

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 43 (1917)  
**Heft:** 26

**Artikel:** Problème d'équilibre tiré de la construction des machines à broder  
**Autor:** Bolle, L.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-33205>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 15.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Réd. : D<sup>r</sup> H. DEMIERRE, ing.  
2, Valentin, Lausanne

Paraissant tous les  
15 jours

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

SOMMAIRE : *Problème d'équilibre tiré de la construction des machines à broder*, par L. Bolle, D<sup>r</sup> ès sc. tech., Uzwil (suite). — Locomotives et automotrices à accumulateurs. — Villa « La Printanière », à La Tour-de-Peilz. (Planches 20 et 21). — Société et Section vaudoise S. I. A. — Société genevoise des Ingénieurs et des Architectes. — *Bibliographie*.

## Problème d'équilibre tiré de la construction des machines à broder

par L. BOLLE, D<sup>r</sup> ès sc. tech., Uzwil.

(Suite<sup>1</sup>.)

Cherchons maintenant si les nouvelles courbes  $C$  possèdent de nouveaux points singuliers.

Nous considérons d'abord l'expression (10). Selon les valeurs respectives de  $R$ ,  $p$  et  $p'$ ,  $\varrho$  pourra devenir :

1.  $\varrho = \infty$ , si une valeur quelconque de  $z$  annule le dénominateur de (10)

$$\sqrt{R^2 - p^2} + p' = 0;$$

le point correspondant de  $C$  est rejeté à l'infini sur la

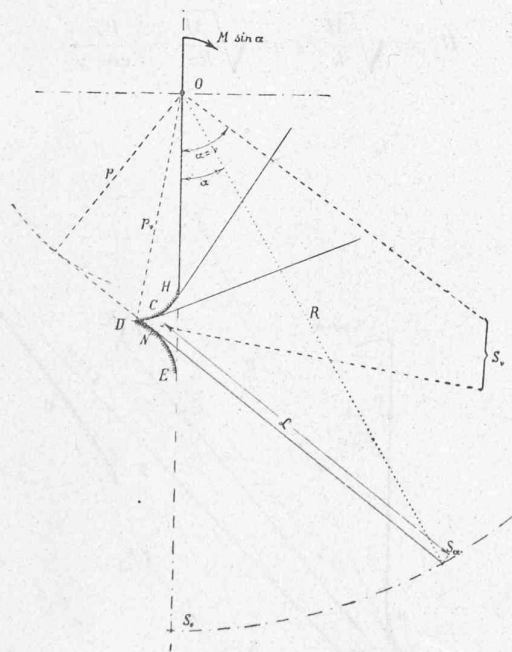


Fig. 9. — Cas particulier 1. Courbe  $C$  pour  $R \neq \infty$ .

tangente  $z$ ; cette tangente sera donc une asymptote de la nouvelle courbe.

2.  $\varrho = 0$  si nous avons une fois  $p = R$ ; la courbe, si elle ne se réduit pas toute entière à un point, possède

alors un point d'arrêt puisque pour toutes les valeurs de  $z$  qui rendent  $p > R$ ,  $\varrho$  est imaginaire.

On reconnaît facilement à l'aide des figures 5, 6, 7 si les courbes qui correspondent à des valeurs particulières de  $R$  présentent ces singularités. En effet : dessinons une circonférence de centre  $O$  et de rayon  $R$  et menons, pour autant que cela est possible, d'une part la tangente commune à la courbe et à la circonférence, d'autre part la tangente à la courbe en son point d'intersection avec la circonférence. La première de ces tangentes (Fig. 7), détermine évidemment la valeur de  $z$  qui donne lieu au point d'arrêt de la nouvelle courbe, puisque pour cette tangente  $p = R$ . Quant à la seconde (Fig. 5 et 6), elle donne entre  $p$ ,  $p'$  et  $R$  la relation : (triangle  $OPN$ )

$$PN = |p'| = \sqrt{R^2 - p^2}$$

qui ne rendra  $\varrho$  infini que si  $p'$  est négatif. ( $N$  vu de  $O$  à droite de  $P$ ). De nos trois cas particuliers et pour les valeurs choisies de  $R$ , seul le troisième cas présentera les nouvelles singularités.

