

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 43 (1917)  
**Heft:** 25

**Artikel:** Problème d'équilibre tiré de la construction des machines à broder  
**Autor:** Bolle, L.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-33204>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 15.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

ou de la couleur propre des versants. Il serait faux par conséquent de donner des couleurs vives au premier plan et de réserver les tons bleus des lointains pour l'arrière-plan.

*Outillage.* — Une simple bielle constitue, comme on l'a vu, tout l'appareil de mise en perspective; elle doit être longue si l'on veut rendre négligeable la petite déformation, inévitable avec une bielle de longueur finie, qui provient du fait qu'à un déplacement vertical et rectiligne de la pointe sèche correspond un déplacement du crayon suivant un élément de circonférence d'ellipse. Dans les exemples que nous publions ici nous avons utilisé, comme bielles, des règles en bois de trois mètres de longueur.

On peut cependant, comme nous l'avons montré dans la brochure citée, obtenir une transposition rigoureusement géométrique, sans augmenter démesurément la dimension de l'appareil, en remplaçant la bielle par un système articulé, dérivé de l'inverseur de Peaucellier et dont les éléments sont schématiquement représentés dans la fig. 7.

Les points fixes  $E$  et  $F$  de l'inverseur sont solidaires du coulisseau, la pointe sèche est fixée en  $C$  et le crayon en  $H$ . Dans ces conditions, à un déplacement rectiligne quelconque de la pointe sèche, correspond un déplacement rigoureusement parallèle du crayon, réduit dans le rapport exigé par la perspective isométrique.

*Variation de l'angle de vue.* — Dans la perspective isométrique, le terrain est vu sous un angle de plongement d'environ 35 degrés qui est en général d'un effet agréable. On peut cependant se libérer de cette sujétion et dessiner des vues plus ou moins plongeantes. Il suffit pour cela de déplacer le crayon sur l'axe de la bielle et de modifier en conséquence l'échelle des hauteurs. On obtient alors une perspective axonométrique qui n'est plus isométrique.

## Problème d'équilibre

tiré de la construction des machines à broder

par L. BOLLE, D<sup>r</sup> ès sc. tech., Uzwil.

(Suite<sup>1</sup>.)

Passons aux exemples numériques. Nous supposons un poids de 500 kgs (poids approximatif d'un cadre de machine à broder), agissant à l'extrémité d'un levier de 20 cm.; le déplacement vertical du poids pouvant atteindre 40 cm., nous sommes absolument dans les limites des constructions usuelles. Nous aurons donc  $M = 10.000$  kg/cm. et soit  $k = 20$  kg/cm. la constante du ressort que nous voulons employer. Afin d'obtenir un exemple pour chacun de nos trois cas particuliers, nous donnerons successivement à  $b$  les trois valeurs suivantes :

$$b_1 = + 0,134 \quad b_2 = 0 \quad b_3 = - 0,500$$

<sup>1</sup> Voir *Bulletin technique* du 1<sup>er</sup> décembre 1917, p. 237.

Les formules 2, 3 et 4 permettent de calculer à chaque instant  $F$ ,  $f$  et  $p$ . Pour  $\overline{PN}$  et  $\rho$  nous avons les expressions :

$$5) \quad \overline{PN} = p' = \frac{P}{M \sin \alpha} (M \cos \alpha - kp^2)$$

$$6) \quad \rho = p + p'' = - \frac{3kp^2 \cdot p'}{M \sin \alpha} \quad (*)$$

La figure 5 reproduit la courbe qui correspond à la valeur  $b = + 0,134$ . On remarquera tout d'abord que cette courbe possède un point de rebroussement et on se demandera si l'existence d'un pareil point ne rend pas la courbe inutilisable. Nous voyons cependant en suivant le mouvement de roulement de  $d$  que c'est justement en ce point singulier que nous devons attacher l'extrémité du fil. En effet, partons de la position initiale  $\alpha = 0$ , le fil qui est alors enroulé sur la branche extérieure de la courbe se déroulera insensiblement, viendra occuper la position de la tangente commune aux deux branches, puis s'enroulera sur la branche intérieure; le mouvement de la partie tendue du fil sera en tous points égal au mouvement de  $d$ . Cette disposition satisfait donc à toutes les conditions du problème et nous voyons qu'elle reste utilisable d'une façon continue dans tout l'intervalle  $0 \dots \pi$ . Déterminons encore exactement la position du point d'attache du fil. En ce point, qui est un point de rebroussement de la courbe,  $\rho$  est égal à zéro et il résulte de 6) que pour la valeur correspondante de  $\alpha$  l'une des deux grandeurs  $p$  ou  $p'$  doit s'annuler aussi;  $p$  étant en ce point différent de zéro nous devons avoir  $p' = 0$ , ou en tenant compte de 5) et 4) :

$$M \cos \alpha - kp^2 = M \left( \cos \alpha - \frac{1 - \cos^2 \alpha}{2(1 + b - \cos \alpha)} \right) = 0.$$

