Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 28 (1902)

Heft: 21

Artikel: Théorie générale de l'arc élastique continu sur appuis rigides

Autor: [s.n.]

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-22887

Théorie générale de l'arc élastique continu sur appuis rigides[1].

Le but de cette étude est d'établir d'une manière générale la théorie de l'arc élastique continu, dans l'hypothèse que les appuis sont suffisamment rigides par rapport à l'arc lui-même, pour qu'il soit permis de les considérer comme indéformables.

Au cours de ce travail, qui est l'application à certains cas particuliers de la méthode générale du professeur W. Ritter[2], nous avons admis que la théorie de l'arc élastique simple, encastré ou articulé, était connue du lecteur. C'est pourquoi nous nous sommes bornés à donner de brèves indications chaque fois que nous avons eu recours à cette dernière théorie.

Cette première étude sera complétée par une prochaine publication intitulée: Théorie générale de l'arc élastique continu sur appuis élastiques :

I

Différents types d'arcs continus.

Nous envisagerons successivement les six types de

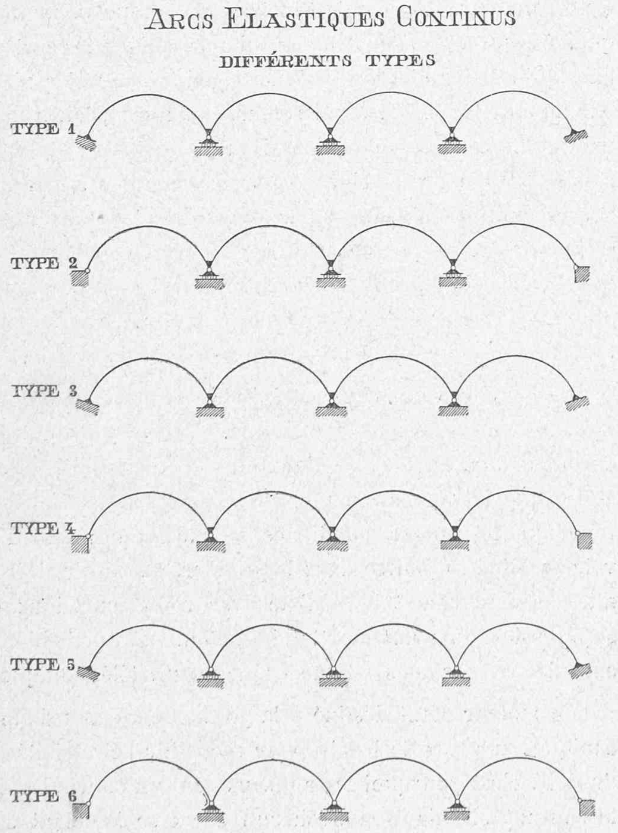


Fig. 1.

[1] Ce travail, dédié à M. le professeur Ritter, à Zurich, nous a été chaudement recommandé par M. G. Mantel, ingénieur du contrôle des ponts au Département fédéral des chemins de fer, comme étant une contribution précieuse à l'étude d'un des problèmes les plus difficiles de la statique graphique. *(Réd.)*

[2] Cette méthode a été publiée par l'ingénieur-Dr Modesto Panetti dans « *Contributo alla trattazione grafica dell' arco continuo su appoggi elastici* ». (Torino 1901).

construction suivants, auxquels il est possible de ramener toutes les autres combinaisons (fig. 1).

Premier type:

Arc continu encastré aux extrémités et au-dessus des appuis intermédiaires sur lesquels il repose au moyen de chariots.

Deuxième type :

Arc continu articulé aux extrémités et encastré au-dessus des appuis intermédiaires sur lesquels il repose au moyen de chariots.

Troisième type :

Arc continu encastré aux extrémités et au-dessus des appuis intermédiaires fixes.

Quatrième type :

Arc continu articulé aux extrémités et encastré au-dessus des appuis intermédiaires fixes.

Cinquième type :

Arc continu encastré aux extrémités et articulé au-dessus des appuis intermédiaires sur lesquels il repose au moyen de chariots.

Sixième type :

Arc continu articulé aux extrémités et au-dessus des appuis intermédiaires sur lesquels il repose au moyen de chariots.

II

Note sur l'ellipse d'élasticité[1].

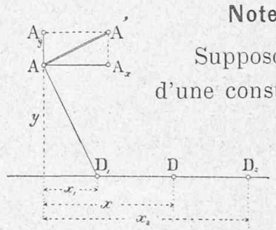


Fig. 2.

Supposons qu'un point A quelconque d'une construction (fig. 2) (poutre ou arc, à âme pleine ou à treillis) parvienne en A' par une rotation autour du point D_1; soit δ_1 l'angle de rotation. Si nous désignons par AA_x et AA_y les composantes horizontale et verticale du déplacement AA', nous aurons les relations :

$$AA_x = y \cdot \delta_1 \text{ et } AA_y = x_1 \cdot \delta_1$$

Considérons un second mouvement du point A autour du centre D_2, l'angle de rotation étant δ_2. Nous avons les relations :

$$AA_x = y \cdot \delta_2 \text{ et } AA_y = x_2 \cdot \delta_2$$

Si l'on applique aux points D_1 et D_2 les poids δ_1 et δ_2 et que l'on détermine leur centre de gravité D, D sera le centre et $\delta_1 + \delta_2$ l'angle de rotation, relatifs au déplacement total du point A ; car le mouvement horizontal est alors égal à $y\ (\delta_1 + \delta_2)$ et le mouvement vertical à $x\ (\delta_1 + \delta_2) = x_1\ \delta_1 + x_2\ \delta_2$, c'est-à-dire à la somme des déplacements partiels.