Examinons maintenant l'expression (11) de  $\rho$  dans laquelle nous remplaçons au numérateur  $p + p''$  par la valeur trouvée précédemment (6); il vient :

$$11^*) \quad \rho = \frac{3pp'\sqrt{R^2 - p^2}}{(\sqrt{R^2 - p^2} + p')^3} \left\{ p' + \sqrt{R^2 - p^2} - \frac{kp}{M \sin \alpha} \cdot (R^2 - p^2) \right\}$$

Le rayon de courbure de la nouvelle courbe pourra s'annuler de plusieurs façons :

1. Soit  $p$  ou  $p'$  est nul. Nous retrouvons les mêmes conditions què dans notre première hypothèse  $R = \infty$ . Les points de rebroussement signalés dans les anciennes courbes réapparaîtront dans les nouvelles pour les mêmes valeurs de  $\alpha$  (à savoir : premier cas :  $\alpha = 0$ ,  $\alpha = \nu$ ,  $\alpha = \pi$ ; deuxième et troisième cas :  $\alpha = \pi$ ).

2. Ou bien  $R = p$  condition qui correspond au point d'arrêt déjà signalé.

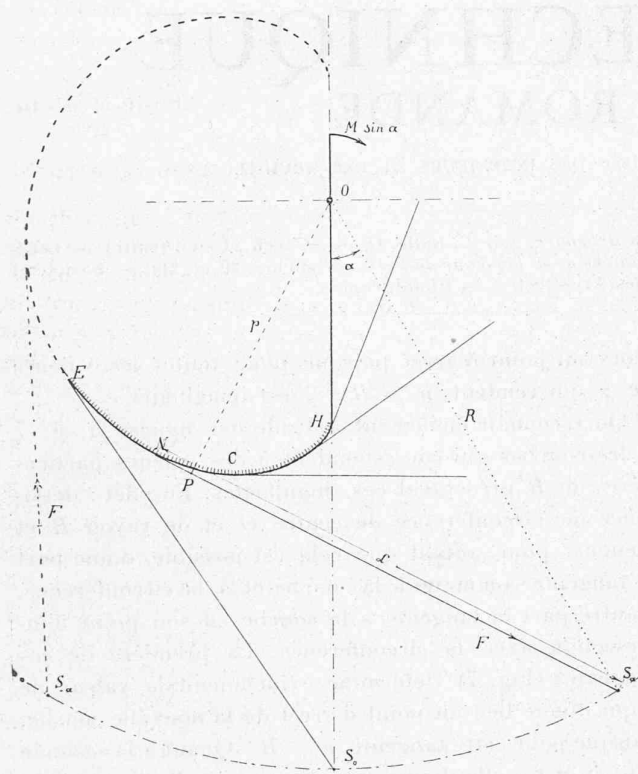
3. Ou enfin

$$12) \quad p' + \sqrt{R^2 - p^2} - \frac{kp}{M \sin \alpha} \cdot (R^2 - p^2) = 0.$$

Remplaçons dans cette expression  $p'$  par sa valeur (5) et réduisons les termes semblables; il reste

$$\frac{P}{M \sin \alpha} (\cos \alpha - kR^2) - \sqrt{R^2 - p^2} = 0.$$

<sup>1</sup> Voir *Bulletin technique* du 15 décembre 1917, p. 249.

Fig. 10. — Cas particulier 2. Courbe C pour  $R \neq \infty$ .

Après une série de transformations élémentaires, et en tenant compte de 4), nous obtenons finalement la condition

$$13) \quad R^4 - 2 \frac{M}{k} (1 + b) R^2 + \frac{M^2}{k^2} = 0$$

dans laquelle  $z$  disparaît. Une valeur arbitraire de  $R$  ne satisfaisant pas en général à cette dernière équation, le rayon de courbure ne s'annulera qu'aux points singuliers que nous venons de considérer (1<sup>er</sup> et 2<sup>e</sup>). Ce n'est que pour des valeurs particulières de  $R$  que notre troisième condition peut être satisfaite, mais elle le sera alors identiquement et  $\rho$  étant constamment nul, la nouvelle courbe se réduira tout entière à un point. Abstraction faite de ce cas tout particulier sur lequel nous reviendrons, nous sommes maintenant tout à fait renseignés sur l'allure que prendront nos nouvelles courbes  $C$  pour une valeur quelconque de  $R$  (voir Fig. 9, 10 et 11). Nous voyons que notre solution reste pour les cas 1 et 2, et la valeur choisie de  $R$  parfaitement utilisable dans tout le domaine  $0 \dots \pi$ ; (\*) quant au troisième cas, il présente de nouvelles singularités qui réduisent encore le domaine dans lequel on pourra l'utiliser pratiquement. Non seulement la courbe reste imaginaire, au delà de la limite  $\lambda$  jusqu'au point d'arrêt  $I$ , mais la

(\*) Ceci ne reste vrai que si  $R$  reste supérieur à la plus grande des racines  $R_1$ , et  $R_2$  de l'équation 13: pour  $R$  compris entre ces deux valeurs (cas 4) le point de rebroussement n'est plus point d'attache du fil et nous avons alors une discontinuité dans la solution.

branche qui part de ce point est encore inutilisable puisque le fil devrait transmettre une poussée du ressort. Ce n'est qu'à partir de l'asymptote (c'est-à-dire pour les valeurs numériques choisies, à partir de  $z \cong 90^\circ$ , que la solution devient utilisable. On se persuadera d'ailleurs facilement que si grand qu'on choisisse  $R$  on aura toujours une asymptote et par conséquent toujours une partie du domaine  $\lambda \dots \pi$  dans laquelle la réalisation pratique reste impossible.

