Zeitschrift: Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Herausgeber: Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Band: 17 (1880-1881)
Heft: 86

Artikel: Théorie élémentaire des machines magnéto- et dynamo-électriques
Autor: Chavannes, Roger
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-259368

THÉORIE ÉLÉMENTAIRE
DES
MACHINES MAGNÉTO- ET DYNAMO-ÉLECTRIQUES

PAR
Roger CHAVANNES

Pl. XXXII et XXXIII.

Les lois de ces machines dérivent des lois fondamentales d'Ampère et de Faraday.

Lois d'Ampère.

Deux courants de même sens s'attirent.
Deux courants de sens contraire se repoussent.

Lois de Faraday.

Deux circuits étant en présence, dont l'un d'entre eux est parcouru par un courant :

1° Quand on les rapproche, il tend à se produire dans les deux fils un courant de sens contraire au courant donné;

2° Quand on les éloigne, les courants sont de même sens que le courant donné.

Le courant induit, qui prend naissance dans le fil parcouru déjà par le courant inducteur, a reçu le nom d'extra-courant. Nous éliminerons complètement son influence dans cette étude.

Les courants induits durent autant que le mouvement qui les fait naître. L'interruption du courant joue le même rôle que l'éloignement jusqu'à l'infini pendant un temps très petit, et la fermeture le même rôle que le rapprochement de l'infini à une distance finie pendant un temps un peu moins petit.

La *loi de Lenz* résume les lois d'Ampère et de Faraday et les coordonne avec le fait de la conservation de l'énergie.

Lorsqu'un courant est induit par le mouvement relatif d'un conducteur et d'un courant ou d'un aimant, l'action inductrice tend à développer dans chaque élément un courant dirigé de telle façon que sa réaction électro-dynamique sur le courant ou sur l'aimant inducteur tend à produire un mouvement contraire au mouvement réel.

Nous concluons de la loi de Lenz que pour approcher deux conducteurs, quand leur approche développe des courants induits, il faut une certaine force. Le produit de cette force par le chemin parcouru par les fils est le travail fourni par cette force, et de la *loi de la conservation de l'énergie* on déduit que :

Les courants induits fournis par un certain travail mécanique s'exerçant sur des fils sans poids représentent exactement ce travail.

Soit T le travail, i l'intensité supposée constante des courants induits [1], R la résistance des circuits qu'ils traversent, t le temps; on a donc

$$T = i^2Rt. \tag{1}$$

Le travail est lié à la quantité de chaleur par la relation

$$T = KC$$

où C est la quantité de chaleur et K un coefficient ou équi-

[1] Quand le courant induit n'est pas constant, s'il s'exerce pendant un intervalle de temps t, la quantité d'électricité développée par lui pendant ce temps est $\int_0^t idt$ et le travail est $\int_0^t i^2dt$. Il faut donc pour le calcul de ces quantités, connaître la fonction qui exprime la relation entre l'intensité et le temps.

valent mécanique dont la valeur dépend des unités prises pour T et pour *l*. On peut donc écrire

$$C = \frac{i^2 R t}{K} = A i^2 R t, \qquad (2)$$

ce qui est la *loi de Joule.*

Pour que l'équation (1) soit exacte, il faut que les quantités i, R et T soient exprimées en unités de l'Association Britannique ou unités absolues. Quand les unités sont différentes, on introduit des coefficients convenables.

L'équation $T = i^2 R$ peut encore, grâce à la *loi de Ohm,*

$$I = \frac{e}{R}$$

s'écrire

$$T = \frac{e^2}{R} t = e i t = i^2 R t.$$

Si e est exprimé en volts, i en webers ou $\frac{\text{volts}}{\text{ohms}}$, le travail en kilogrammètres est

$$T = \frac{10^2}{g} \frac{(\text{volts})^2}{\text{ohms}} t = \frac{10^2}{g} \frac{e^2}{R} t,$$

ou encore, en faisant $g = 980.94$, sa valeur à Paris

$$T = 0.101943\ (\text{webers})^2\ \text{ohms}\ t = 0.1019\ i^2 R t.$$

La plupart du temps on prend t par seconde, on indique le nombre de webers par seconde, et l'on a

$$T = 0.1019\ i^2 R.$$

Le tableau suivant permettra de passer facilement d'un système de notation à l'autre. C'est une table à double entrée qui donne le nombre de kilogrammètres correspondant à un nombre de volts et de ohms donné.

Pour ces tableaux, on a pris $\frac{1}{g} = 0.101943034$

ou en général 0.1019

$$\log \frac{1}{g} = \bar{1}.0083575.$$

Quoique peu étendus, ces tableaux peuvent rendre quelque service en donnant du moins une première approximation.

Rendements.

1° *Rendement des moteurs électriques.*

Soit un générateur qui fournit un courant I et dont la force électro-motrice est E. Son travail est donc

$$\mathrm{EI}t = \mathrm{I}^2\mathrm{R}t \qquad \text{ou} \qquad \mathrm{EI} = \mathrm{I}^2\mathrm{R}. \tag{3}$$

Intercalons un moteur dans le circuit, mais sans en changer la résistance R. Le travail absorbé par le moteur étant T, il faudra forcément que l'on ait

$$\mathrm{EI} = \mathrm{I}^2\mathrm{R} + \mathrm{T} \tag{4}$$

puisque le travail T ne peut provenir que du générateur. De cette équation on tire

$$\mathrm{IR} = \mathrm{E} - \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{I}}. \tag{5}$$

Mais on peut écrire

$$e = \frac{e^2}{e}\,\frac{\varrho}{\varrho} = \frac{\mathrm{I}^2\varrho}{\mathrm{I}} = \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{I}} \tag{6}$$

en appelant e une force électro-motrice et ϱ une résistance.

On aura donc, en remplaçant $\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{I}}$ dans l'équation (5),

$$\mathrm{IR} = \mathrm{E} - e.$$

La force électro-motrice totale diminue donc et devient égale à la différence de deux formes électro-motrices, l'une provenant du générateur, et l'autre, de signe contraire, provenant du moteur.

Nous verrons plus loin que ϱ est la résistance représentative du moteur.

