung im Baugrunde.

Die Momente, welche diesen ungünstigsten Fällen entsprechen, haben wir in Fig. 4 eingetragen. Die übrigen Kombinationen der Stützensenkungen sind nur in der Nähe der Öffnungsmitten maßgebend.

Aus dem so bestimmten symmetrischen Momentenverlauf ist zu ersehen, daß in der Nähe der Stützen die Momente bedeutend größer sind als an anderen Trägerteilen. Wenn man auf Grund dieser Momentenlinie die Randfaserspannungen (beim gegliederten Träger die Gurtspannungen) bestimmt,

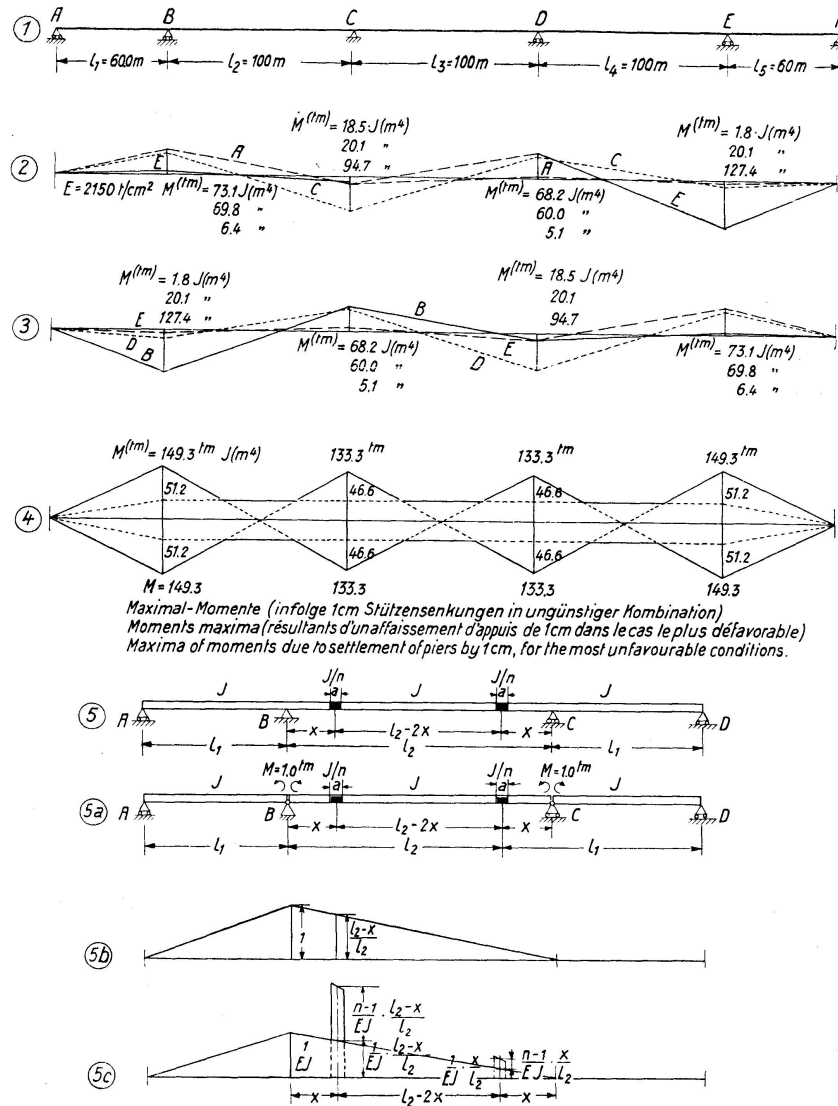


Fig. 1—5c

so kann man die so erhaltene Spannungslinie zur Charakterisierung (und im Falle von mehreren Trägersystemen zum Vergleich) der Empfindlichkeit des Trägers in bezug auf ungleichmäßige Stützensenkungen verwenden. (In diesem Beispiel wäre die Spannungslinie für vorausgesetzte konstante Querschnitte eine der Momentenlinie ähnlich verlaufende Linie.)

Die durch ungleichmäßige Stützensenkungen entstehenden Momente und Spannungen können mit der Verminderung der Steifigkeit verringert werden.

Zur Charakterisierung der Steifigkeit können die Trägheitsmomente der vertikalen Trägerquerschnitte in bezug auf die horizontale Schwerpunktsaxe (bei gegliederten Trägern die Trägheitsmomente der Gurtquerschnitte auf die gemeinschaftliche horizontale Schwerpunktsaxe) benützt werden.

