Zeitschrift: IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen

Band: 13 (1973)

Artikel: Valeurs et représentation de la capacité d'amortissement

Autor: Mazilu, P. / Sandi, H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-13752

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 02.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

II

Valeurs et représentation de la capacité d'amortissement

Werte und Darstellung der Dämpfungsfähigkeit

Values and Representation of Damping Capacity

P. MAZILU
Professeur de résistance des matériaux
Institut des Constructions
Bucarest, Roumanie

H. SANDI
Chef du laboratoire de mécanique des structures
Institut de Recherches du Bâtiment (INCERC)
Bucarest, Roumanie

1. Quelques déterminations de la capacité d'amortissement des vibrations

Il est un fait bien connu, issu des résultats obtenus à la suite de nombreuses recherches, que la capacité d'amortissement des vibrations est fortement variable d'un cas à l'autre. Le type de structure et les liaisons avec les corps environnants, aussi bien que l'état de sollicitation, ont une influence sensible, même spectaculaire, sur la capacité des structures d'absorber de l'energie de vibration. Quoique la litterature de spécialité présente une grande quantité de données à ce sujet, on juge comme utile de résumer dans le tableau 1 quelques résultats obtenus pendant les dernières années par les chercheurs roumains, à la suite de l'utilisation de différents techniques expérimentales.

Tableau 1

No	Type de structure	Technique d'essai	Méthode d'analyse	Valeurs de "n"	Référence	Commentaire
1.	Barrages-voûte, encastrés dans des massifs rocheux	Explosions souterraines de faible intensité	Mesurement du décrément logarithmique	o,oo4 à o,oo8	[7]	Valeurs spécifiques pour le comportement linéaire
2.	Bâtiments résidentiels ou administratifs à 8 ...25 étages	Agitation microsismique permanente	Examination qualitative des vibrogrammes	Pas de valeurs précises	[8]	Discution à la suite du tableau
3.	Structures industrielles soumises à l'action des ponts-roulants	Fonctionnement des ponts-roulants	Analyse du décrément logarithmique	o,o15 à o,o25 (métal) o,o2 à o,o4 (béton armé)	INCERC, Bugheanu	Des différences sensibles entre les structures et même entre les modes de vibration

4.	Structure en béton armé à cadres, avec antenne en acier	Agitation microsismique	Examination qualitative des vibrogrammes	Pas de valeurs précises	INCERC, Şerbănescu, Zorapapel	Discution à la suite du tableau
5.	Eléments préfabriqués cylindriques en béton précontraint, pour les toitures	Chocs de faible intensité	Mesurement du décrément logarithmique	o,oo3	[1]	Superposition des mouvements de flexion et de torsion
6.	Fragments de grands panneaux à joints par boucles bétonnées	Chocs de forte intensité	Mesurement du décrément logarithmique	o,o4 à o,o6 av. fissuration o,o7 à o,11 avec fissures partielles o,11 à o,18 après fissuration complète	ICB, Mazilu	Influence décisive du développement des fissures dans les joints
7.	Modèles de structures en grands panneaux, à différents systèmes de joints, à l'échelle 1: 4	Générateurs de vibrations. Essais jusqu'à la rupture	Analyse de la courbe de resonance	o,o3 à o,o9, avec forte influence du système de joints et de l'état de sollicitation	[9], INCERC, Şerbănescu, Zorapapel	Tendance de stabilisation des valeurs pour les hauts niveaux de sollicitation
8.	Modèles de diaphragmes en béton armè, à l'échelle 1:4	Flexion dynamique, à l'aide des générateurs de vibrations	Analyse de la courbe de resonance	o,o4 à o,14	[3]	Tendance de stabilisation à des valeurs de L'ordre o,o4 à o,o7

L'utilisation de l'agitation microsismique comme agent perturbateur ne permet pas d'obtenir des conclusions fermes sur la capacité d'amortissement lorsque l'on ne dispose pas de la possibilité d'effectuer une analyse automatique, correlative ou spectrale, des enregistrements obtenus. Néanmoins, l'observation visuelle des vibrogrammes est hautement instructive. Elle permet de comparer les sélectivités des différentes structures et même de remarquer une différence qualitative du comportement des différentes parties des structures. Par exemple, les essais mentionnés au No. 2 du tableau ont permis de mettre en évidence de hautes sélectivités de quelques structures (dues surtout à des conditions particulières de fondation). Tout de même, l'essai mentionné au No. 4 du tableau a permis d'observer un comportement tout spécial: oscillation de l'infrastructure en béton armé avec une fréquence prédominante de l'ordre de 1 Hz., tandis que la tour en acier oscillait presque sinsoïdalement, aveo une fréquence de 3,2 Hz. (les problèmes analysés au paragraphe 4 de la discution sont d'intérêt direct pour ce dernier cas).