Les mouvements de rotation peuvent donc être combinés en appliquant aux centres les angles de rotation et en déterminant leur résultante.

Supposons que sous l'influence d'une force R_1 (fig. 3) le point A d'une construction tourne autour du centre D_1.

[1] Cette note est empruntée au professeur Ritter « *Der kontinuierliche Balken* » (Zurich 1900).

A chaque force agissant sur le point A correspond un centre de rotation déterminé situé dans le plan ; à la force R_2, par exemple, correspond le point D_2.

Si l'on combine les forces R_1 et R_2, il correspond à leur résultante un point situé sur la droite $D_1\ D_2$; le même fait a lieu pour chaque force passant par K.

Donc :

Si la force tourne autour du point K, *le centre de rotation se déplace sur la droite* k.

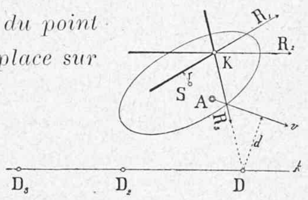


Fig. 3.

A la force R_3 passant par D_1 correspond le point D_3. Si la force R_1 agit, le travail effectué par la force R_3 sera nul, puisque le centre de rotation D_1 est situé sur R_3. D'après la loi de réciprocité des déformations, le travail effectué par R_1 lorsque la force R_3 agit, doit être également nul ; en d'autres termes, le point D_3 doit être situé sur R_1.

Donc :

Si une première force passe par le centre de rotation d'une deuxième, la deuxième force passe par le centre de rotation de la première.

Si la force est située sur la droite k, le centre de rotation se trouve en K, car la force passant par D_1 et D_3, le centre doit être situé à la fois sur R_1 et R_3.

Les points K, D_1 et D_3 se correspondent et les points D_1 et D_3 sont en involution. Comme ces relations existent pour tous les points et droites du plan, la direction de la force et le centre de rotation forment *un système polaire*.

La conique directrice de ce système est imaginaire, car les forces et les centres en involution se déplacent dans le même sens.

Nous considérons dès lors les points et droites correspondants comme les éléments d'un système antipolaire. *C'est la conique directrice de ce système antipolaire que nous désignons par « ellipse d'élasticité » du point A.*

Remplaçons la force R_1 par une force parallèle passant par S et un couple de moment $M = R_1 \cdot r$.

La force parallèle provoquera une rotation autour d'un point situé à l'infini, c'est-à-dire un déplacement parallèle de A, et le couple de moment M, une rotation autour du centre S de l'ellipse.

Soit δ l'angle de rotation, qui est proportionnel à M.

Si nous désignons par « poids élastique » de la construction pour le point A la valeur

$$g = \frac{\delta}{M}$$

et que nous la supposions concentrée en S, nous aurons les lois suivantes :

Pour chaque point A d'une construction il existe une ellipse d'élasticité et un poids élastique g.

S'il agit sur le point A une force R, le point tourne autour de l'antipôle de la direction de la force par rapport à l'ellipse ; l'angle de rotation est égal à $\delta = R \cdot r \cdot g$, c'est-à-dire au produit de la force par le moment statique du poids par rapport à la direction de cette dernière. D'autre part, le déplacement du point A suivant une direction quelconque Av est égal à $R \cdot r \cdot d \cdot g$, c'est-à-dire au produit de l'angle δ par la distance du centre de rotation à la direction du déplacement ; cette expression n'est pas autre chose que le produit de la force par le moment centrifuge du poids relatif aux directions de la force et du déplacement.

Si les directions de la force et du déplacement coïncident, le moment centrifuge devient un moment d'inertie.

Si l'effort est un couple de moment M, δ est égal à Mg et le centre de rotation coïncide avec le centre de l'ellipse.

En général, on utilise dans la statique des constructions l'ellipse d'élasticité de l'extrémité libre d'une poutre, l'autre extrémité étant supposée encastrée.

Dans la théorie de l'arc élastique continu, par contre, on fait usage des ellipses d'élasticité des points communs à l'arc et aux appuis, ellipses qui se réduisent à des droites ou à des points dans le cas où les appuis sont indéformables.

Nous avons appliqué à la détermination de ces ellipses la méthode générale du professeur W. Ritter.

(A suivre.)

Divers.

Concours pour un kiosque à musique à élever sur l'Esplanade de Montbenon, à Lausanne.

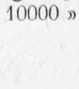
La Municipalité a ouvert, au mois d'août 1902, un concours entre les architectes établis à Lausanne, pour la construction d'un kiosque à musique destiné à remplacer celui en bois qui avait été élevé sur l'Esplanade de Montbenon à l'occasion de l'Exposition d'horticulture de 1888.

Cette construction, qui n'avait été faite qu'à titre provisoire et que l'on avait laissé subsister jusqu'à aujourd'hui, était dans un degré de vétusté tel que la Société de Développement du Sud-Ouest s'en émut et fit des démarches auprès de la Municipalité pour obtenir son remplacement.

Ensuite de ce concours, 10 projets ont été présentés. Le Jury, après s'être rendu sur Montbenon, ceci pour bien se rendre compte du parti qu'il convenait d'adopter, a été d'accord pour abandonner le parti dit en niche. Deux projets ont été de ce fait éliminés.

Après deux tours d'élimination, trois projets sont restés en présence, ils ont été classés comme suit :

N° 1. « Flûte » MM. Verrey et Heydel, architectes à Lausanne.

N° 2. «  » MM. Bonjour & Oulevey, architectes à Lausanne.

N° 3. « 10000 » M. J. Regamey, architecte à Lausanne.