Donnons encore quelques détails sur la solution particulière dans laquelle la courbe  $C$  se réduit à un point. Les valeurs  $R_1$  et  $R_2$  pour lesquelles ceci a lieu sont donc les racines de l'équation bicarrée 13). Plutôt que de résoudre directement cette équation, nous faisons la

substitution  $z = \frac{R^2 k}{M}$ , il vient

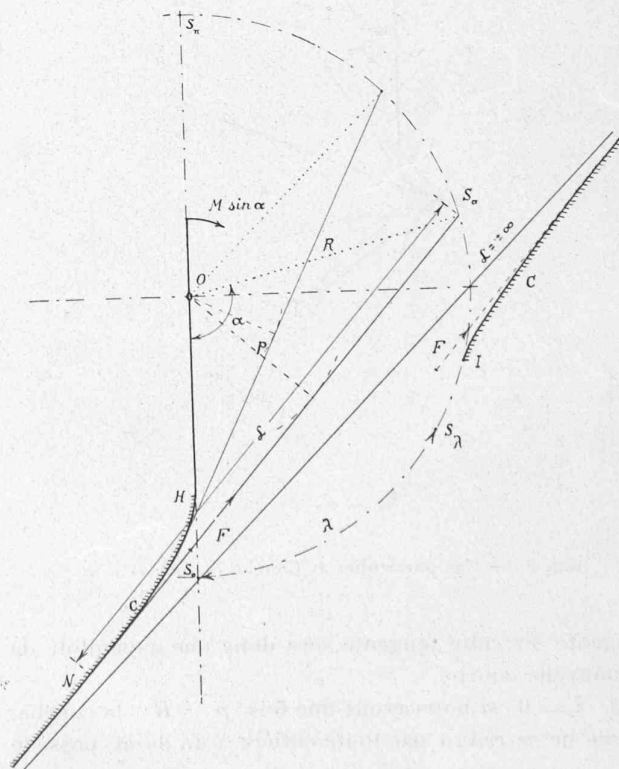
$$z^2 - 2(1 + b)z + 1 = 0.$$

Cette équation dont les racines  $z_1$  et  $z_2$  sont réelles et positives pour  $b > 0$  (1<sup>er</sup> cas), égales toutes deux à 1 pour  $b = 0$  (2<sup>e</sup> cas), et imaginaires pour  $b < 0$  (3<sup>e</sup> cas) est la même que celle que nous avons obtenue plus haut (7) pour déterminer  $\cos \nu$ . Il est dès lors évident qu'une des valeurs cherchées est égale à (8 et 9)

$$R_1 = \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot z_1 = \sqrt{\frac{M}{k}} \cos \nu = p_\nu = p_{\max}$$

tandis que l'autre sera

$$R_2 = \sqrt{\frac{M}{k}} z_2 = \sqrt{\frac{M}{k z_1}} = \frac{p_\nu}{\cos \nu}.$$

Fig. 11. — Cas particulier 3. Courbe C pour  $R \neq \infty$ .

Si nous donnons à  $R$  une de ces deux valeurs, il suffira d'attacher l'extrémité du fil à un point  $C$  participant au mouvement de  $O$  pour maintenir constamment cet arbre en équilibre (Fig. 12).

Il est dès lors évident que la grandeur  $\mathcal{L}$  qui mesure dans ce cas la distance instantanée des points  $S$  et  $C$ , ne pourra différer de  $f$  que par une constante, car nous

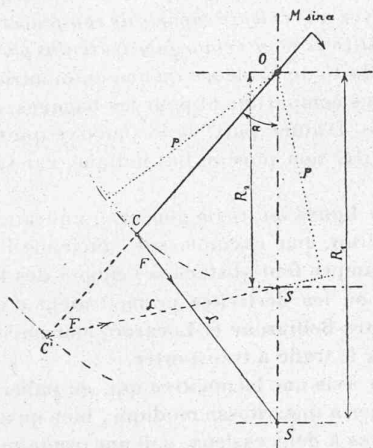


Fig. 12. — Solution pour  $R = R_1$  ou  $R = R_2$  (Cas particulier 1).