2. Localisation de la capacité d'amortissement

La capacité d'amortissement peut être analysée dans le stade de comportement linéaire des matériaux à l'aide des relations établies pour une vibration sinusoïdale. Si les différents paramètres des vibrations peuvent être exprimés sous la forme

$$f(t) = \mathrm{Re}\,[\,\hat{f}(i\omega)\, e^{i\omega t}] \tag{1}$$

il existe, pour chaque fréquence circulaire ω, une relation entre les amplitudes complexes des tensions et des déformations, de la sorte

$$\hat{s}(i\omega) = \hat{B}(i\omega)\;\hat{e}(i\omega) \tag{2}$$

Si l'on peut établir une relation analytique (2), valable pour un ensemble de valeurs ω ayant au moins un point d'accumulation à distance finie, cette relation peut être prolongée analytiquement dans le plan complexe

$$p = \chi + i\omega \tag{3}$$

et peut être considerée comme l'image Laplace-Carson d'une loi rhéologique entre les tensions s(t) et les déformations e(t) (la transformation intégrale bilatérale Laplace-Carson entre l'original f(t) et son image $\hat{f}(p)$ a la forme [1o]

$$\begin{aligned} \hat{f}(p) &= p \int_{-\infty}^{\infty} e^{-pt}\, f(t)\, dt \qquad (\text{ Re } p \in \text{domaine de convergence}) \\ f(t) &= \frac{1}{2\pi i}\int_{\chi-i\infty}^{\chi+i\infty} \frac{e^{pt}}{p}\, \hat{f}(p)\, dp \qquad (\text{ Re } p = \text{const.}) \end{aligned} \tag{4}$$

où il faut prêter l'attention nécessaire à la valeur Re p, qui détermine le domaine de convergence de la transformation).

En particulier, le modèle rhéologique Kelvin-Voigt correspond à un coefficient

$$\hat{B}(i\omega) = E + i\omega\eta \tag{5}$$

(E: module d'élasticité, η: module de viscosité) ou, bien, pour l'original,

$$B(t) = E\,H(t) + \eta\,\frac{d}{dt} \qquad (\text{ H(t): fonction de Heaviside}) \tag{6}$$

La quantité Re $[\hat{B}(p)]$ doit être strictement positive pour toute l'axe imaginaire $p = i\omega$ (corps solide), tandis que la quantité Im $[\hat{B}(i\omega)]$ doit être non-négative pour toute l'axe, lorsqu'il n'existe pas de source d'énergie interne. De plus, Re $[\hat{B}(p)]$ = Re $[\hat{B}(\bar{p})]$ et Im $[\hat{B}(p)]$ = - Im $[\hat{B}(\bar{p})]$ ($\bar{p}$: conjugué complexe de p) lorsque la loi rhéologique pour l'original ne contient pas de termes complexes. Les zéros de la fonction $\hat{B}(p)$ sont des points du spectre de fluage du matériau (variation d'e(t) pour s(t) constant), tandis que les poles de cette fonction sont des points du spectre de relaxation du matériau (variation de s(t) pour e(t) constant). Pour un modèle Kelvin la condition $\hat{B}(p)$ = o conduit à la valeur

$$p_{fl.} = -\frac{E}{\eta} \tag{7}$$

et donc, à des phénomènes de fluage du type

$$e(t) = e_o e^{p_{fl.} t} = e_o\, e^{-\frac{Et}{\eta}} = e_o\, e^{-\frac{t}{T_{ret}}} \qquad (T_{ret} = \frac{1}{p_{fl.}}) \tag{8}$$

Si, pour un processus de déformation caractérisé par une relation (2), l'on compare l'énergie spécifique de déformation maximum par cycle, E_1, et l'énergie dissipée par cycle, E_2,

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{2}\,|\hat{s}(i\omega)|\cdot|\hat{e}(i\omega)|\,\cos\arg\hat{B}(i\omega) \\ E_2 &= \pi\,|\hat{s}(i\omega)|\cdot|\hat{e}(i\omega)|\,\sin\arg\hat{B}(i\omega) \end{aligned} \tag{9}$$

le rapport ψ, donné par la relation

$$\psi = \frac{E_2}{E_1} = 2\pi \frac{\text{Im } [\hat{B}(i\omega)]}{\text{Re } [\hat{B}(i\omega)]} \tag{10}$$

est une mesure de la capacité d'amortissement qui permet une analyse approfondie du mécanisme d'absorbtion de l'énergie. Les différences de phase entre les tensions et les déformations, déterminées par le rapport Im $[\hat{B}(i\omega)]$ / Re $[\hat{B}(i\omega)]$ permettent d'analyser la localisation des pertes d'énergie, donc de la capacité d'amortissement.