Zur Verringerung der Steifigkeit führen:

1. Die Verminderung der Trägerhöhe,
2. Die Verringerung der Querschnitte.

Die Steifigkeit nimmt mit der Trägerhöhe angenähert in linearem Verhältnis ab, da z. B. bei gegliederten Trägern in der nach obigen bestimmten Formel des Trägheitsmomentes  $I = F_1 d_1^2 + F_2 d_2^2$  bei der Verminderung der Trägerhöhe die Gurtquerschnitte  $F_1$  und  $F_2$  — abgesehen von der kleinen Änderung der Momente — in linearem Verhältnis vergrößert werden müssen, gleichzeitig aber die Schwerpunktabstände  $d_1$  und  $d_2$  enthaltenden Faktoren quadratisch abnehmen.

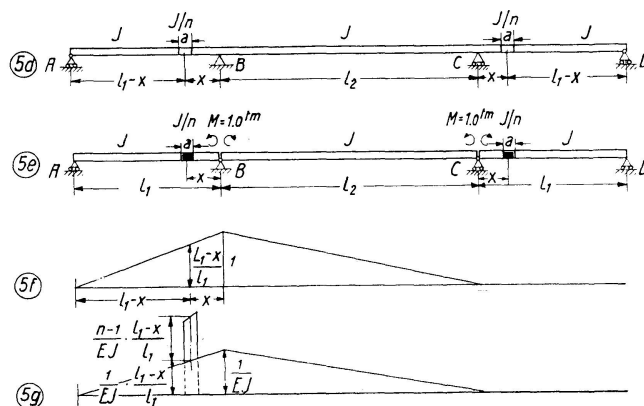


Fig. 5d—5g

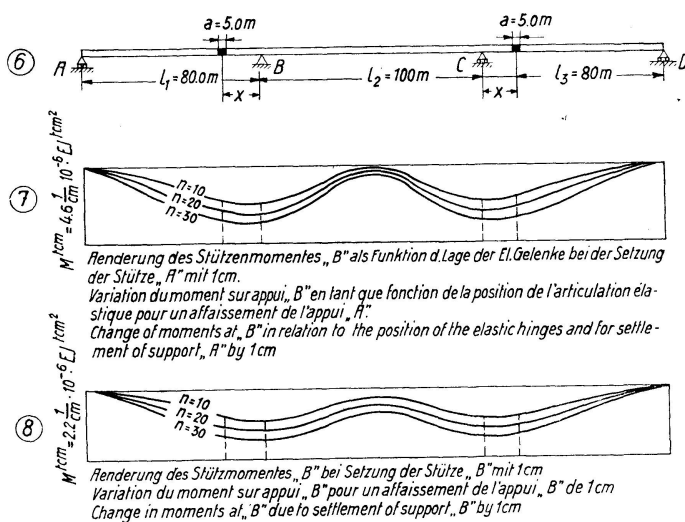


Fig. 6—8

Die zweite Art der Steifigkeitsverminderung kann bei einer bestimmten Trägerform mit der Verringerung der Querschnitte derart durchgeführt werden, daß man hochwertiges Trägermaterial verwendet.

Bei diesen beiden Verfahren nimmt die Empfindlichkeit des kontinuierlichen Trägers gegen ungleichmäßige Stützensenkung und Erwärmung in geradem Verhältnis mit der Höhen- bzw. Querschnittsverminderung ab.

Wenn man aber die Steifigkeit eines Trägers in seiner ganzen Länge in demselben Verhältnis verringert, so vergrößern sich die Einsenkungen im

gleichen Maße, welcher Umstand die dynamischen Einwirkungen erheblich vergrößert. Außerdem ist das Verfahren der Höhenverminderung ziemlich kostspielig, da die niedrige Ausbildung eines Balkenträgers meistens einen Materialmehraufwand zur Folge hat.

Es soll im folgenden untersucht werden, wie die infolge der ungleichmäßigen Stützensenkung und Erwärmung entstehenden Spannungen des kontinuierlichen Balkenträgers günstig beeinflusst werden können, wenn die Steifigkeit nicht auf der ganzen Länge des Trägers, sondern nur auf entsprechend gewählten Strecken vermindert wird.

