

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande

**Band:** 52 (1926)

**Heft:** 23

**Artikel:** Recherches sur l'écoulement en régime permanent dans un canal à plafond horizontal débitant librement à son extrémité aval

**Autor:** Golaz, Maurice

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-40325>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 30.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

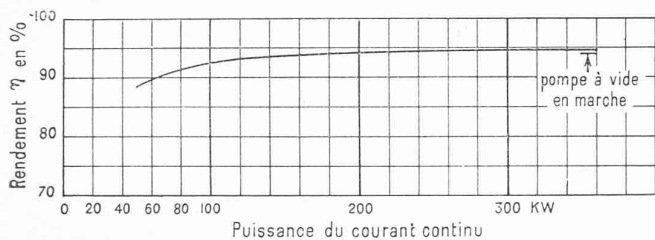


Fig. 5. — Rendement total déterminé par mesure directe de l'installation complète du redresseur et du transformateur, en fonction de la puissance du courant continu.

Nous devons à l'obligeance de M. E. Vez, directeur des Chemins de fer électriques veveysans, la communication des résultats d'exploitation suivants et du graphique de la fig. 5 dressé par l'«Institution de contrôle de l'Association suisse des Electriciens».

Résultats comparatifs d'exploitation.

Consommation d'énergie durant la dernière année d'exploitation au moyen des groupes moteurs-générateurs : 912 400 kWh. Consommation d'énergie durant la première année d'exploitation au moyen du groupe redresseur : 730 000 kWh. Economie : 20%.

Les clichés des figures 1 à 4 sont la propriété de la Société Brown, Boveri & Cie.

## Recherches sur l'écoulement en régime permanent dans un canal à plafond horizontal débitant librement à son extrémité aval,

par MAURICE GOLAZ, ingénieur, à Paris.

Considérons un canal à section rectangulaire de largeur  $b$  fonctionnant comme canal de décharge d'un lac-réservoir. La pente longitudinale du plafond est supposée négative et progressivement décroissante sur  $L_1$ , rigoureusement nulle sur  $L_2$ , positive sur  $L_3$ , la loi de variation en  $L_1$  et  $L_3$  étant sensiblement celle représentée sur la fig. 1. La vitesse d'approche est supposée nulle. Imaginons en  $B$  une vanne  $V$ , de largeur  $b$  et de hauteur  $H_0$ .

On se propose de déterminer le débit de régime  $Q$ , en régime permanent en courant, qui s'établira dans le canal, en supposant la vanne  $V$  complètement effacée.

Désignons par :

- $x$  la distance d'un profil  $\pi$  au point  $A$ , pris comme origine,
- $t$  le tirant d'eau,
- $\Omega$  la section mouillée =  $b.t$ ,
- $P$  le périmètre mouillé =  $(b + 2t)$
- $R$  le rayon hydraulique,
- $q$  le débit linéaire =  $\frac{Q}{b}$ ,

$$v_m \text{ la vitesse moyenne} = \frac{Q}{b.t} = \frac{q}{t},$$

$H$  la hauteur de charge,

$\Delta h$  la perte de charge mesurée entre  $A$  et le profil  $\pi$ ,

$\chi$  un coefficient défini par la relation,

$$\chi = \frac{\int^{\Omega} v^2 . d\omega}{v_m^2 \Omega} \quad 1,0 < \chi < 1,1$$

et tenant compte du fait que la force vive d'un courant liquide diminue si l'on substitue aux vitesses effectives  $v$  des divers filets parallèles une vitesse moyenne  $v_m$ .

D'après la définition même de la ligne de charge et en admettant le parallélisme des filets liquides sur le tronçon  $AB$ , on a, dans le profil  $\pi$ , la relation :

$$(1) \quad H = t + \chi \frac{v_m^2}{2g} = t + K.$$

Supposons que l'ordonnée de la ligne de charge au point  $A$  soit une expression de la forme

$$H_A = \xi H_0 \quad \text{avec} \quad \xi \leq 1.$$

Dans ces conditions on a

$$H = H_A - \Delta h = \xi H_0 - \Delta h.$$

Le coefficient  $\xi$  tient compte de la forme du radier  $L_1$ .

Si ce tronçon est judicieusement construit, on peut, avec suffisamment d'exactitude, admettre que la valeur de  $\xi$  est très voisine de l'unité. On aura alors

$$H = H_0 - \Delta h.$$

En utilisant les notations du début, la relation (1) peut s'écrire

$$(2) \quad H = \frac{t^3 + C}{t^2} \quad \text{avec} \quad C = \frac{\chi q^2}{2g}.$$

Remarquons qu'à toute valeur de  $t$  correspond, pour un débit donné  $q$ , une seule valeur de  $H$ . Par contre, à toute valeur de  $H$  correspond un système de trois racines de  $t$ , dont deux,  $t'$  et  $t''$  sont positives.