Cette condition fournit, pour  $\cos \alpha$ , une équation du second degré :

$$7) \quad \cos^2 \alpha - 2(1 + b) \cos \alpha + 1 = 0$$

qui aura dans le cas où  $b < 0$ , toujours une racine comprise entre 0 et +1, à savoir :

$$8) \quad \cos \nu = 1 + b - \sqrt{(1 + b)^2 - 1}.$$

La position du point singulier  $D$  est donc déterminée par l'angle  $\nu$  et la valeur correspondante de  $p$ , ( $p' = 0$ )

$$9) \quad p_\nu (= p_{max}) = \sqrt{\frac{M}{k} \cos \nu}.$$

(\*) Les expressions de  $\overline{PN}$  et  $\rho$  dans le cas d'un moment quelconque sont :

$$\overline{PN} = p' = \frac{P}{M(\alpha)} (M'(\alpha) - kp^2)$$

$$\rho = p + p'' = \frac{P}{M(\alpha)} \{M''(\alpha) + M'(\alpha) - 3kpp'\}.$$

Quant à la position des extrémités  $E$  et  $H$  de la courbe, elle est donnée par les valeurs

$$p_0 = 0 \quad \text{et} \quad p'_0 = \sqrt{\frac{M}{2k \cdot b}}$$

ou  $p_\pi = 0 \quad \text{et} \quad p'_\pi = -\sqrt{\frac{M}{2k(b+2)}}$

On verrait d'ailleurs que ces extrémités sont elles aussi des points de rebroussement (\*) ( $\rho = 0$ ) et que

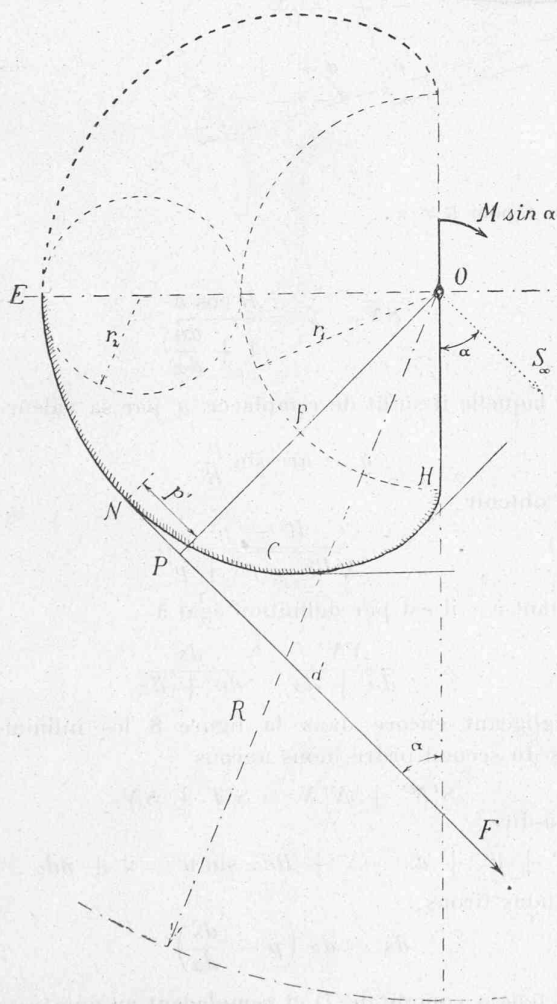


Fig. 6. — Cas particulier 2. Courbe  $C$  pour  $R = \infty$ .

ces points singuliers nous empêcheraient de poursuivre la rotation au delà des limites  $\alpha = 0$  ou  $\alpha = \pi$ ; mais ils ne nous empêchent nullement d'utiliser notre solution dans tout l'intervalle qui nous intéresse.

La courbe qui correspond au cas particulier limite

(\*) Ceci est évident puisque la courbe prolongée pour des valeurs  $\alpha > \pi$  doit être symétrique par rapport à la tangente  $\alpha = \pi$ .