Le problème de définir un coefficient ψ pour un corps non-homogène est délicat, puisque l'on peut sommer d'une manière naturelle les quantités E_2, mais pas les quantités E_1, lorsqu'il s'agit de différences de phase entre les différentes parties d'un corps.

3. Modèles rhéologiques linéaires élémentaires

Le modèle rhéologique linéaire le plus simple de matériau solide non-élastique est le modèle Kelvin, donné par la relation (6) ou par sa transformée Laplace-Carson,

$$\hat{B}(p) = E + \eta p \tag{11}$$

Ce modèle a un point du spectre de fluage, donné par la relation (9). Le modèle, largement utilisé dans la dynamique des structures, présente l'inconvénient majeur de conduire à une capacité d'amortissement proportionnelle à la fréquence circulaire:

$$\frac{\psi}{2\pi} = \frac{\text{Im } [\hat{B}(i\omega)]}{\text{Re } [\hat{B}(i\omega)]} = \frac{\eta\omega}{E} \tag{12}$$

qui est en contradiction directe avec l'expérience.

Le modèle de complexité suivante est celui de Poynting,

$$\hat{B}(p) = E_o + \frac{p\eta_1}{1 + \frac{p\eta_1}{E_1}} \qquad \left(\begin{array}{l} E_o = E_{\text{statique}}, \\ E_1 = E_{\text{dynamique}} - E_o \end{array}\right) \tag{13}$$

qui a un point du spectre de fluage, $p_{fl.}$, et un point du spectre de relaxation, $p_{rel.}$, donnés par les relations

$$p_{fl.} = -\frac{E_o}{(1 + \frac{E_o}{E_1})\eta_1} \qquad (T_{ret} = 1/p_{fl.})$$

$$p_{rel.} = -\frac{E_1}{\eta_1} \qquad (T_{rel} = 1/p_{rel.}) \tag{14}$$

Ce modèle, plus perfectionné que le précédent, a toutefois l'inconvénient de conduire à une capacité d'amortissement qui disparait pour de très hautes fréquences.

Le modèle de Poynting peut être encore corrigé par le modèle de Maxwell généralisé,

$$\hat{B}(p) = E_o + \sum_{i}^{1,n} \frac{p\eta_i}{1 + \frac{p\eta_i}{E_i}} \tag{15}$$

qui présente plusieurs points pour les spectres de fluage et de relaxation. Ce modèle permet une approximation des propriétés d'amortissement observées expérimentalement pour une bande de fréquences convenablement large.

Le modèle de l'amortissement constant,

$$\hat{B}(p) = E\,(1 + i\gamma) \tag{16}$$

est souvent en bonne correspondance avec l'expérience, mais présente les inconvénients de ne pas permettre d'obtenir un original réel ou des phénomènes de fluage et, aussi, de présenter une capacité d'amortissement qui ne disparait pas pour de très basses fréquences.

En conclusion il semble que, pour une analyse théorique, concernant aussi l'analyse des mouvements vibratoires linéaires des structures, il est convenable de chercher une approximation des propriétés observées par une loi du type (15), dont les coefficients seront déterminés en partant des phénomènes de mouvement sinusoïdal.

4. Formulation des problèmes de la dynamique des structures

Une structure réduite à un système à n degrés de liberté, dont les déplacements sont représentés par un vecteur n-dimensionnel $U(t)$, soumise à un système de forces sinusoïdales, dont les amplitudes complexes constituent le vecteur $\hat{F}(i\omega)$, va effectuer des vibrations linéaires satisfaisant une équation matricielle de la forme

$$[\,-\omega^2 M + \hat{K}(i\omega)\,]\cdot\hat{U}(i\omega) = \hat{F}(i\omega) \tag{17}$$

où $\hat{U}(p)$ est l'image du vecteur $U(t)$, M représente la matrice d'inertie, lorsque $\hat{K}(i\omega)$ représente la matrice de rigidité. En cas de l'existance de liaisons internes exclusivement visco-élastiques du type Kelvin, la matrice $\hat{K}(i\omega)$ aura la forme

$$\hat{K}(i\omega) = K_o + i\omega C_o \tag{18}$$

(K_o: matrice de rigidité élastique; C_o: matrice de rigidité visqueuse).