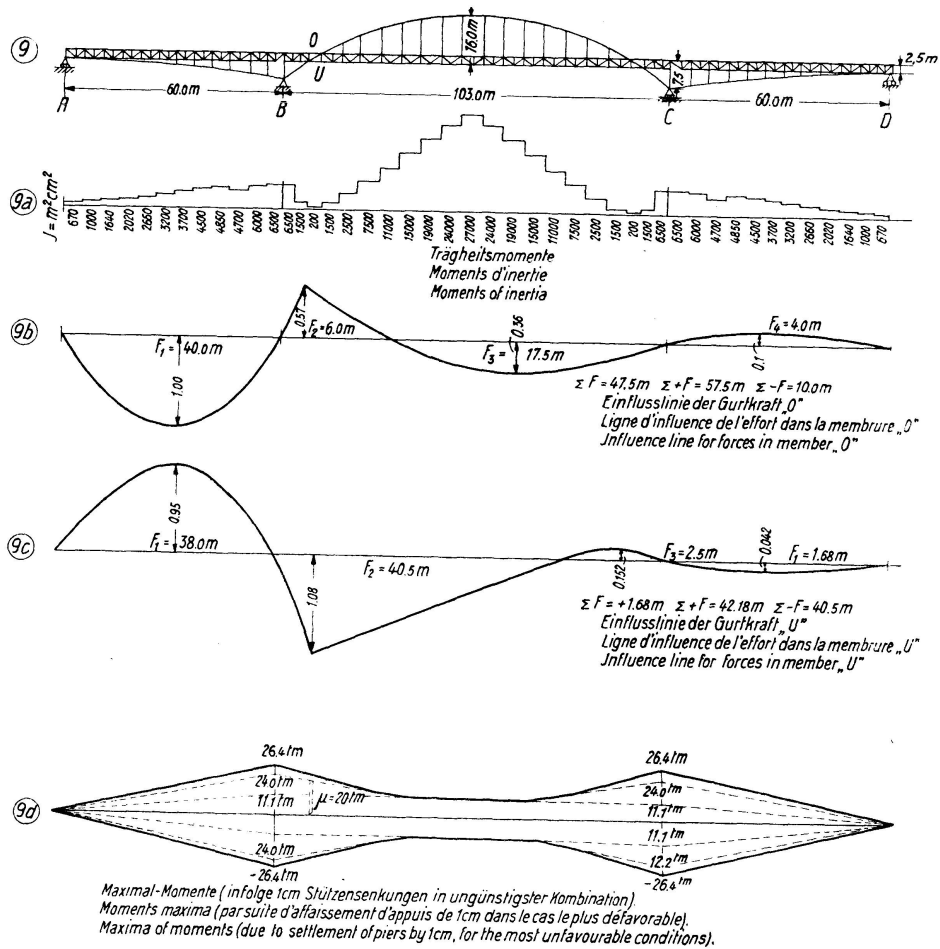


Fig. 9—9d.

In Fig. 5 ist ein symmetrischer, kontinuierlicher Balkenträger über drei Öffnungen dargestellt, bei welchem das Trägheitsmoment  $I$  — abgesehen von zwei in der Mittelöffnung bzw. in der Seitenöffnung symmetrisch gelagerten und verhältnismäßig kurzen Strecken, von der Länge „a“ — überall als konstant angenommen ist. Es soll das Trägheitsmoment auch entlang der Strecken „a“ konstant gewählt sein, nämlich zu  $I' = \frac{I}{n}$ , wo  $n > 1$  ist. Diese Schwächung soll aber so durchgeführt werden, daß die Querkräfte entsprechend aufgenommen werden können.

Da die Biegsamkeit der Strecken „a“ größer ist als die der anderen Trägerteile, so können diese als elastische Gelenke aufgefaßt werden.

Es sollen in den folgenden die Stützenmomente dieses Trägers im Falle einer Stützensenkung einer Mittel- bzw. einer Endstütze bestimmt werden.

$$M = \frac{\delta_{22} a_{01} - \delta_{12} a_{02}}{\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2}$$