Le *rendement* est le rapport d'une quantité de travail à une autre qui la fournit; ici ce sera le quotient du travail absorbé par le moteur au travail dépensé par le générateur, ou

$$D = \frac{T}{EI} = \frac{e}{E} \tag{7}$$

d'après l'équation (6) $e = \frac{T}{I}$.

Le travail EI dépensé par la pile est variable; il diminue quand le travail absorbé par le moteur augmente.

La démonstration de cette forme du rendement a été donnée par MM. Cabanellas, Verdet, Mascart et Depretz.

En disposant autrement les calculs, on arrive à une autre forme de rendement.

Le travail que peut fournir le générateur est

$$T = I^2 R = \frac{E^2}{R} \tag{8}$$

Celui qui absorbe le moteur est

$$I'^2 \varrho = I'^2 \frac{Re}{E - e} = \frac{(E - e)\, e}{R} = I' e \tag{9}$$

comme nous le verrons plus loin, à l'équation (30).

Le rendement étant le rapport de ces deux travaux, on a

$$D = \frac{(E - e)\, e}{E^2} = \frac{e}{E} - \frac{e^2}{E^2} \tag{10}$$

résultat qui paraît en contradiction avec la formule (7). En réalité il n'en est rien, car dans l'expression (7) le travail moteur est supposé *variable*, tandis qu'il est *constant* dans les équations (8) et (10). On en tire cette conséquence que le rendement par rapport au travail dépensé est $\frac{1}{2}$ quand il est $\frac{1}{4}$ par rapport au travail total qui est fourni quand le moteur est au repos. En d'autres termes, quand le moteur réduit le courant de la pile à la moitié, le rendement est $\frac{1}{2}$; mais le travail recueilli est le quart du travail fournissable. Nous verrons que dans ces conditions le travail est maximum. Le rendement, suivant la formule (10), est maximum pour $e = \frac{E}{2}$, ce qui correspond à $D = \frac{1}{4}$.

Nous appellerons *résistance représentative* d'un moteur en mouvement une quantité telle que son produit par le carré de l'intensité du courant soit égal au travail absorbé par le moteur. Nous le nommerons ϱ et l'on écrira par définition

$$T = \varrho I'^2 \tag{11}$$

Quand le moteur est au repos, l'intensité du courant est

$$I = \frac{E}{R}$$

Quand le moteur est en marche, il devient

$$I = \frac{E}{R + \varrho}. \tag{12}$$

Ainsi la résistance représentative est la résistance qui, introduite dans le circuit, amènerait le même changement dans l'intensité du courant que le fait de la marche du moteur.

Ces deux définitions dérivent bien l'une de l'autre, car on a, quand le moteur est au repos,

$$I^2 R = EI$$

et quand il marche

$$I'^2 R = EI' - T = EI' - \varrho I'^2$$

$$I'R = E - \varrho I'$$

d'où
$$I' = \frac{E}{R + \varrho} \tag{12}$$

2° *Rendement des générateurs électriques.*
(Machines magnéto- et dynamo-électriques.)

Le courant électrique fourni représente un travail exprimé par

$$T = IEt \tag{13}$$

Supposons que la machine ait une vitesse v, appelons P le poids des organes en mouvement, f un coefficient supposé constant et qui n'est pas le coefficient de frottement. Le frottement sera

$$F = fP$$

et son travail pendant une seconde sera

$$M = fPv.$$

Nous négligerons ici la résistance de l'air, afin de simplifier les notations. Pendant le temps t le travail du frottement étant égal à $fPvt = T'$, le travail absorbé par la machine sera

$$T + T' = IEt + fv\,Pt \tag{14}$$

Comme la partie utile de ce travail est le courant, le rendement sera

$$D = \frac{IEt}{IEt + fvPt} = \frac{IE}{IE + fvP} = \frac{\frac{E^2}{R}}{\frac{E^2}{R} + fvP} = \frac{I^2R}{I^2R + fvP} \tag{15}$$

Ce rendement est le résultat de la comparaison du travail rendu en électricité et du travail dépensé. Ce n'est donc que le rendement de la transformation même du travail en électricité ou *rendement absolu.* C'est sous cette forme qu'il faut le prendre pour comparer deux machines et en étudier les valeurs relatives. La comparaison a été trop souvent faite d'une autre manière, ainsi par la mesure des effets lumineux; mais une étude sérieuse devra toujours se ramener à la formule (15). On trouve généralement pour une machine marchant dans de bonnes conditions un rendement absolu de 80 %.

Dans l'utilisation d'une machine dynamo-électrique, il y a toujours deux circuits bien distincts : l'un est celui de la machine même et l'autre le circuit extérieur, et c'est dans ce dernier seul qu'on peut récolter le travail transformé en électricité. Le rapport de la quantité que l'on peut y recueillir au travail dépensé est le rendement *relatif* ou *effectif.*

Appelons R la résistance intérieure, r la résistance extérieure. Le rendement relatif sera par définition

$$D = \frac{I^2 r}{I^2 (R + r) + f v P} \tag{16}$$

Mais le circuit extérieur se compose ordinairement lui-même de deux parties; l'une est formée des fils conducteurs, l'autre est celle où le travail est recueilli sous forme de travail moteur, chaleur, lumière ou décomposition chimique. Appelons l cette résistance utile, r celle des conducteurs. Le rendement deviendra

$$D = \frac{I^2 l}{I^2 (R + r + l) + f v P} \tag{17}$$

C'est le rendement *pratique* ou *utile.* On voit que pour $r = 0$ cette formule redonne la formule (16); ainsi donc le rendement relatif est, toutes choses égales d'ailleurs, le maximum ou la limite du rendement pratique.

Si dans la formule (15) nous faisons E très grand, on obtient à la limite un rendement absolu égal à l'unité, car

$$\lim. \left[\frac{\frac{E^2}{R}}{\frac{E^2}{R} + fv'P} \right]_{E=\infty} = 1. \tag{18}$$

Il existe également des limites pour les formules (16) et (17), mais elles sont atteintes bien moins rapidement, comme on peut s'en convaincre par l'examen de la fig. 1, qui donne la courbe des rendements absolus relatifs et pratiques pour les valeurs de $fvP = 1$, $R = 1$, $r = 1$ et $l = 1$. On voit que la parallèle à l'axe des E passant par $D = 1$ est l'asymptote de la courbe du rendement absolu, et que les autres sont également asymptotiques, mais s'élèvent beaucoup plus lentement. L'asymptote de la seconde courbe est à $D = \frac{r}{R + r}$ et celle de la troisième à $D = \frac{l}{R + r + l}$. Nous en concluons qu'il est d'autant meilleur d'avoir une grande force électro-motrice que la résistance utile est plus faible par rapport aux autres.

