Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 48 (1922)

Heft: 16

Inhaltsverzeichnis

48e année — 5 août 1922 — N° 16

BULLETIN TECHNIQUE
DE LA SUISSE ROMANDE

Réd. : Dr H. Demierre, ing. — Paraissant tous les 15 jours

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

Recherches sur les variations
et sur la répartition de la température
dans le barrage de Montsalvens,

par P. Joye, professeur à l'Université de Fribourg,
et A. Christen, docteur ès sciences.

(Suite[1].)

5. La recherche des coefficients numériques de la formule $R_t = R_o\,(1 + at + bt^2)$ présente une grande importance. Nous l'avons poursuivie par la méthode des moindres carrés, en donnant à l'expression la forme :

$$r = A + Bt + Ct^2$$

soit A', B', C' des valeurs approchées des coefficients A, B, C et r', la valeur qui résulte de l'adoption de ces coefficients.

$$A = A' + \alpha \qquad B = B' + \beta \qquad C = C' + \gamma$$
$$r = r' + \delta$$
$$\delta = \alpha + \beta t + \gamma t^2.$$

La théorie des probabilités, appliquée au calcul des erreurs, montre que la somme des carrés des erreurs est minima lorsque α, β et γ sont déterminées par les trois équations simultanées :

$$(1) \quad \begin{aligned} \alpha\Sigma a_\varrho^2 + \beta\Sigma a_\varrho b_\varrho + \gamma\Sigma a_\varrho c_\varrho &= \Sigma a_\varrho \delta_\varrho \\ \alpha\Sigma a_\varrho b_\varrho + \beta\Sigma b_\varrho^2 + \gamma\Sigma b_\varrho c_\varrho &= \Sigma b_\varrho \delta_\varrho \\ \alpha\Sigma a_\varrho c_\varrho + \beta\Sigma b_\varrho c_\varrho + \gamma\Sigma c_\varrho^2 &= \Sigma c_\varrho \delta_\varrho \end{aligned}$$

dans lesquelles :

$$a = \frac{\partial r}{\partial A} = 1$$

$$b = \frac{\partial r}{\partial B} = t$$

$$c = \frac{\partial r}{\partial C} = t^2$$

Le système (1) devient (en désignant par n le nombre des mesures) :

$$\begin{aligned} \alpha n + \beta\Sigma t + \gamma\Sigma t^2 &= \Sigma\delta_\varrho \\ \alpha\Sigma t + \beta\Sigma t^2 + \Sigma t^3 &= \Sigma t_\varrho\delta_\varrho \\ \alpha\Sigma t^2 + \beta\Sigma t^3 + \gamma\Sigma t^4 &= \Sigma t_\varrho^2\delta_\varrho \end{aligned}$$

[1] Voir *Bulletin technique* du 8 juillet 1922, page 157.

Les formules de Cramer donnent, en désignant par Δ les déterminants :

$$\Delta = \begin{vmatrix} n & \Sigma t & \Sigma t^2 \\ \Sigma t & \Sigma t^2 & \Sigma t_3 \\ \Sigma t^2 & \Sigma t^3 & \Sigma t^4 \end{vmatrix} \qquad \Delta_1 = \begin{vmatrix} \Sigma\delta_\varrho & \Sigma t & \Sigma t^2 \\ \Sigma t_\varrho\delta_\varrho & \Sigma t^2 & \Sigma t^3 \\ \Sigma t_\varrho^2\delta_\varrho & \Sigma t^3 & \Sigma t^4 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} n & \Sigma\delta_\varrho & \Sigma t^2 \\ \Sigma t & \Sigma t_\varrho\delta_\varrho & \Sigma t^3 \\ \Sigma t^2 & \Sigma t_\varrho^2\delta_\varrho & \Sigma t^4 \end{vmatrix} \qquad \Delta_3 = \begin{vmatrix} n & \Sigma t & \Sigma t_\varrho \\ \Sigma t & \Sigma t^2 & \Sigma t_\varrho\delta_\varrho \\ \Sigma t^2 & \Sigma t^3 & \Sigma t_\varrho^2\delta_\varrho \end{vmatrix}$$

$$\alpha = \frac{\Delta_1}{\Delta} \qquad \beta = \frac{\Delta_2}{\Delta} \qquad \gamma = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

La résistance de chaque thermomètre ayant été mesurée de 3 en 3 degrés, de 0° à 24°, le calcul est considérablement simplifié :

On a en effet :

$$n = 8 \qquad \Sigma t = 108 \qquad \Sigma t^2 = 1836$$

$$\Delta = 4{,}1150768 \times 10^7 \qquad \frac{1}{\Delta} = 2_1 4301 \times 10^{-8}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \Sigma\delta_\varrho & 108 & 1836 \\ \Sigma t_\varrho\delta_\varrho & 1836 & 34.992 \\ \Sigma t_\varrho^2\delta_\varrho & 34.992 & 710.532 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 8 & \Sigma\delta_\varrho & 1836 \\ 108 & \Sigma t_\varrho\delta_\varrho & 34.992 \\ 1836 & \Sigma t_\varrho^2\delta_\varrho & 710.532 \end{vmatrix} \qquad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 8 & 108 & \Sigma t_\varrho \\ 108 & 1836 & \Sigma t_\varrho\delta_\varrho \\ 1836 & 34.992 & \Sigma t_\varrho^2\delta_\varrho \end{vmatrix}$$

Dans le développement de chaque déterminant 2 des facteurs, dans les produits 3 à 3, restent les mêmes, quel que soit le thermomètre à calculer. Si nous faisons le calcul :

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 8{,}0091 \,.\, 10^7\ \Sigma\delta_\varrho - 1{,}24924 \,.\, 10^7\ \Sigma t_\varrho\delta_\varrho \\ &\quad + 4{,}0825 \,.\, 10^5\ \Sigma t_\varrho^2\delta_\varrho \\ \Delta_2 &= -1{,}24921 \,.\, 10^7\ \Sigma\delta_\varrho + 1{,}49336 \,.\, 10^6\ \Sigma t_\varrho\delta_\varrho \\ &\quad - 8{,}1648 \,.\, 10^4\ \Sigma t_\varrho^2\delta_\varrho \\ \Delta_3 &= 4{,}0824 \,.\, 10^5\ \Sigma\delta_\varrho - 7{,}9648 \,.\, 10^5\ \Sigma t_\varrho\delta_\varrho \\ &\quad + 3{,}004 \,.\, 10^3\ \Sigma t_\varrho^2\delta_\varrho \end{aligned}$$

Nous donnons quelques détails sur le calcul des coefficients d'un thermomètre.

Désignons par r_m la résistance du thermomètre mesurée aux différentes températures, par r' la résistance obtenue