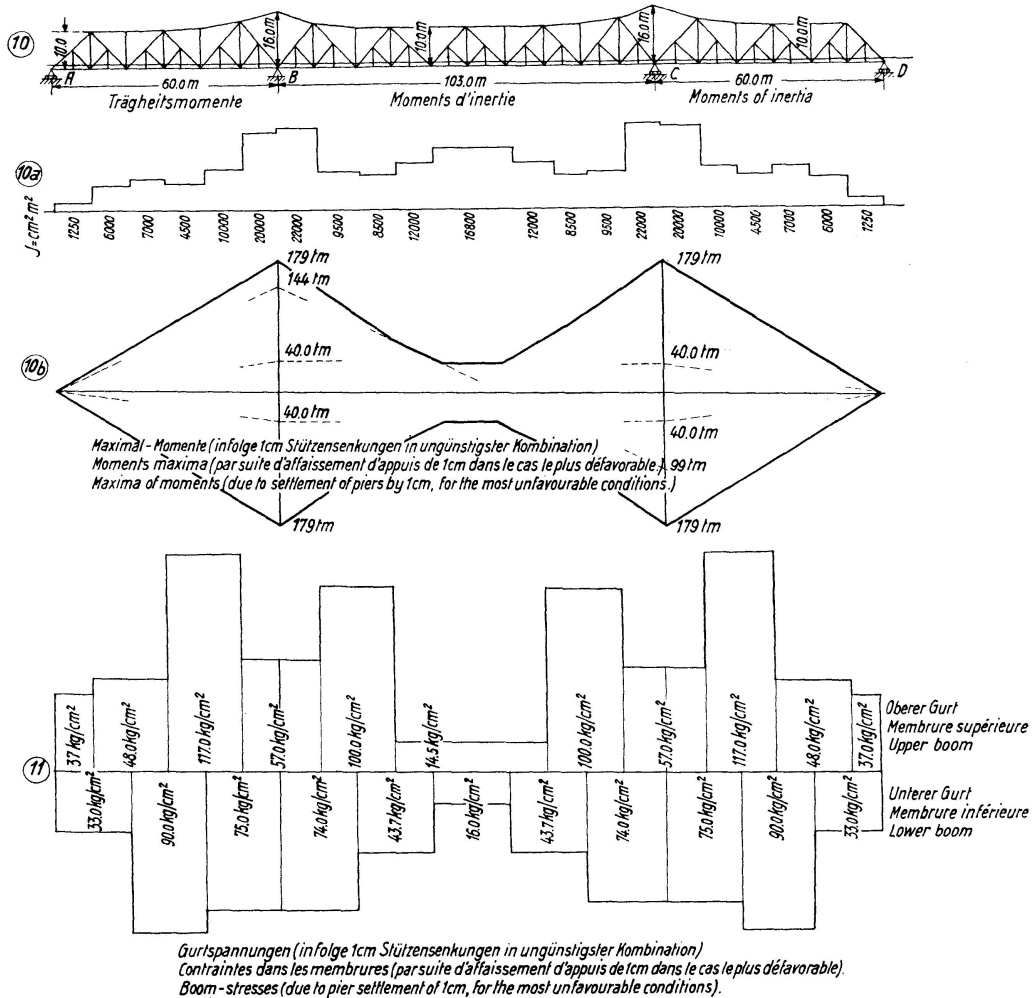


Fig. 10—11.

Die Beiwerte  $\delta_{11}$ ,  $\delta_{22}$ ,  $\delta_{12}$  können auf Grund der in Fig. 5 a und 5 e dargestellten Hauptsysteme ausgerechnet werden. So erhält man für

$$\delta_{11} = \delta_{22} = \frac{1}{EJ} \left[ \frac{l_1 + l_2}{3} + (n-1) a (\alpha^2 + \beta^2) \right] \quad \text{und für} \quad \delta_{12} = \frac{1}{EJ} \left[ \frac{l_2}{6} + (n-1) a 2 \alpha \beta \right]$$

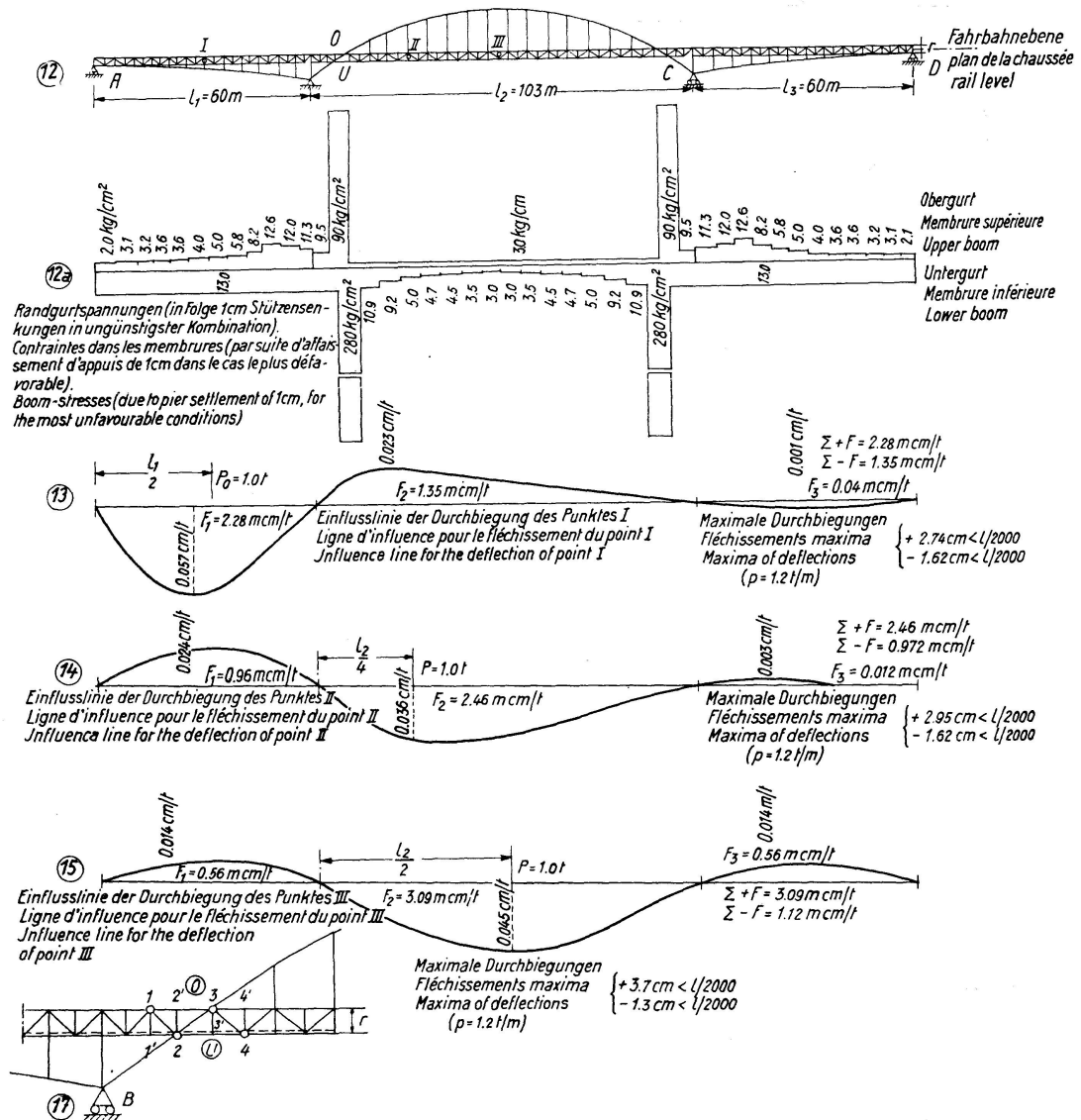
wo  $\alpha = \frac{l-x}{l}$  und  $\beta = \frac{x}{l}$  bedeuten und  $a_{01}$  und  $a_{02}$  die angenommenen Werte der Setzung einer End- bzw. einer Mittelstütze sind.