La matrice $\hat{K}(i\omega)$ est (en cas de l'hypothèse (18), aussi que dans celui d'hypothèses plus générales) symmétrique mais complexe, donc non plus auto-adjointe. Les valeurs propres deviendront en ce cas complexes, tel que les vecteurs propres. En cas des valeurs propres multiples, il n'est plus possible, en général, de déterminer une base complète de vecteurs propres, mais il faut faire appel aux vecteurs principaux pour arriver à une base n-dimensionnelle convenable. Une voie utilisée dans la litterature [2],[5] consiste à formuler un problème de valeurs propres 2n-dimensionnel. Cette voie, qui est utilisable seulement en partant de l'hypothèse (18), conduit à des valeurs propres qui correspondent aux vibrations propres (attenuées) du système considéré.

Dans le cas d'une matrice $\hat{K}(p)$ plus générale, il est convenable d'adopter un point de vue différent [6]. On associe à l'équation (17) le problème de valeurs propres n-dimensionnel, fonction du paramètre p,

$$[\,-\lambda(p)\,M + \hat{K}(p)\,]\cdot\hat{U}(p) = o \tag{19}$$

Les solutions $\lambda_r(p)$ et $\hat{U}_r(p)$ $(r = 1\ldots n)$ permettent d'établir l'expression de la matrice de transfert, $\hat{H}(p)$, pour chaque valeur p,

$$\hat{H}(p) = \sum_{r}^{1,n} \frac{\hat{U}_r(p)\cdot\hat{U}_r^T(p)}{[\lambda_r(p) + p^2]\cdot M_r} \qquad (M_r = \hat{U}_r^T(p)\cdot M\cdot\hat{U}_r(p)) \tag{20}$$

(cette expression doit être généralisée pour des points p' avec des valeurs propres multiples). Lorsque l'on veut déterminer les vibrations propres attenuées, il faut chercher les poles de $\hat{H}(p)$, donnés par la relation $\lambda_r(p) + p^2 = o$.

Bibliographie

1. Şt. Bălan, M. Arcan (sous direction de) — Essai des Constructions. Eyrolles, 1972
2. T. K. Caughey, M. E. J. O'Kelly — General theory of vibrations of damped linear dynamic systems. C.I.T. Report, 1963.
3. D. Dumitrescu, I. Brînzan, H. Sandi, G. Şerbănescu — Modèles de diaphragmes en béton armé, soumis à de fortes sollicitations dynamiques. Colloque RILEM, Mexico City, 1966.
4. F. Eirich (edited by) — Rheology, theory and applications. Academic Press, N.Y., 1956
5. M. E. J. O'Kelly — Vibration of viscously damped linear dynamic systems. C.I.T. Report, 1964.
6. H. Sandi — Eigenwertaufgaben und Übertragungsmatrizen für nichtkonservative mechanische Systeme. ZAMM, 5, 197o.
7. H. Sandi, D. Dragomir, I. Toma — Experimental studies on the normal vibration modes of arch dams. Colloque RILEM, Bucarest, 1969.
8. H. Sandi, G. Şerbănescu — Experimental results on the dynamic deformation of multi-story buildings. Proc. 4wcee, Santiago, 1969.
9. G. Şerbănescu, H. Sandi, T. Zorapapel — Dynamic model tests of a large-panel structure. Colloque RILEM, Bucarest, 1969.
1o. B. Van der Pol, H. Bremmer — Operational calculus based on the two-sided Laplace transform. (transl. into Russian), Moscow, 1952.

RESUME

La contribution présente d'abord quelques résultats sur la capacité d'amortissement obtenus sur des structures grandeur nature ou sur des modèles à grande échelle. On s'occupe ensuite de la localisation de la capacité d'amortissement et on discute l'utilisation des modèles rhéologiques élémentaires linéaires. Finalement on s'occupe de la formulation des équations de mouvement et des problèmes de la dynamique des structures.

ZUSAMMENFASSUNG

Es werden einige quantitative Ergebnisse über die Dämpfungsfähigkeit von Naturmassstabbauwerken und Grossmassstabmodellen angegeben. Die Arbeit befasst sich dann mit der Lokalisation der Dämpfungsfähigkeit und erörtert die Anwendung linearer elementarer rheologischer Modelle. Schliesslich werden die Formulierung der Bewegungsgleichungen und die Aufgaben der Baudynamik betrachtet.

SUMMARY

Some quantitative results on the damping capacity obtained on fullscale structures and on large-scale models are first presented. Localisation of damping capacity is then dealt with. The use of linear elementary rheological models is discussed. Finally the formulation of equations of motion and of problems of dynamics is dealt with.