Nous appellerons *rendement électrique* le rapport du travail recueilli au travail représenté par tout le courant électrique, soit, par définition,

$$D = \frac{\frac{E^2 l}{(R + r + l)^2}}{\frac{E^2 (R + r + l)}{(R + r + l)^2}} = \frac{l}{R + r + l}. \tag{19}$$

Travail maximum.

1° *Travail des moteurs électriques.*

Supposons la résistance du circuit égale à R, tandis que ϱ sera la résistance représentative du moteur. Le travail absorbé par celui-ci est donc

$$T = I^2 \varrho$$

et comme l'on a

$$I = \frac{E}{R + \varrho}$$

on a par substitution

$$T = \frac{E^2}{(R + \varrho)^2} \varrho.$$

On démontre facilement que le maximum de ce rapport a lieu pour $R = \varrho$ (*). D'autre part $\frac{\varrho}{R + \varrho}$ est un rendement absolu, car on a

$$\frac{\varrho}{R + \varrho} = \frac{I^2 \varrho}{I^2 (R + \varrho)}$$

et ce rendement, considéré indépendamment de tout frottement, est, comme nous l'avons vu, égal à

$$D = \frac{e}{E}$$

donc

$$\frac{e}{E} = \frac{\varrho}{R + \varrho} \tag{20}$$

(*) En effet l'on a

$$\frac{dT}{d\rho} = \frac{R^2 + 2 R\rho + \rho^2 - 2 R\rho - 2\rho^2}{(R + \rho)^4} = 0,$$

d'où $\qquad R^2 - \rho^2 = 0 \qquad R = \rho.$

ce rendement étant maximum pour $\varrho = \mathrm{R}$, on a ainsi

$$\frac{e}{\mathrm{E}} = \frac{1}{2} \qquad e = \frac{\mathrm{E}}{2} \tag{21}$$

Le travail absorbé par le moteur est maximum quand la force électro-motrice est la moitié de celle du générateur, ou autrement dit quand l'intensité du courant primitif est réduite de moitié par le fait de la marche du moteur.

Supposons maintenant le travail dépensé *constant*.

Quand le moteur est arrêté, le travail du courant est

$$\mathrm{T} = \mathrm{I}^2 \mathrm{R}$$

et quand il marche on a

$$\mathrm{T}' = \mathrm{I}'^2 (\mathrm{R} + \varrho).$$

Si le rendement du cas précédent est $\frac{1}{2}$ ou que $\varrho = \mathrm{R}$, ce qui correspond au travail maximum, on a pour $\mathrm{T} = \mathrm{T}'$

$$\frac{\mathrm{I}^2}{\mathrm{I}'^2} = 2; \quad \mathrm{I}' = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \mathrm{I}' = 0.707\,\mathrm{I}. \tag{22}$$

et le rendement correspondant à la formule (10) est 0.21. Ainsi donc le travail du moteur est maximum quand le courant est tombé aux $\frac{7}{10}$ de sa valeur primitive. On recueille alors le $\frac{1}{5}$ du travail dépensé. Il est douteux que le travail du générateur puisse être rendu constant; mais il est intéressant de rapprocher le résultat $\mathrm{I}' = \frac{\mathrm{I}}{\sqrt{2}}$ de celui trouvé par M. Joubert dans l'étude des machines magnéto-électriques, d'après lequel pour une intensité donnée du champ magnétique, du moment où la machine donne le travail maximum, l'intensité est constante et égale au quotient par $\sqrt{2}$ du maximum absolu d'intensité.

2° *Transmission de la force par l'électricité.*

Le travail maximum des moteurs est surtout important à connaître dans les problèmes de transmission de la force par l'électricité. Récapitulons brièvement les formules employées pour les résoudre.

Appelons E la force électro-motrice du générateur, e celle du moteur, M la force électro-motrice correspondante à la vitesse 1 dans les deux machines supposées semblables, V la vitesse du générateur, v celle du moteur, T et t leurs travaux respectifs, C la quantité de chaleur dégagée, R la résistance, D le rendement, on aura

$$E = MV \qquad e = Mv \tag{23}$$

$$I = \frac{E - e}{R} = M\frac{V - v}{R} \tag{24}$$

$$T = EI = M^2\frac{(V - v)V}{R} = \frac{(E - e)E}{R} \tag{25}$$

$$t = eI = M^2\frac{(V - v)v}{R} = \frac{(E - e)e}{R} = I^2\rho \tag{26}$$

t maximum correspond à $v = \frac{V}{2}$ ou $e = \frac{E}{2}$

$$C = I^2R \qquad T = I^2R + t$$

$$D = \frac{t}{T} = \frac{v}{V} = \frac{e}{E} \tag{27}$$

Il est souvent utile de connaître le rapport du travail transmis effectivement au travail dépensé. Ce rapport est le rendement total effectif de la transmission.

Soit K le rendement absolu du générateur. Ce K est le tant $^0/_0$ du travail dépensé recueilli en électricité. Le moteur absorbant un travail proportionnel à la résistance représentative, et son rendement étant $\frac{\varrho}{R+\varrho}$, son rendement absolu par rapport au travail dépensé est

$$K \frac{\varrho}{R+\varrho}$$

Du travail absorbé par le moteur, une fraction seulement est fournie, par le fait des pertes, frottement, etc. Si K′ est le rapport du travail fourni au travail absorbé par le moteur, le rendement total effectif sera

$$D = KK' \frac{\varrho}{R+\varrho} = KK' \frac{e}{E}$$

$$= KK' \frac{v}{V}$$

ou encore en remplaçant K et K′ par leurs valeurs

$$D = \frac{I^2(R+\varrho)}{I^2(R+\varrho)+fPv} \times \frac{\varrho}{R+\varrho} \times \frac{I^2\varrho - f'v'P'}{I^2\varrho}$$

$$D = \frac{I^2\varrho - f'v'P'}{I^2(R+\varrho)+fvP} \qquad (28)$$

Le maximum du travail a lieu pour $\varrho = R$ ou $e = \frac{E}{2}$, ce qui donne

$$D = \frac{I^2 - \frac{f'v'P'}{\varrho}}{2I^2 + \frac{fvP}{\varrho}} \qquad (29)$$

maximum qui est donc d'autant plus élevé que ϱ est plus grand et dont la limite est $\frac{1}{2}$ pour $\varrho = \infty$.