Es wurden in einem Zahlenbeispiel die infolge der Setzung einer End- bzw. Mittelstütze entstehenden Stützenmomente nach den obigen Formeln bestimmt und als Funktion der Lage der elastischen Gelenke aufgezeichnet (Fig. 6, 7 und 8).

Man erkennt, daß die Stützenmomente ihren kleinsten Wert annehmen, wenn die elastischen Gelenke oberhalb der Mittelstützen angeordnet sind, und den größten Wert dann erreichen, wenn sie in die Trägermitte gestellt werden.

Allein vom Standpunkte der Stützensenkung wäre es zweckmäßig, die elastischen Gelenke oberhalb der Stützen zu legen.

Für die richtige Lage der elastischen Gelenke muß aber auch die Wirtschaftlichkeit berücksichtigt werden, damit die infolge der Belastung entstehenden Stützenmomente mit ihren negativen Werten die positiven Momente der Öffnungsmitten günstig verringern.



Da die Anordnung der elastischen Gelenke in der Nähe der Auflagerpunkte — dies mit Rücksicht auf die Wirtschaftlichkeit — die Empfindlichkeit gegen Stützensenkungen noch nicht wesentlich vergrößert (Fig. 7 und 8), können auf diese Weise beide vorerwähnten Gesichtspunkte gleichzeitig berücksichtigt werden.

Wählt man eine Trägerform, die sich nach einer wirtschaftlich günstigen Maximalmomentenlinie richtet, so ergibt sich in der Nähe der Momentennullpunkte eine kleine Trägerhöhe. Dieser Umstand ermöglicht eine wesentliche Verminderung der Steifigkeit und ergibt bezüglich der Ausbildung der elastischen Gelenke wirtschaftliche Vorteile.

Um möglichst elastisch wirkende Gelenke ausbilden zu können, kann man eine weitere Steifigkeitsverminderung dadurch erreichen, daß man an dieser Stelle hochwertiges Material mit hoher Streckgrenze und Zugfestigkeit verwendet, z. B. Chromnickelstahl oder Nickel-Chrom-Molybdenstahl, bei welchem  $\sigma_{zul} = 5500 \text{ kg/cm}^2$  angenommen werden kann. In dieser Weise kann man viel kleinere Querschnitte und dadurch eine größere Biegsamkeit erreichen.

Bei einem Parallelträger kann man die Steifigkeitsverminderung zur Ausbildung solcher biegsamen Strecken nicht entsprechend durchführen, weil die Gurtquerschnitte wegen der verhältnismäßig großen Trägerhöhe aus konstruktiven Gründen nicht entsprechend verringert werden können. Zur Erreichung einer bedeutenden lokalen Steifigkeitsverminderung müssen gleichzeitig die Trägerhöhe und die Gurtquerschnitte verkleinert werden.

