

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 41 (1915)  
**Heft:** 19

**Artikel:** Sur une correspondance entre les systèmes articulés de l'espace et ceux du plan  
**Autor:** Mayor, B.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-31635>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 30.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

La locomotive est pourvue de tous les accessoires nécessaires à son bon fonctionnement, notamment d'un frein Westinghouse automatique et à main agissant non seulement sur toutes les jantes des roues de la locomotive, mais aussi sur ceux du tender; d'un injecteur et d'un graissage sous pression du système Friedmann, d'un compteur de vitesse, d'un appareil fumivore semi-automatique, etc.

Le poids de la locomotive seule, à vide, est de 63,3 tonnes, en ordre de marche de 73 tonnes, dont 47,9 tonnes sont supportées par les essieux moteurs couplés et constituent le poids adhérent. Le tender est à 3 axes et contient 18 m<sup>3</sup> d'eau, 7 t. de charbon et pèse 41,8 t. en ordre de marche.

Ce genre de locomotive représente le type le plus récent des machines d'express utilisées pour nos chemins de fer fédéraux.

Au commencement de 1914 il y en avait déjà 164 en service.

## Sur une correspondance entre les systèmes articulés de l'espace et ceux du plan.

Par M. B. MAYOR, professeur à l'Université de Lausanne.

(Note présentée le 30 Août à l'Académie des Sciences de Paris).

La théorie des transformations linéaires peut être étendue aux systèmes envisagés par la Statique graphique et la résistance des matériaux. Elle conduit, comme je me réserve de le montrer dans une étude plus complète, à des applications du principe de dualité qui sont nouvelles et dont l'une, tout au moins, présente un intérêt pratique évident: tout système articulé gauche, du type ordinaire, peut, en effet, être représenté par un seul système articulé plan, d'un type un peu différent, et cela de façon que le calcul du système plan entraîne le calcul immédiat du système de l'espace.

Pour établir cette propriété, choisissons, tout d'abord, un complexe linéaire  $\Gamma$  dont l'axe coïncide avec l'axe  $Oz$  d'un système coordonné rectangulaire et dont le paramètre  $a$  ne soit ni nul ni infini. Avec M. Lazzeri et dans le but de simplifier le langage, convenons d'appeler *anti-projection* d'un vecteur  $V$ , la projection, sur le plan des  $xy$ , du conjugué de ce vecteur par rapport au complexe  $\Gamma$ . Cette antiprojection  $V'$  est définie dès que l'on connaît ses composantes  $X'$  et  $Y'$  suivant les axes  $Ox$  et  $Oy$ , ainsi que son moment par rapport à  $Oz$ , moment que, contrairement à l'usage, nous désignerons par  $Z'$  au lieu de  $N'$ . Ces quantités, qu'on peut appeler les coordonnées de  $V'$ , sont liées aux projections  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  de  $V$  par les formules<sup>1</sup>:

$$(1) \quad X' = -X, \quad Y' = -Y, \quad Z' = aZ,$$

qui interviendront constamment dans la suite.

<sup>1</sup> B. Mayor, *Statique graphique des systèmes de l'espace* (Rouge & Cie, p. 49).

Ces préliminaires posés, envisageons un système articulé gauche  $S$  possédant  $m$  barres et  $n$  nœuds,  $h$  de ces nœuds étant assujettis à glisser sans frottement sur des surfaces données. Désignons, d'une manière générale, par  $X'_i$ ,  $Y'_i$ ,  $Z'_i$  les coordonnées, par rapport aux axes déjà choisis, de l'antiprojection  $V'_i$  de la force extérieure  $F_i$  qui sollicite l'un quelconque,  $P_i$ , de ces nœuds. Soient ensuite  $A'_{ik}$ ,  $B'_{ik}$ ,  $C'_{ik}$  les coordonnées de l'antiprojection  $V'_{ik}$  d'un vecteur admettant pour ligne d'action l'axe de la barre  $l_{ik}$  qui réunit les nœuds  $P_i$  et  $P_k$ , pour sens celui qui va de  $P_i$  à  $P_k$  et pour intensité un nombre arbitrairement choisi  $V_{ik}$ . En admettant, enfin, que  $P_r$  représente un nœud assujetti à rester sur une surface donnée, nous désignerons par  $A'_r$ ,  $B'_r$  et  $C'_r$  les coordonnées de l'antiprojection  $V'_r$  d'un vecteur dont l'intensité et le sens sont arbitraires, mais qui est porté par la normale au point  $P_r$  de la surface correspondante.