Passons maintenant à la détermination de ϱ et de e. Nous avons eu à la formule (20)

$$\frac{e}{E} = \frac{\varrho}{R + \varrho}$$

On en tire

$$\varrho = \frac{eR}{E - e} = \frac{R}{\frac{E}{e} - 1}. \tag{30}$$

Appelons I l'intensité du courant quand le moteur ne marche pas, et I′ sa valeur quand ce dernier est en mouvement. On aura

$$I = \frac{E}{R} \qquad I' = \frac{E - e}{R}$$

ce qui donne par substitution

$$\varrho = \frac{e}{I'} \qquad e = \varrho I'. \tag{31}$$

On a encore

$$I - I' = \frac{E}{R} - \frac{E - e}{R} = \frac{e}{R} \tag{32}$$

$$e = R\,(I - I') \tag{33}$$

$$\varrho = \frac{e}{I'} = \frac{R\,(I - I')}{I'} \tag{34}$$

Substituant cette valeur de R dans l'équation (28), on obtient

$$D = \frac{I^2 R \left(\frac{I}{I'} - 1\right) - f' v' P'}{I^2 R \left(\frac{I}{I'}\right) \quad + f v P}. \tag{35}$$

Comme $f' v' P'$ est le travail du frottement dans le moteur et fvP dans le générateur, on peut supposer des machines parfaites et faire ces deux quantités nulles. On a alors

$$D = \frac{\frac{I}{I'} - 1}{\frac{I}{I'}} = 1 - \frac{I'}{I} = 1 - \frac{E - e}{E}$$

$$D = \frac{e}{E} \tag{7}$$

résultat connu.

3° *Le meilleur moteur est le meilleur générateur et vice-versa.*

Ce fait est un résultat de l'expérience, mais on peut encore le démontrer.

Nous avons eu

$$\varrho = \frac{eR}{E - e} \tag{30}$$

formule qui permet de passer de la résistance fictive ϱ à la force électro-motrice réelle e. Le rendement est, comme nous le savons,

$$\frac{I^2 \varrho}{I^2 (R + \varrho)} = \frac{\varrho}{R + \varrho}$$

et le maximum du travail a lieu pour $\varrho = R$. Ce rendement a pour limite 1 pour $\varrho = \infty$. Or, si $\varrho = \infty$, on a

$$\varrho = \frac{Re}{E - e} = \frac{R}{\frac{E}{e} - 1} = \infty$$

$$e = E$$

puisque R est constant. Ce rendement est d'autant plus grand que e se rapproche de E ou en valeur absolue que e

est plus grand. Nous avons trouvé que le meilleur générateur est celui dont la force électro-motrice est la plus grande; nous retrouvons le même fait pour le moteur, donc le meilleur moteur sera le meilleur générateur et vice-versa.

Quand $e = E$ ou $\varrho = \infty$, $I = 0$, puisque $I = \frac{E - e}{R}$. Ce paradoxe que le rendement est 1 quand le courant est nul semble uniquement une limite théorique. Il est cependant un cas où on peut l'atteindre, c'est lorsque E est fonction de I, ce qui a lieu quand le courant d'une machine dynamo-électrique sert à faire marcher un moteur magnéto-électrique. M. Gérard Lescuyer a le premier observé que le moteur, après avoir tourné, s'arrête, puis retourne en sens contraire. Puisque I a changé de signe, il est devenu 0; donc à ce moment on avait $e = E$ et $\varrho = \infty$.

Il est à remarquer que le moteur ne peut se maintenir en état de mouvement que lorsque son travail est plus grand que celui que consomme son propre frottement, ou lorsque

$$I^2 \varrho > P v f.$$

P étant le poids des appareils mobiles, v la vitesse, f un coefficient. Si le moteur effectue un certain travail mécanique T, il faut à l'état de régime

$$I^2 \varrho = T + f v P$$

ou

$$\frac{(E - e)}{R} e = f v P + T. \tag{36}$$

Or le cas de $I = 0$ ou $e = E$ ne peut se produire que si $f v P + T = 0$, ce qui montre que T doit être négatif. C'est ce qui a lieu dans l'expérience précédente, où T est donné par la force vive de l'appareil.

4° *Disposition des circuits du générateur.*

Si nous donnons au circuit extérieur l d'une machine magnéto-électrique une résistance faible, nous ne pourrons recueillir que peu de travail, puisque ce travail est $I^2 l$; si nous augmentons beaucoup l, nous diminuons I, car $I = \frac{E}{R+l}$ et pour $l = \infty$ $I = 0$. Il y a donc une valeur de l pour laquelle $I^2 l$ est maximum. Nous avons vu que c'est pour $l = R$. En outre, ce maximum est d'autant plus élevé que R et l sont plus faibles, car

$$T = \frac{E^2}{R+l}$$

En général il y a trois résistances en présence; la résistance intérieure R, celle où l'on recueille le travail l, enfin celle des conducteurs r qui amènent le courant depuis la machine jusqu'à l'endroit où il est utilisé.

L'intensité étant

$$\frac{E}{R+l+r},$$

on voit facilement que la chute de cette intensité par le fait de l'augmentation de l est d'autant plus rapide que R et r sont plus faibles. On tire de ce fait les résultats pratiques suivants :

Si la résistance r est variable, on cherchera à la faire aussi petite que possible, et en tout cas plus petite que l. On augmente ainsi et le rendement et le travail.

Si r est donnée, il faut faire R et l tous deux plus grands. Plus le rapport $\frac{l}{r}$ sera grand, plus sera grand le rendement, mais en même temps le travail diminue. $\frac{l}{R+r} = 1$ correspondant au maximum de travail recueilli, il faudra faire la résistance intérieure R plus grande que celle des conducteurs, mais moindre que la résistance utile.