Der in Fig. 9 dargestellte dreifach statisch unbestimmte Träger z. B. entspricht den vorher erwähnten Folgerungen. Die elastisch wirkenden Gelenke

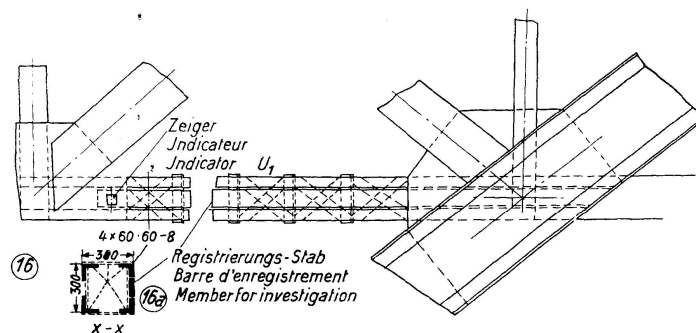


Fig. 16

sind in der Mittelöffnung in der Nähe der Auflagerpunkte leicht auszubilden und es können auch die Querkräfte einfach aufgenommen werden.

Es wurde dieser Träger (Träger I) mit dem in Fig. 10 dargestellten Träger (Träger II) verglichen. Beide wurden auf  $q = 3,0 \text{ t/m}$  ständige und  $p = 1,2 \text{ t/m}$  bewegliche Belastung angenähert als kontinuierliche Balkenträger mit veränderlichen Trägheitsmomenten berechnet, also mit Außerachtlassung der Deformationen der Diagonalen und Pfosten. Als Stoßzahl wurde  $\varphi = 1,3$  gewählt. Die der Berechnung zu Grunde gelegten Trägheitsmomente der Gurtquerschnitte sind in Fig. 9 a und Fig. 10 a eingetragen.

In Fig. 9 d und 10 b sind die Momente und in Fig. 11 und 12 a die entsprechenden Randspannungen (Gurtspannungen) beider Träger für den Fall einer Senkung der Stützen von 1 cm in ungünstigster Kombination aufgetragen. Man erkennt, daß die Spannungen für Träger I viel kleiner sind als für Träger II — ausgenommen die Stellen der elastischen Gelenke —, wo natürlich wesentlich höhere Spannungen entstehen.

Die im allgemeinen bedeutend kleineren Spannungen für Träger I können teils durch die niedrigere Trägerhöhe der Endöffnungen, hauptsächlich aber durch die günstige Wirkung der elastischen Gelenke begründet werden.

Die infolge der beweglichen Belastung entstehenden maximalen Durchbiegungen wurden mit Hilfe der in Fig. 13, 14 und 15 dargestellten Einflußlinien für die Öffnungsmitten und für den Öffnungsviertel der Mittelöffnung bestimmt. Die so berechneten maximalen Durchbiegungen sind überall kleiner als  $l/2000$ , so daß das Trägersystem auch vom Gesichtspunkte der dynamischen Wirkungen günstig ist.



In Fig. 9 b und 9 c sind die Einflußlinien der Gurtstäbe „O“ und „U“ des Trägers I aufgezeichnet. Auf Grund derselben wurden infolge der ständigen und zufälligen Belastung die Gurtkräfte zu  $S_0 = 229$  t und  $S_u = 70,0$  t erhalten, und mit Einrechnung der Wirkung von 2 cm Stützensenkung in ungünstigster Kombination die maximalen Gurtkräfte  $S_0 = 238,5$  t und  $S_u = 78,8$  t festgesetzt.

Angenommen, daß die beiden Gurtstäbe aus hochwertigem Trägermaterial, z. B. aus Chromnickelstahl mit hoher Streckgrenze hergestellt werden, so wäre die notwendige Querschnittsfläche für den Stab  $U$  bei  $\sigma_{zul} = 5500$  kg nur  $F = 15$  cm<sup>2</sup>.

Mit Rücksicht auf die durch die Nebenspannungen verursachte stärkere Inanspruchnahme des Stabmaterials ist es zur Vermeidung der Ermüdung des Materials zweckmäßig, die Spannungen niedriger zu halten und etwas größere Querschnittsflächen zu wählen.

Bei Anwendung des in Fig. 16 a dargestellten Stabquerschnittes mit  $F = 35,7$  cm<sup>2</sup> kann der Stab auch gegen Druck gut ausgenützt werden, da  $\lambda \sim 30$  ist.

Wenn die Längenänderungen der Gurtstäbe  $O$  und  $U$  für irgendeinen Belastungszustand mit  $\Delta s_1$  resp.  $\Delta s_2$  bezeichnet werden, so ist die Größe der im elastischen Gelenk entstehenden Winkeländerung angenähert

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta s_1 + \Delta s_2}{r}$$

Die infolge dieser Winkeländerung verursachten Nebenspannungen in der Diagonalen  $D$  können dadurch verringert werden, daß man auch diesen Stab aus hochwertigem Material herstellt und schlank ausbildet, oder daß man die Knotenpunkte 1,3 und 2,4 mit Bolzengelenkverbindungen ausbildet (Fig. 17).