Dans ces conditions, les règles de la statique permettent, en tenant compte des formules (1), de faire correspondre à tout nœud libre, tel que  $P_i$ , trois équations de la forme:

$$(II) \quad \begin{cases} X'_i + \sum T'_{ik} \frac{A'_{ik}}{V'_{ik}} = 0, \\ Y'_i + \sum T'_{ik} \frac{B'_{ik}}{V'_{ik}} = 0, \\ Z'_i + \sum T'_{ik} \frac{C'_{ik}}{V'_{ik}} = 0, \end{cases}$$

et à tout nœud assujetti à une liaison, trois équations du type:

$$(III) \quad X'_r + R'_r \frac{A'_r}{V'_r} + \sum T'_{rs} \frac{A'_{rs}}{V'_{rs}} = 0,$$

dans lesquelles  $T'_{ik}$  et  $R'_r$  représentent les projections, sur le plan des  $xy$ , de la tension engendrée dans la barre  $l_{ik}$  et de la réaction exercée sur le nœud  $P_r$ , tandis que le symbole  $\sum_i$  indique une somme dont les termes correspondent aux diverses barres issues du nœud  $P_i$ .

En exprimant ensuite que l'allongement, supposé infiniment petit, d'une barre quelconque  $l_{ik}$  est proportionnel à la tension qu'elle subit, on obtient  $m$  équations de la forme:

$$A'_{ik} (\delta x_i - \delta x_k) + B'_{ik} (\delta y_i - \delta y_k) - C'_{ik} \frac{\delta z_i - \delta z_k}{a} = \\ = T'_{ik} \mu_{ik} \frac{V'_{ik}}{V'_{ik}},$$

dans lesquelles  $\delta x_i$ ,  $\delta y_i$  et  $\delta z_i$  représentent les projections du déplacement du nœud  $P_i$ , et  $\mu_{ik}$  un coefficient qui caractérise la barre  $l_{ik}$  au point de vue de l'élasticité et que nous appellerons son *module*.

Comme, d'autre part, le nœud  $P_r$  se déplace sur la surface correspondante, on peut encore écrire  $h$  relations de la forme:

$$A'_r \delta x_r + B'_r \delta y_r - C'_r \frac{\delta z_r}{a} = 0.$$

Si l'on pose, enfin,

$$(IV) \quad \delta x_i = -\gamma'_i \delta \omega'_i, \quad \delta y_i = \xi'_i \delta \omega'_i, \quad \delta z_i = a \delta \omega'_i,$$

ces dernières équations prennent respectivement les formes suivantes :

$$(V) \quad A'_{ik} (\gamma'_k \delta \omega'_k - \gamma'_i \delta \omega'_i) + B'_{ik} (\xi'_i \delta \omega'_i - \xi'_k \delta \omega'_k) - C'_{ik} (\delta \omega'_i - \omega'_k) = T' \delta_{ik} \mu_{ik} \frac{V_{ik}^2}{V'_{ik}}$$

et

$$(VI) \quad A'_r \gamma'_r - B'_r \xi'_r + C'_r = 0.$$

Comme les équations (II), (III), (V) et (VI) sont au nombre de  $3n + m + h$ , elles permettent, dans tous les cas où le système  $S$  remplit les conditions qui autorisent son emploi dans l'art de la construction, de déterminer les tensions des barres et les réactions des liaisons; de plus, par l'intermédiaire des formules (IV), dont l'interprétation géométrique est immédiate, elles donnent encore les déplacements de tous les nœuds.

Considérons alors un système articulé  $S'$ , entièrement contenu dans le plan des  $xy$  et constitué de la manière suivante :

Sur la ligne d'action de chaque vecteur tel que  $V'_{ik}$ , choisissons deux points,  $P'_i$  et  $P'_k$ , astreints à la seule condition que le sens qui va de  $P'_i$  à  $P'_k$  soit précisément celui de  $V'_{ik}$ , et supposons que ces points limitent une barre  $l'_{ik}$  appartenant à  $S'$  et caractérisée par un module  $u'_{ik}$  vérifiant la condition