Comme on a pour $R = \infty$ et $l = \infty$

$$\lim. \left[\frac{l}{R + l + r}\right]_{R = l = \infty} = \frac{1}{2}$$

le maximum du rendement électrique est $\frac{1}{2}$ pour l'égalité de R et de l. Cette égalité correspond, à très peu de chose près, pour les grandes valeurs de R, au maximum de travail.

Machines dynamo-électriques proprement dites.

Dans ces machines, le magnétisme est fonction de l'intensité du courant, puisqu'il est causé par lui. L'électro-aimant présente au courant une résistance nécessaire à son fonctionnement même; de là une perte de travail égale à $I^2 \lambda$ si λ est cette résistance. Elle ne dépasse guère 1 Ohm. Pour que le magnétisme fût dans une de ses conditions de maximum, il faudrait que cette résistance fût égale à la somme des autres, mais comme on trouve la même condition pour la résistance utile, on est conduit à faire celle de l'électro-aimant égale à celle de la bobine, ou en tout cas peu supérieure, c'est-à-dire à supposer le courant de la machine formé par un fil court et gros. Quant à la disposition des autres résistances, on suivra les règles indiquées précédemment en rangeant λ dans la résistance des conducteurs.

Quand on mesure la résistance de la bobine d'une machine magnéto-électrique en marche, on trouve une quantité plus grande que si elle était en repos. Cette résistance a été appelée dynamique. C'est la somme de la résistance statique et d'une résistance représentative qui indique la présence de forces électro-motrices secondaires et contraires. Quelques électriciens voudraient que ce fût cette résistance qu'on introduisît dans les formules de disposition de circuit, mais il y a là, à ce que je crois, une confusion provenant de l'interprétation fautive de la résistance représentative. Le développement de ce point entraînerait dans l'étude des forces électro-motrices contraires, évitée ici pour rendre cette étude plus élémentaire.

Les formules de rendement des machines dynamo-électriques sont les mêmes que celles que nous avons vues en introduisant simplement la résistance λ avec celle des conducteurs extérieurs.

La formule (17) devient ainsi

$$D = \frac{I^2 l}{I^2 [R + (r + \lambda) + l] + f v P} \tag{37}$$

et nous en concluons que pour une force électro-motrice constante le rendement est diminué et l'est d'autant moins que les résistances autres que l sont plus petites.

La force électro-motrice est proportionnelle à l'intensité du magnétisme, laquelle est reliée à l'intensité du courant par la relation

$$M = k \operatorname{arctg} I,$$

du moins approximativement. Le magnétisme, croissant avec le courant, peut atteindre ainsi de grandes valeurs, ce qui augmente la force électro-motrice et par là le rendement. Ainsi, la présence de l'électro-aimant tend à diminuer le rendement par la résistance, mais le magnétisme étant fort, ce fait tend à l'augmenter. L'expérience a démontré que pour deux machines, l'une dynamo-électrique et l'autre magnéto de même grandeur de bobine, le magnétisme de la machine dynamo est de beaucoup le plus fort. Nous en concluons que les machines dynamo-électriques sont plus avantageuses et le sont d'autant plus que leur force électro-motrice est plus forte ou qu'elles sont plus puissantes. Il faut bien remarquer cependant qu'à intensité de magnétisme égale, le rendement de la machine magnéto-électrique l'emporte.

Appelons I l'intensité du courant fourni par une machine dynamo-électrique, R la somme des résistances, C le travail. On a

$$I^2R = C - fnP \tag{38}$$

si n est le nombre de tours ; mais, d'après Neumann,

$$I = KMn\,; \quad n = \frac{I}{KM}$$

M étant le magnétisme, K un coefficient. On a donc pour le rendement

$$D = \frac{I^2R}{C} = 1 - \frac{fnP}{C} = 1 - \frac{fP}{K}\,\frac{I}{CM} \tag{39}$$

et comme on peut poser comme approximation $I^2R = C$ quand fnP est assez petit, l'on a

$$D = 1 - \left(\frac{fP}{KR}\right)\frac{1}{IM} \tag{40}$$

ce qui démontre que pour une même machine le rendement croît avec l'intensité et avec le magnétisme.

En résumé, une machine magnéto-électrique est d'autant meilleure que les aimants sont plus forts; une machine dynamo-électrique l'est d'autant plus qu'elle est plus puissante.

Force électro-motrice.

Nous allons rapidement esquisser les différents moyens d'obtenir cette force si importante au point de vue du rendement. Rappelons pour cela la formule de Neumann

$$E = m \int R v \cos \psi \, ds \tag{41}$$

où E = force électro-motrice,
m = coefficient en rapport avec les unités adoptées,
R = la résultante des forces inductives,
ψ = l'angle du circuit avec la vitesse,
ds = l'élément de longueur du circuit induit.

Magnétisme.

La force électro-motrice étant proportionnelle à la variation du magnétisme, il faut chercher : 1° à ce que celui-ci soit le plus fort possible; 2° à le faire agir le plus utilement sur le circuit induit.

Le premier de ces buts est atteint en ayant, soit des aimants multiples (Jamin), soit, ce qui vaut encore mieux, des électro-aimants. Le second est réalisé par une bonne distribution du magnétisme. Son étude toute expérimentale et qui se fait par les lignes de force, ne peut trouver place ici. La disposition la plus en vogue aujourd'hui consiste à épanouir les deux pôles en surfaces qui entourent la bobine induite. Remarquons en passant que si le magnétisme est dans ses conditions de maximum d'action, il est inutile de vouloir augmenter le nombre des modes dont il agit, car le magnétisme se distribue comme toute autre force, et si l'on en prend d'un côté, il en résulte une perte de l'autre. Les écrans magnétiques ayant la propriété de concentrer en des points particuliers les lignes de force, sont fréquemment employés, ainsi dans la machine de Gramme et toutes celles de ce type.

Vitesse.