$b = 0$  est représentée par la figure 6. Les expressions si simples de  $p$ ,  $p'$  et  $\rho$ :

$$p = \sqrt{\frac{M}{k}} \cos \frac{\alpha}{2} \quad p' = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

et  $\rho = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$

nous permettraient de rapporter notre courbe à un autre système de coordonnées et de reconnaître que nous avons affaire à un arc d'épicycloïde; on trouverait pour le rayon du cercle de base  $r_1$  et celui du cercle mobile  $r_2$  les valeurs

$$r_1 = 2r_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{M}{k}}$$

Ces deux cercles ont été tracés dans la figure 6. La partie de l'épicycloïde qui nous intéresse est donc comprise entre le sommet ( $\alpha = 0$ ) et le point de rebroussement ( $\alpha = \pi$ ). Ici encore il est impossible d'utiliser notre solution au delà des limites de l'intervalle  $0 \dots \pi$ . Cependant la partie pointillée de la courbe (valeurs de  $\alpha$  comprises entre 0 et  $-\pi$ ) serait encore utilisable sans discontinuité si le système de liaison nous permettait de comprimer le ressort après l'avoir complètement détendu.

Pour le dernier cas particulier (fig. 7), nous avons donc choisi  $b = -0,500$ . La solution ne devient réelle qu'à partir de la limite  $\alpha = \lambda = \frac{\pi}{3}$  valeur pour laquelle  $p$  et  $p'$  sont tous deux infinis. La courbe  $C$  possède donc une branche parabolique dans la direction  $OE$ ; elle se rapproche ensuite de  $O$  et vient aboutir en  $H$  tangentielllement à  $OH$ .  $H$  est ici encore un point de rebroussement qui nous empêche de dépasser la limite  $\alpha = \pi$ . Notre solution n'est donc réelle que dans l'intervalle  $\lambda \leq \alpha \leq \pi$ .

Donnons maintenant à  $R$  une valeur finie et examinons ce que deviennent les trois courbes précédentes pour cette nouvelle position de  $S$ . Une tangente quelconque de la nouvelle courbe est ici définie par sa distance  $p$  à l'axe  $O$  et par la position correspondante  $\alpha$  de  $S$  dans le plan  $A$ .

Soit pour cette tangente:  $\mathcal{L}$ , la distance du point de contact  $N$  à  $S$ ;  $u$ , l'angle  $OSN$  (Fig. 8). Choisissons une position  $S'(\alpha + d\alpha)$  voisine de  $S$  et construisons la nouvelle tangente; elle touchera  $C$  en un point  $N'$  infiniment rapproché de  $N$  et les grandeurs correspondantes  $S'N'$  et  $\sphericalangle OS'N'$  auront les valeurs

$$S'N' = \mathcal{L} + d\mathcal{L} \quad \text{et} \quad \sphericalangle OS'N' = \sphericalangle OSN + du$$

L'angle formé par ces deux tangentes voisines sera par conséquent égal à  $d\alpha + du$  et nous pourrions écrire, en négligeant les infiniment petits du second ordre: (triangle  $NSS'$ )