Mit Rücksicht auf die Längenänderungen der Gelenkstäbe ist es zur Erreichung von möglichst kleinen Querschnitten zweckmäßig, auch die Diagonalstäbe des Windverbandes unter dem elastischen Gelenk aus hochwertigem Material herzustellen.

Da die Spannungen infolge der ungleichmäßigen Stützensenkungen für das Trägersystem I verhältnismäßig klein sind, so könnte man hier bei Verwendung der im folgenden beschriebenen Registrierungs- und Hebevorrichtung auch größere Stützensenkungen als die oben angenommenen 2 cm zulassen.

In einem solchen Falle, wenn auf Grund einer erdbaumechanischen Untersuchung Stützensenkungen zu erwarten sind, ist die ständige Registrierung und die Eliminierungsmöglichkeit der Stützensenkungen des kontinuierlichen Balkenträgers notwendig.

Die Registrierung der Stützensenkungen kann durch eine in Fig. 18 dargestellte Visiervorrichtung, die Eliminierung derselben mit dem in Fig. 19 dargestellten Hebeapparat durchgeführt werden. Solche Vorrichtungen wurden bei der von Prof. Dr. Ing. J. KOSSALKA, Budapest, entworfenen und im Jahre 1928 erbauten kontinuierlichen Balkenbrücke (System II) über die Donau bei Dunaföldvár mit Spannweiten von 109 m + 144 m + 144 m + 109 m verwendet. Stützensenkungen sind im vorliegenden Falle nicht ausgeschlossen, weil der Untergrund aus Ton besteht. Zur Festsetzung solcher Stützensenkungen wurde bei jedem Auflager ein Diopter mit 2 cm Schlitzhöhe montiert (Fig. 18). Diese Schlitze liegen bei richtiger Lage der Stützen

in einer Geraden, so daß in diesem Falle die Lichtquellen *A* und *B* gegenseitig sichtbar sind. Wenn für irgendeine Stütze eine Senkung von mehr als 2 cm entsteht, so werden die Lampen *A* und *D* unsichtbar. Nur in diesem Falle müssen die Größen der Stützensenkungen durch Nivellieren bestimmt und durch die im folgenden beschriebene Hebevorrichtung eliminiert werden.

Zwecks möglicher Ausschaltung der Wirkung der Refraktion, welche oberhalb eines Wasserspiegels beim Visieren über mehrere größere Öffnungen falsche Beobachtung verursachen kann, ist es vorteilhaft, das Visieren mit rotem Lampenlicht oder durch Registrierung des weißen Lichtstrahls mit infrarot-empfindlichen photographischen Platten durchzuführen<sup>2)</sup>.

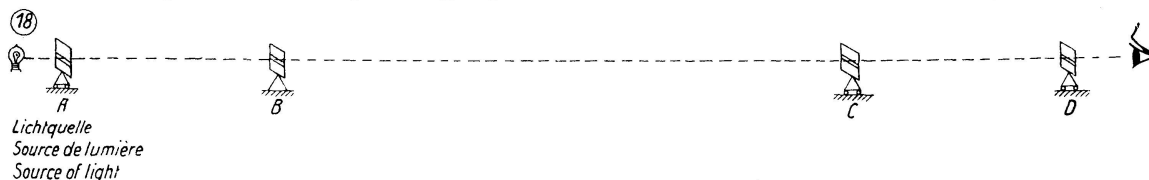


Fig. 18.

Falls bei dem Trägersystem größere Stützensenkungen zugelassen werden, so könnte man die Stützensenkungen auch durch die Längenänderungen der Gelenkstäbe registrieren. Wenn wir annehmen, daß die zulässige Stützensenkung 5 cm beträgt, so wäre die theoretische Längenänderung des Gelenkstabes *U* im Falle einer Setzung einer Mittelstütze um 5 cm:

$$\Delta s = \frac{40 \text{ t} \cdot 580 \text{ cm}}{2100 \text{ t/cm}^2 \cdot 35,7 \text{ cm}^2} = 0,31 \text{ cm}$$

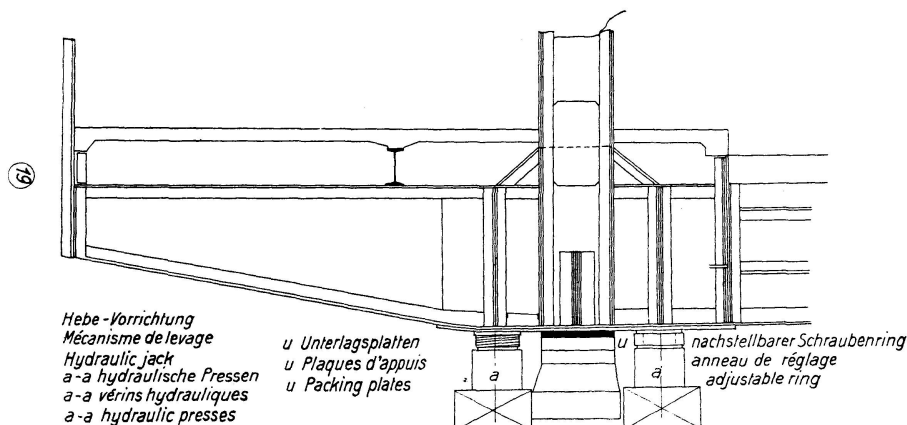


Fig. 19.