La force électro-motrice est proportionnelle à la vitesse du circuit induit dans le champ magnétique. On ne peut pourtant pas trop augmenter cette vitesse, car le travail du frottement des axes lui est proportionnel, et celui de la résistance de l'air est proportionnelle à son carré. On se maintient ordinairement à la vitesse de 10 mètres à la seconde, à la condition toutefois que ce nombre fournisse des diamètres pratiques. Voici quelques chiffres pour quatre machines :

MACHINES	Vitesse normale.	Diam. moyen de la bobine.	Vitesse de l'induit par minute.	Vitesse de l'induit par seconde.
Gramme (type atelier)	900 tours	$0^m.22$	620^m	$10^m.3$
Hafner-Ateneck (Kuhne)	1800 »	$0^m.11$	620^m	$10^m.3$
Gramme (courants alternatifs)	600 »	$0^m.422$	790^m	$13^m.2$
Bürgin	1600 »	$0^m.12$	620^m	$10^m.3$

En somme, il est plutôt avantageux de réduire cette vitesse et de chercher dans le magnétisme une source intense de force électro-motrice.

Direction de la vitesse.

Le terme cos ψ de la formule de Neumann montre que le maximum d'intensité aura lieu quand le circuit sera perpendiculaire à la direction de la vitesse. Cette condition est remplie dans la plupart des machines récemment inventées. Il faut mentionner dans celles qui s'en écartent les machines de Clarke, Nollet ou l'Alliance, Lontin, Brush, W. Farme, etc.

Longueur du fil.

Le terme ds de la formule indique que la force électromotrice est proportionnelle à la longueur du circuit induit. Il contient implicitement le fait de l'élimination de tout circuit inutile ou non influencé. Admettons que la longueur et la qualité du fil soient les seules variables. La formule de Neumann devient

$$dE = K ds \tag{42}$$

en remplaçant les termes rendus constants par K

$$\frac{dE}{R} = dI = K \frac{ds}{R}$$

R étant la résistance. Si O est la section du fil, C son coefficient de conductibilité, on a, puisque $R = \frac{S}{OC}$

$$I = K \frac{S}{\frac{S}{OC}} = KOC \tag{43}$$

c'est-à-dire que l'intensité du courant est indépendante de la longueur du circuit, mais proportionnelle à sa section et à sa conductibilité. Cette conclusion amène à employer des fils gros, mais elle n'est exacte que pour une machine dont le courant est fermé sur lui-même. Si r est la résistance extérieure, il vient

$$\frac{dE}{R + r} = dI = K \frac{ds}{R + r}$$

$$I = K \frac{S}{R + r} \tag{44}$$

Ainsi l'intensité croît dans ce cas avec la longueur du fil induit, et cela d'autant plus que r est plus grand. Pour un circuit court et peu résistant, on prendra donc une bobine à fil court et gros, tandis que pour de fortes résistances extérieures il faudra du fil long et fin.

En étudiant, d'après les quelques indications qui précèdent, les différents modes d'induction, on trouve facilement que les types tels que ceux de la machine de Clarke sont moins avantageux que ceux de Gramme, ou encore que l'induction dans les disques tournants. Il n'est malheureusement pas possible de détailler ici cette analyse.

Construction des électro-aimants.

Quand la machine est construite dans un but spécial et que, dans son application, le travail utile doit être variable d'une façon un peu rapide, il est convenable que les noyaux polaires soient à peu près saturés. La marche de la machine est alors plus régulière. Si cette dernière est construite de façon à remplir plusieurs buts différents et indéterminés, il vaut mieux que pour l'intensité moyenne les noyaux n'aient point encore atteint ce maximum. On a alors l'avantage de pouvoir arriver à de fortes intensités sans recourir à des vitesses excessives.

La résistance en unités électro-magnétiques d'un fil de cuivre est donnée par la formule

$$R = 1630 \frac{S}{0} \tag{45}$$

S étant en centimètres, 0 en centimètres carrés. En Ohms, on a

$$R = 0.000\,001\,630 \frac{S}{0}$$

et si S est en mètres

$$R = 0.000\,163 \frac{S}{0} \tag{46}$$

formule qui servira à déterminer la longueur et la section du fil d'un électro-aimant donné.

Le diamètre de l'électro-aimant étant déterminé, comme nous allons le voir, il convient de faire la longueur l d'une des branches égales à $6d$; la distance entre les axes des noyaux à $6d$ et le diamètre des spires extérieures à $3d$. Dans ces conditions, le volume en centimètres cubes de la bobine est

$$V = \frac{(3d)^2 - d^2}{4} \pi l = 12 \pi d^3 \tag{47}$$

Supposons que le fil remplisse exactement ce volume, sa longueur en mètres sera

$$S = 0.12 \pi \frac{d^3}{0} \tag{48}$$

D'autre part, on donne la résistance de chaque noyau

$$R = 0.000\,163 \frac{S}{0} \tag{49}$$

On a donc

$$0 = \sqrt{\frac{0.000\,163 \times 12 \pi d^3}{100\,R}}$$

$$0 = 0.0077867 \sqrt{\frac{d^3}{R}} \tag{50}$$

$$S = \sqrt{\frac{0.12\, \pi\, d^3\, R}{0.000\,163}}$$

$$S = 4{,}805 \sqrt{R\, d^3} \tag{51}$$

0 est une section carrée; le diamètre étant pris égal à celui qui donne cette même section, le volume occupé par le fil sera plus grand que V. Si, en revanche, on prend ce diamètre égal à $\sqrt{0}$, la résistance est un peu trop forte. L'en-

veloppe du fil intervenant encore, il convient de prendre dans les calculs un diamètre de bobine égal aux $^4/_5$ du diamètre adopté, et de faire alors le diamètre du fil égal à la racine de la section trouvée.

On aura donc pour les calculs seulement :

$d =$ diamètre du noyau,

$\frac{12}{5} d =$ diamètre extérieur de la bobine,

$\frac{24}{5} d =$ longueur de cette bobine.

En introduisant ces valeurs dans les formules précédentes, la formule (50) devient

$$0 = 0.005418 \sqrt{\frac{d^3}{R}} \tag{50}$$

et la formule (51)

$$S = 3.3 \sqrt{Rd^3} \tag{51}$$

S étant toujours exprimé en mètres et 0 en centimètres carrés.