$$S'T = \mathcal{L}(d\alpha + du) = R \cdot d\alpha \cdot \cos u;$$

il en résulte l'expression de  $\mathcal{L}$

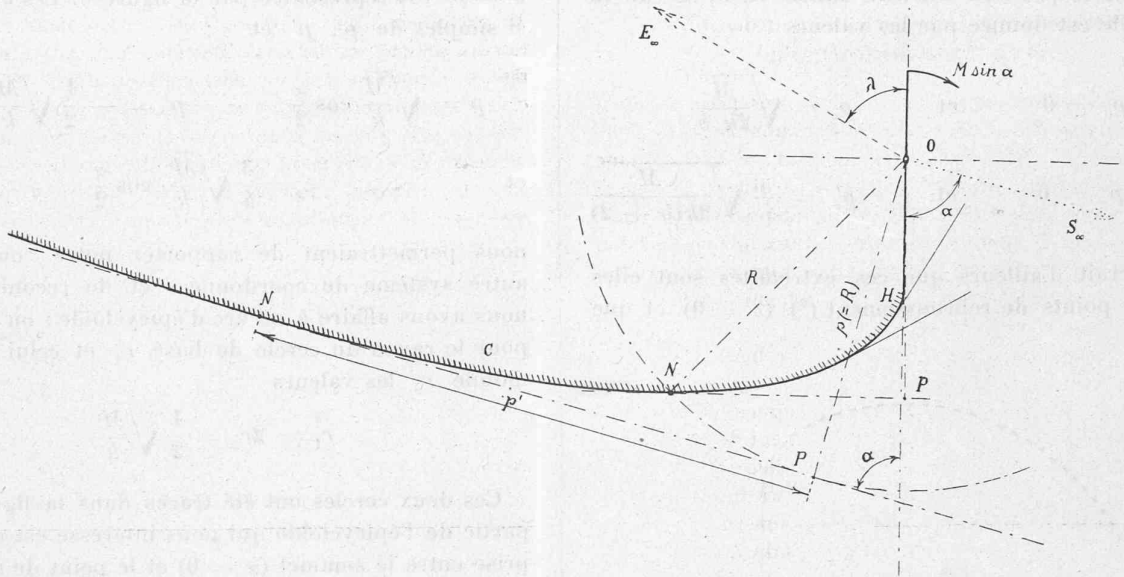


Fig. 7. — Cas particulier 3. Courbe C pour  $R = x$ .

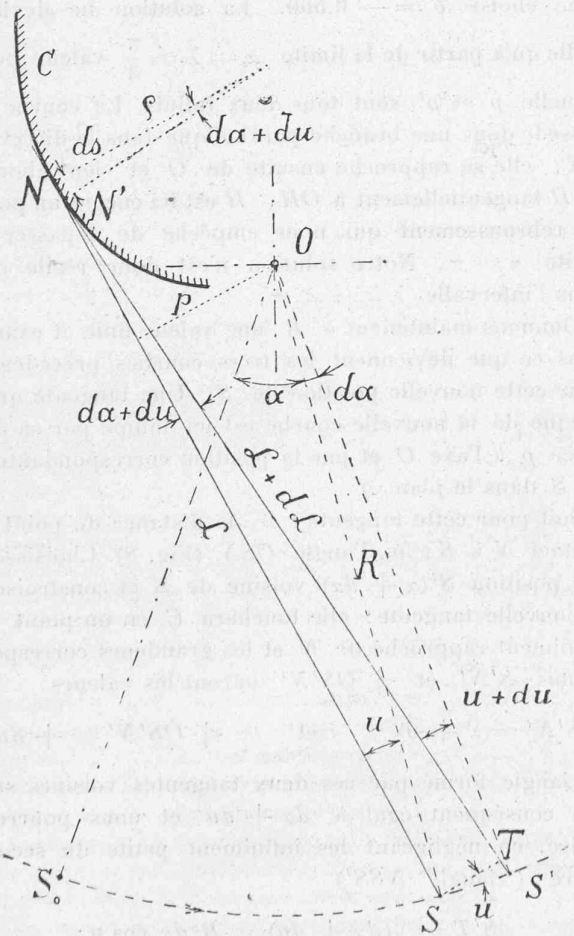


Fig. 8.

$$\overline{SN} = \varrho = \frac{R \cos u}{1 + \frac{du}{dx}}$$

dans laquelle il suffit de remplacer  $u$  par sa valeur

$$u = \arcsin \frac{p}{R}$$

pour obtenir

$$10) \quad \varrho = \frac{R^2 - p^2}{\sqrt{R^2 - p^2 + p'}}$$

Quant à  $\rho$  il est par définition égal à

$$\rho = \frac{NN'}{du + dx} = \frac{ds}{du + dx};$$

Négligeant encore dans la figure 8 les infiniment petits du second ordre, nous aurons

$$S'N' + N'N = S'T + SN$$

c'est-à-dire

$$\varrho + d\varrho + ds = \varrho + Rdx \sin u = \varrho + p dx,$$

d'où nous tirons

$$ds = dx \left( p - \frac{d\varrho}{dx} \right)$$

En tenant compte de 7) et remplaçant au numérateur de  $\rho$  on trouverait finalement

$$11) \quad \rho = \sqrt{R^2 - p^2} \cdot \frac{3pp' + 3pp'\sqrt{R^2 - p^2} + (p + p'')(R^2 - p^2)}{(\sqrt{R^2 - p^2} + p')^3} \quad (A \text{ suivre}).$$

### Rectification.

A la page 240, 2<sup>e</sup> colonne, dernière ligne, avant les formules 2, 3 et 4 : La constante  $b$  ne désigne pas  $\frac{\mathcal{E}_0}{M}$  mais  $\frac{\mathcal{E}_0}{M}$  où  $\mathcal{E}_0$  est l'énergie potentielle du ressort pour la position  $\alpha_0$  de l'arbre.