Die tatsächliche Längenänderung ist aber infolge der Nebenspannungen und infolge der Wirkung des durchgehenden Windverbandes eine kleinere. Die Registrierung der Längenänderung kann mittels eines dünnen, dem Stab *U* parallel liegenden Meß-Stabes erfolgen. Da im Falle einer ungleichmäßigen Erwärmung der Wärmeausgleich binnen kurzer Zeit eintritt, kann die Setzung bei unbelasteter Brücke eindeutig bestimmt werden.

Zur Elimination der nach obigen festgestellten und durch Nivellieren genau eingemessenen Stützensenkung kann die in Fig. 19 dargestellte Hebevorrichtung verwendet werden.

Diese besteht aus hydraulischen Pressen, welche im Falle einer Stützensenkung unmittelbar unter dem entsprechend ausgebildeten Querträger an-

<sup>2)</sup> Dr. Ing. VIKTOR HAVIÁR: Kontinuierliche Balkenträger mit verhältnismäßig kleinen Endöffnungen. Bauingenieur, 1935. Heft 17/18.

gebracht werden können. Nach der Hebung der Stütze kann die erwünschte Höhenlage durch Zugabe von Eisenplatten erreicht werden. Man braucht nur eine Garnitur von hydraulischen Pressen entsprechend der größten Stützreaktion.

Infolge der kleineren Empfindlichkeit des Trägersystems I gegen die ungleichmäßige Stützensenkung und gegen Erwärmung sind solche Systeme auch zur kontinuierlichen Überbrückung von mehreren Öffnungen geeignet.

Die Längenänderungen der Gelenkstäbe machen sich bei der Fahrbahnkonstruktion kaum bemerkbar, wenn die Längsträger in den theoretischen Drehpunkt der elastischen Gelenke (ungefähr in die Höhe  $r/2$ ) gestellt werden. Die Winkeländerungen sind nämlich beim elastischen Gelenk geringer als bei Gelenken von Gerberträgern, weil sie durch die hemmende Wirkung der Gelenkstäbe vermindert werden und weil sich ihre Wirkung auf eine größere Länge (auf die Stellen der Querträger 1, 2, 3, 4 Fig. 17) verteilt, so daß hier die Unterbrechung der Fahrbahn und der Einbau von Dilatationsvorrichtungen nicht notwendig ist.

Man erkennt, daß die kontinuierlichen Balkenträger mit elastischen Gelenken dank der geringeren Empfindlichkeit gegen ungleichmäßige Stützensenkungen und gegen Temperaturänderungen Vorteile aufweisen gegenüber den gewöhnlichen kontinuierlichen Trägern, ohne aber die Nachteile der Gerberträger zu besitzen.

### Zusammenfassung.

Der Aufsatz behandelt jene Bedingungen, welche geeignet sind, die Empfindlichkeit kontinuierlicher Balkenträger gegen die Wirkung der ungleichmäßigen Stützensenkung und Erwärmung zu verringern. Es werden die vorteilhaften Eigenschaften von speziellen Systemen der kontinuierlichen eisernen Balkenträger behandelt, welche elastischen Gelenken ähnlich wirkende, biegsame Teile haben, und es wird nachgewiesen, daß solche Systeme bei Verwendung entsprechender Einrichtungen die gewöhnlichen Auslegerträger gut vertreten können, ohne ihre Nachteile zu besitzen.

### Résumé.

Dans cet article l'auteur définit les conditions propres à réduire la sensibilité des poutres continues aux effets d'affaissements et d'échauffements irréguliers des appuis. L'auteur expose les avantages de certains types spéciaux de poutres métalliques sur plusieurs appuis, possédant certaines parties flexibles agissant comme des articulations élastiques. Il démontre que de tels systèmes, pour autant que l'on fasse appel à certaines dispositions adéquates, sont tout aussi avantageux que les systèmes cantilever, sans cependant en présenter les inconvénients.

### Summary.

The paper refers to the measures which may be adopted to diminish the sensitivity of continuous girder bridges under uneven sinking of the supports and under thermal effects. The advantages offered by special systems of steel girders comprising flexible portions which operate similarly to elastic hinges are discussed, and it is shown that with the use of suitable devices such systems may well be substituted for the ordinary type of cantilever girders while avoiding the disadvantages of the latter.