Pour déterminer d, M. du Moncel a donné la formule

$$d = 0.015957 \frac{E}{\sqrt{R}}$$

qui donne d en mètres, E étant en volts et R en ohms. Cette formule donne des nombres exagérés quand la résistance est faible et la force électro-motrice forte.

Si l'on connaît un électro-aimant qui fonctionne d'une manière convenable, on pourra calculer le diamètre d'un autre qui doit fonctionner dans des conditions pas trop dissemblables par la formule

$$d^{\frac{3}{2}} = I t \frac{d'^{\frac{3}{2}}}{I' t'}$$

où $d =$ diamètre cherché,

$I =$ intensité du courant qui le parcourt,

$t =$ nombre de tours de spires des deux bobines.

Les accents indiquent les mêmes valeurs pour l'électro-aimant pris comme type.

Prenons un exemple et cherchons les diamètres qu'il faut adopter d'après la machine Gramme de 300 becs et deux paires d'électro-aimants.

Voici les dimensions de l'électro-aimant type d'une de ces machines :

Longueur	$l =$	$0^{m}.355$
Diamètre du noyau . .	$d =$	$0^{m}.070$
Diamètre de la bobine .	$d =$	$0^{m}.120$
Diamètre du fil . . .	$\delta =$	$0^{m}.0038$

Poids du fil entouré sur chaque électro-aimant $= 14^{k}.320$.

A l'aide de ces données on trouve :

Longueur de fil $= 140.5$ mètres

pour chaque électro-aimant

$$d'^{\frac{3}{2}} = 7^{\frac{3}{2}} = 18.5$$

$$t' = 1200$$

$$I' = \frac{80 \text{ Volts}}{2.3 \text{ Ohms}} = 34.7 \text{ Webers.}$$

La constante $\dfrac{d'^{\frac{3}{2}}}{I' t'}$ devient donc :

$$\frac{18.5}{34.7 \times 1200} = 0{,}000445$$

d'où $\qquad d^{\frac{3}{2}} = I t \times 0{,}000445$ centimètres,

ou approximativement $\qquad d = 0.006\,(I t)^{\frac{2}{3}}$.

Cette formule donne déjà des résultats meilleurs que la précédente; ainsi on trouve pour 10 Webers et 1000 tours un diamètre de 2.78 centimètres.

Comme le travail qui précède n'est qu'un résumé de travaux antérieurs pris dans différentes publications, je crois nécessaire de donner ici la liste complète des sources employées. Il faut y joindre mes propres travaux.

1877. M. MASCART. *Journal de physique,* p. 203 et 297.

1878. ID. *Id.* p. 79 et 363.

M. DU MONCEL. *Applications de l'électricité,* IIe vol.

ID. *Journal télégraphique,* II, p. 358 et 375.

VERDET. *Conférences de physique : Théorie mécanique de la chaleur.*

1878. M. ACHARD. *Arch. des sc. phys. et nat.,* p. 332.

1881. M. JOUBERT. *Etude sur les machines magnéto-électriques.*

1881. *Journal télégraphique.* No 6. Transmission de la force par l'électricité.

1880. M. DEPRETZ. *Journal de physique.* Juin 1880.

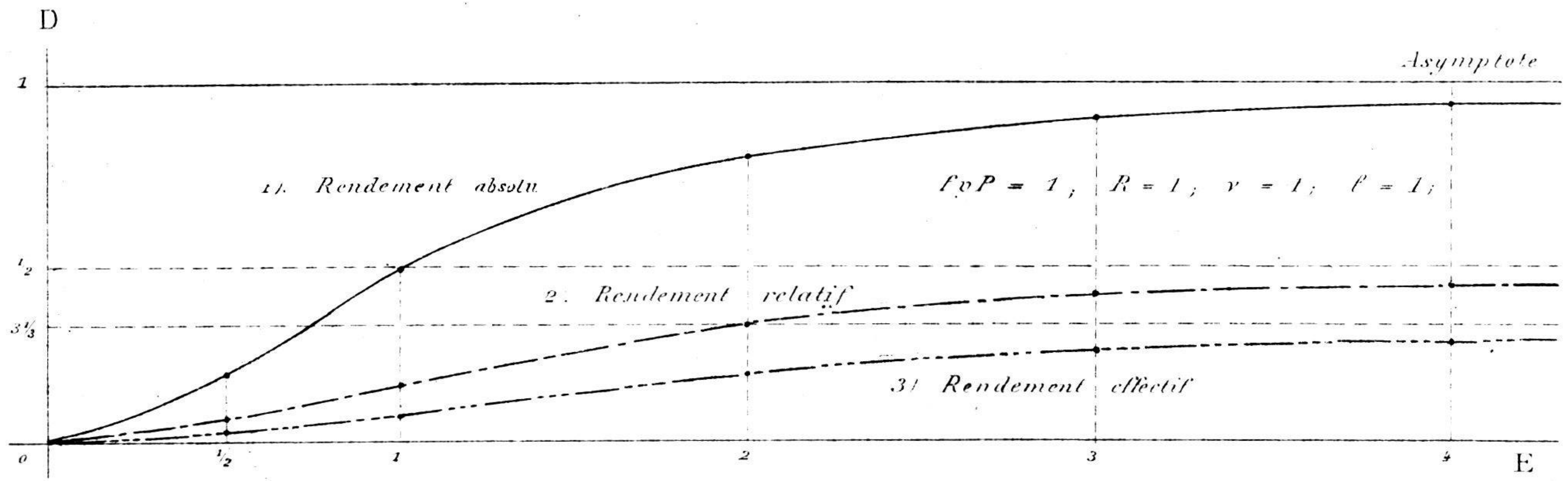
1881. GORDON. *Traité d'électricité.*

Lausanne, juin 1881.

Bull. Soc. Vaud. Sc. Nat. - Vol. XVII - Pl. XXXII.

Courbe des rendements

(formules 15, 16, 17)



1881

Roger Chavannes.

Lith. J. Chappuis, Lausanne.

Tableau donnant le nombre de kilogrammètres

correspondant à un courant électrique défini par sa force électro-motrice en Volts et la résistance en Ohms

Bull. Soc. Vaud. Sc. Nat. - Vol. XVII - Pl. XXXIII.