n'avons plus d'enroulement du fil. Nous allons montrer que cette constante est ici égale à 0. En effet, pour une des deux valeurs  $R_1$  ou  $R_2$  la condition (12) étant identiquement satisfaite nous aurons (4 et 3)

$$\mathcal{L} = \frac{R^2 - p^2}{p' + \sqrt{R^2 - p^2}} = \frac{M \sin \alpha}{kp} = f$$

La force  $F$  qui retient le point  $C$  est donc proportionnelle à  $SC$  et son moment par rapport à  $O$  ( $Fp = M \sin \alpha$ ) sera représenté par la surface du triangle  $OCS$

$$\text{surf. } \Delta OCS = \frac{F}{k} \cdot p = \frac{M \sin \alpha}{k}$$

Cette remarque nous permet de déterminer facilement la distance  $OC$  ou mieux de montrer que  $R$  et  $OC$  sont respectivement égaux aux deux racines  $R_1$  et  $R_2$ . En exprimant à l'aide de ces deux côtés la surface du triangle  $OCS$  et comparant à la valeur ci-dessus on trouverait la relation

$$R \cdot OC = \frac{M}{k};$$

$\frac{M}{k}$  étant la racine carrée du terme connu dans l'équation bicarrée (13) on en conclut que si  $R$  est égal à une des racines,  $OC$  sera égal à l'autre (Fig. 12).

Les solutions qui correspondent à ces valeurs particulières de  $R$  sont assurément les plus simples à réaliser pratiquement; elles sont en outre valables sans discon-

tinuité pour une rotation complète de  $O$ . Mais pour que ces solutions soient réelles il faut nécessairement que  $b \geq 0$ , c'est-à-dire que nous ayons affaire à un des cas particuliers 1 ou 2.

(A suivre).

### Locomotives et automotrices à accumulateurs.

La maison *Brown, Boveri & Cie*, à Baden, a soumis à la Direction générale des C. F. F. à fin avril 1917 un projet de *voiture automotrice à accumulateurs*, qui demandait toutefois à être encore précisé et complété sur divers points essentiels. « A fin juillet dernier, dit le rapport de la Direction générale au Conseil d'administration, nous reçûmes un projet rectifié, dont les caractéristiques principales, au point de vue de l'exploitation, sont les suivantes :

» Il s'agit d'une voiture à deux essieux de 9,56 m. de longueur, à 38 places, [sans compartiment pour les bagages ni pour la poste. A vide, elle pèse 27 800 kg., dont 13 200 kg. sont représentés par la voiture, caisse comprise, et 14 600 kg. par les parties électrique et mécanique (moteurs et appareils 5400 kg., batterie 9200 kg.). En charge, son poids est de 30 800 kg., ce qui fait une charge par essieu de 15 400 kg. Elle possède le frein Westinghouse et le chauffage à air chaud. Sa vitesse de marche est de 38,5 km.-h. en palier et de 26,5 km.-h. sur les rampes jusqu'à 10 ‰, et son rayon d'action de 126 km. dans le cas le plus favorable (en palier). Elle coûte fr. 123 000.

» Il n'est pas possible de faire remorquer d'autres voitures à ces automotrices. En revanche, comme elles sont à commande multiple, on pourrait en réunir plusieurs en un seul train quand il y aurait affluence de voyageurs.

» Le 10 octobre 1917, il nous a encore été soumis un projet de *locomotive à accumulateurs*, ou mieux un projet de train composé d'une locomotive à accumulateurs et de deux voitures, à accouplement raccourci, pouvant toutefois être remplacées par des voitures de type normal.

» Les caractéristiques de la locomotive et du train sont les suivantes : (fig. 1)

	Locomotive kg.	Voitures kg.	Total kg.
Poids (tare) . . . . .	13 500	28 000	
Batterie . . . . .	25 000	—	
Charge . . . . .	—	13 000	
Équipement électrique . . . . .	6 400	100	
	44 900	41 100	86 000
Charge par essieu . . . . .	15 000	10 250	

Frein à main et chauffage à air chaud.

Vitesse de marche 38 km.-h. en palier et 25 km.-h. sur les rampes jusqu'à 10 ‰; rayon d'action en palier 140 km.

Capacité : 108 places assises et 65 places debout; total 173. Pas de compartiment pour les bagages ni pour la poste.

Prix d'une locomotive fr. 160 000.

» Depuis lors, les *Ateliers de construction d'Oerlikon* nous ont encore soumis des projets pour des locomotives de diverses grandeurs, qui s'écartent, sur quelques points, de celles dont nous parlons ici.

» Les véhicules à accumulateurs qui nous sont offerts seraient certainement utilisables. Abstraction faite du service de banlieue proprement dit, assuré à l'aide de nombreuses voitures se succédant à des intervalles rapprochés, ils pourraient être affectés, pour le transport des voyageurs exclusivement, aux courses généralement peu utilisées. Citons, par