$$u'_{ik} V'^2_{ik} = \mu_{ik} V^2_{ik}.$$

A toute barre de  $S$  correspond ainsi une barre de  $S'$ , tandis qu'à un même nœud  $P_i$  du premier système correspondent autant de points distincts  $P'_i$  qu'il y a de barres aboutissant à ce nœud. Admettons alors que tous ces points  $P'_i$  se confondent avec les centres d'une série d'articulations, à l'aide desquelles on attache les barres correspondantes de  $S'$  à une même plaque ( $P'_i$ ), infiniment mince, mais absolument rigide et de forme arbitraire. Dans ces conditions, aux  $n$  nœuds de  $S$  correspondent dans  $S'$  un même nombre de plaques ( $P'_i$ ), qui peuvent se superposer en partie, mais que nous supposerons libres de se déplacer les unes par rapport aux autres, dans la mesure où le permet l'élasticité des barres qui les réunissent. Admettons, enfin, que toute plaque ( $P'_r$ ), qui correspond à un nœud non libre de  $S$ , soit assujettie à la liaison suivante : un point, invariablement lié à cette plaque et choisi d'une façon quelconque sur la ligne d'action de  $V'_r$ , est astreint à glisser sans frottement sur une courbe située dans le plan des  $xy$  et normale à cette ligne d'action.

Le système  $S'$  constitué de la sorte représente complètement, au point de vue de la Statique graphique, le système  $S$ . On vérifie bien facilement, en effet, que les équations dont dépend le calcul de  $S'$  deviennent rigoureusement identiques aux équations (II), (III), (V) et (VI) lorsqu'on suppose chaque plaque ( $P'_i$ ) sollicitée par une force extérieure représentée par  $F'_i$ . Les quantités  $T'_{ik}$  et  $R'_r$  représentent alors les tensions des barres et les réac-

tions des liaisons; de plus,  $\xi'_i$  et  $\gamma'_i$  sont les coordonnées du point autour duquel s'opère la rotation de la plaque ( $P'_i$ ) à la suite de la déformation causée par les forces extérieures, tandis que  $\delta \omega'_i$  donne la grandeur de cette rotation.

Il convient encore d'ajouter que si l'on peut, comme cela résulte de ce qui précède, faire correspondre à tout système du type de  $S$  une infinité de systèmes  $S'$ , en revanche à un système  $S'$  quelconque ne correspond, en général, aucun système  $S$ .

## CHRONIQUE

### La navigation intérieure et la guerre.

Le jour de l'ouverture des hostilités, tous les chalands et les remorqueurs allemands qui se trouvaient à Bâle ont regagné leur port d'attache, à Mannheim ou à Ruhrort; un câble métallique a été tendu au travers du Rhin à Huningue, et la navigation s'est trouvée complètement interrompue. Plus tard, l'interdiction a été levée, mais les eaux étaient trop basses pour que le trafic pût être repris, et le port de Bâle, qui aurait, sans cela, atteint un mouvement de 140,000 tonnes, n'a enregistré que 80,000 tonnes.

L'interruption du service est due principalement au fait que les chalands se trouvaient à quai en plein courant du Rhin, au lieu de pouvoir s'abriter dans un port en eaux tranquilles; leur stationnement était rendu dangereux, en cas de rupture des amarres, pour les ponts de bateaux situés en aval.

Les remorqueurs ont été utilisés pour le service de surveillance militaire ou pour le transport des blessés et des munitions.

Sur le Rhône, le trafic a été considérablement gêné pendant la mobilisation par l'insuffisance des équipages; toutefois, ceux-ci ont pu être bientôt en partie reconstitués, et un trafic réduit a été maintenu sans interruption entre Lyon et Marseille.

Le directeur de la Compagnie lyonnaise de navigation et de remorquage écrivait récemment que si le Haut-Rhône eût été navigable, il aurait pu parfaitement assurer le service de Marseille à Genève pendant tout l'automne.

Il résulte de ces faits que, si le port de Bâle eût été exécuté et le Haut-Rhône aménagé, la Suisse aurait pu continuer à s'approvisionner depuis la mer par l'une ou l'autre voie, tandis qu'elle en a été réduite aux transports par rail continuellement entravés ou supprimés pendant la guerre.

On voit quelle utilité peut avoir la batellerie dans des circonstances semblables, et combien il importe en outre à un pays neutre, enclavé comme le nôtre, de posséder son matériel flottant et ses équipages nationaux, insaisissables comme appartenant à des particuliers, et naviguant jusqu'à la mer sous pavillon suisse, sur des fleuves internationaux comme le Rhône et le Rhin.

Observons aussi que les difficultés éprouvées aujourd'hui par les marchandises pour leur chargement sur rail à Marseille et à Gênes, par suite de l'encombrement des quais et du défaut de wagons, auraient été supprimées par le transport direct dans les bassins, de navire à chaland, indépendamment du chemin de fer.