OHMS	VOLTS 1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2	3	4	5	6
1	0.1019	0,1233	0,1467	0,1723	0,1997	0,2292	0,2608	0,2945	0,3301	0,3678	0,4077	0,9171	1,6304	2,5475	3,6684
2	0.0509	0,0616	0,0733	0,0861	0,0986	0,1146	0,1304	0,1472	0,1650	0,1839	0,2038	0,4585	0,8152	1,2737	1,8342
3	0,0337	0,0411	0,0489	0,0577	0,0657	0,0764	0,0847	0,0982	0,1100	0,1226	0,1358	0,3057	0,5434	0,8492	1,2228
4	0,0254	0,0308	0,0366	0,0431	0,0499	0,0573	0,0652	0,0736	0,0825	0,0919	0,1019	0,2292	0,4076	0,6368	0,9173
5	0,0203	0,0247	0,0293	0,0344	0,0398	0,0458	0,0517	0,0589	0,0603	0,0735	0,0815	0,1834	0,3261	0,5095	0,7337
6	0,0168	0,0205	0,0244	0,0288	0,0328	0,0382	0,0423	0,0491	0,0550	0,0613	0,0679	0,1528	0,2717	0,4246	0,6114
7	0,0145	0,0176	0,0209	0,0246	0,0285	0,0327	0,0372	0,0421	0,0472	0,0525	0,0582	0,1310	0,2329	0,3639	0,5240
8	0,0127	0,0154	0,0183	0,0215	0,0249	0,0286	0,0326	0,0368	0,0413	0,0459	0,0509	0,1146	0,2038	0,3184	0,4585
9	0,0112	0,0139	0,0163	0,0192	0,0219	0,0255	0,0282	0,0324	0,0366	0,0408	0,0453	0,1019	0,1478	0,2497	0,4076
10	0,0102	0,0132	0,0147	0,0172	0,0199	0,0292	0,0261	0,0294	0,0330	0,0367	0,0407	0,0917	0,16304	0,2547	0,3668

OHMS	VOLTS 7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	4,9931	6,5214	8,2539	10,194	12,329	14.674	17,228	19.972	22.927	26,086	29,449	33.015	36.786	40.777
2	2,4965	3,2607	4,1269	5,097	6,165	7,337	8,614	9.986	11,464	13.043	14,724	16.508	18.393	20.388
3	1,6642	2,1735	2,7513	3,378	4.120	4,891	5,773	6,657	7.642	8.672	9.816	11.005	12.262	13.592
4	1,2482	1,6303	2.0634	2.548	3,082	3,668	4,307	4,993	5,732	6.521	7,363	8.254	9,196	10.194
5	0.8986	1,3043	1.6507	2.039	2,468	2,935	3,446	3,984	4.585	5.217	5.890	6.603	7.357	8.152
6	0,8321	1.0867	1.3756	1,689	2,055	2,446	2,886	3,328	3.821	4.336	4.908	5.502	6.231	6,781
7	0,7177	0,9316	1.1791	1,456	1,761	2,095	2,461	2,853	3,275	3.724	4.207	4.716	5.255	5,827
8	0,6241	0,8151	1.0317	1,274	1.541	1,834	2,153	2,496	2.866	3.260	3.631	4.127	4.598	5.097
9	0.5548	0,7245	0.9171	1,126	1,390	1.630	1,924	2,219	2.527	2,891	3.272	3.668	4.084	4.531
10	0.4993	0,6521	0.8254	1,019	1,323	1,467	1,725	1.997	2,293	2.609	2.945	3.301	3.679	4.077

OHMS	VOLTS 21	22	24	25	26	28	30	32	34	35	40	45	50	55
1	44.94	49.32	58.69	63.68	68.88	79.89	91.71	104.34	117.79	124.83	163.04	206.35	254.75	308.25
2	22.69	24.66	29.40	31.84	34.44	39.94	45.85	52.17	58.89	62.41	81.52	103.17	127.37	154.12
3	14.98	16.44	19.56	21.23	22.96	26.63	30 57	34.78	39.26	41.61	57.68	68.78	84.92	102.74
4	11.23	12.33	14.69	15.92	17.22	19.97	22.92	26.08	29.44	31.20	40.76	51.58	63.68	77.06
5	8.99	9.86	10.74	12.72	13.76	15.96	18.34	20.86	23.54	24.96	32.60	41.26	50.94	61.64

OHMS	VOLTS 60	65	70	75	80	85	90	95	100	110	120	130	140	150	160
1	366.84	430.52	499.31	573.19	652.14	736.23	825.39	919.64	1019.4	1232.9	1467.4	1722.8	1997.2	2292.7	2608.6
2	183.42	215.26	249.65	286.59	326.07	368.11	412.69	459.82	509.7	616.4	733.7	861.4	998.6	1146.3	1304.3
3	122.28	143.51	164.44	191.06	217.71	245.41	275.13	306.54	337.8	410.9	489.1	577.6	665.7	764.2	867.2
5	73.37	86.10	99.86	104.62	130.42	147.24	165.06	183.93	203.8	246.8	293.5	344.6	398.4	458.5	521.7

OHMS	VOLTS 170	180	190	200	220	240	250	260	280	300	320	340	350	400
1	2944.9	3301.5	3678.6	4076	4932	5869	6369	6888	7989	9171	10434	11779	12485	16304
2	1472.4	1650.7	1839.3	2038	2461	2939	3184	3444	3994	4585	5217	5889	6241	8152
3	981.6	1100.5	1226.2	1359	1644	1956	2123	2296	2663	3057	3475	3929	4161	5435
5	588.9	825.4	735.7	815	986	1074	1273	1377	1597	1834	2087	2355	2496	3260

OHMS	VOLTS 450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000	2000	3000
1	20634	25475	30825	36684	43052	49931	57319	65214	73623	82559	91964	101943	407772	917100
2	10317	12737	15412	18342	21526	24965	28659	32607	36811	41269	45982	50971	203886	458500
3	6878	8492	10274	12228	14352	16644	19106	21771	24541	27515	30654	33781	135924	305700
5	4127	5095	6165	7337	8,610	8986	10462	13042	14724	16506	18393	20388	81554	183420

Roger Chavannes.

Lith. J. Chappuis, Lausanne.