Il est intéressant de rechercher la valeur du minimum de la fonction  $H = F(t)$  définie par (2). Pour cela, il suffit de poser

$$\frac{dH}{dt} = 0.$$

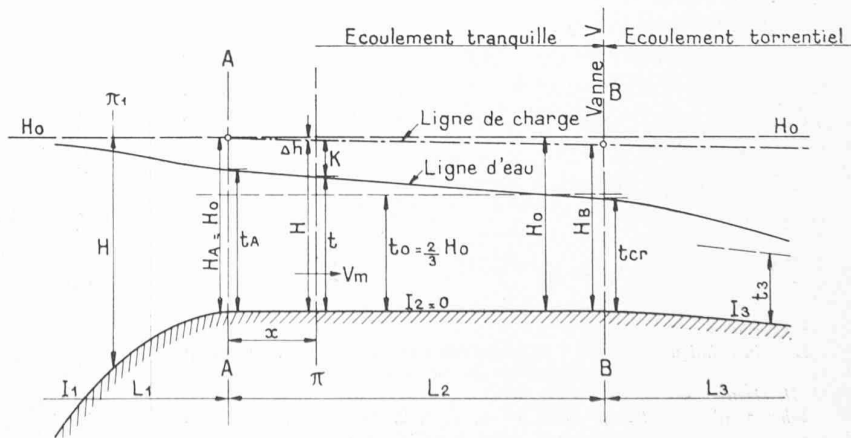


Fig. 1.

En résolvant par rapport à  $t$ , il vient

$$(3) \quad t = \sqrt[3]{\frac{\chi q^2}{g}} = t_{cr}.$$

La valeur particulière de  $t$  pour laquelle la fonction  $H = F(t)$  passe par un minimum est appelée tirant critique  $t_{cr}$ . La valeur minima de  $H$  est dite charge critique  $H_{cr}$ .

Charge et tirant critiques sont liés par la relation extrêmement simple

$$(4) \quad H_{cr} = \frac{3}{2} t_{cr}$$

que l'on obtient en partant de (2). C'est l'expression, sous une forme différente, du principe du débit maximum énoncé pour la première fois par Bélanger.

Il est encore nécessaire de faire remarquer que des deux racines  $t'$  et  $t''$ , l'une  $t' > t_{cr}$ , l'autre  $t'' < t_{cr}$ . Ces deux valeurs  $t'$  et  $t''$  définissent, comme on le sait, deux natures de régime d'écoulement caractérisées par des propriétés essentiellement différentes. La première définit l'écoulement *tranquille*, la deuxième l'écoulement *torrentiel*<sup>1</sup>.

Le passage du régime tranquille au régime torrentiel, le seul qui intervienne ici, se produit toujours sans transition apparente, dans le profil où la pente du radier s'accroît. Le tirant d'eau en ce point est précisément le tirant critique  $t_{cr}$ . On peut remarquer que la condition précédente n'est pas nécessaire pour entraîner ce changement de régime, lequel peut encore se produire dans un bief à pente constante, dont la rugosité des parois diminuerait brusquement.

Si l'on examine le canal représenté sur la figure 1 on voit immédiatement que le changement de régime doit se produire nécessairement au point  $B$ . Si  $H_B$  désigne l'ordonnée de la ligne de charge en  $B$ , le tirant d'eau s'obtiendra en appliquant la relation (4), c'est-à-dire que l'on aura

$$t_{cr} = \frac{2}{3} H_B.$$

Le régime d'écoulement sera tranquille en amont de  $B$  et torrentiel en aval.

Le tirant d'eau en aval de  $B$  tend vers une valeur limite  $t_3$  pour laquelle l'écoulement est uniforme. Cette valeur  $t_3 < t_{cr}$  s'obtient par l'application de la formule de Chézy pour la pente  $I_3$ .

Ces notions préliminaires rappelées, cherchons à établir une relation simple entre le tirant  $t_A$  et le tirant  $t_{cr}$ . Il suffit pour cela d'exprimer l'égalité de débit passant par les deux sections  $A$  et  $B$ .

L'équation (2) appliquée dans le profil  $A$  et résolue par rapport à  $q$  donne

$$(5) \quad q = t_A \sqrt{\frac{2g}{\chi} (H_A - t_A)},$$

<sup>1</sup> Voir notamment :

*Bulletin technique* 1925, nos 7 et 8: Extrait d'une conférence faite devant la Section vaudoise de la Société suisse des ingénieurs et des architectes par M. H. Gruner, ingénieur-conseil, à Bâle.

*Schweiz. Wasserwirtschaft* 1922, nos 5, 7, 8, 9, 10: Die Versuche am Grundablassstollen Mühleberg und deren Verarbeitung, von A. J. Keller, dipl. Ing., an der Bauabteilung der B. K. W.

tandis que (3) peut s'écrire

$$(6) \quad q = t_{cr} \sqrt{\frac{g}{\chi} t_{cr}}.$$

On est conduit ainsi à

$$(7) \quad t_{cr} = \sqrt[3]{2t_A^2(H_A - t_A)},$$

indépendante du coefficient  $\chi$ , à la seule condition toutefois d'admettre que  $\chi$  conserve la même valeur sur toute la longueur du tronçon horizontal  $AB$ .

En posant  $\xi = 1$ , c'est-à-dire  $H_A = H_o$ , comme on l'a admis plus haut, la relation ci-dessus devient

$$(7 \text{ bis}) \quad t_{cr} = \sqrt[3]{2t_A^2(H_o - t_A)}.$$

Cherchons maintenant l'équation de la ligne d'eau dans le tronçon  $AB$ ; cette équation est évidemment de la forme  $x = \Phi(t)$ . Dans ce but, considérons deux profils  $\pi$

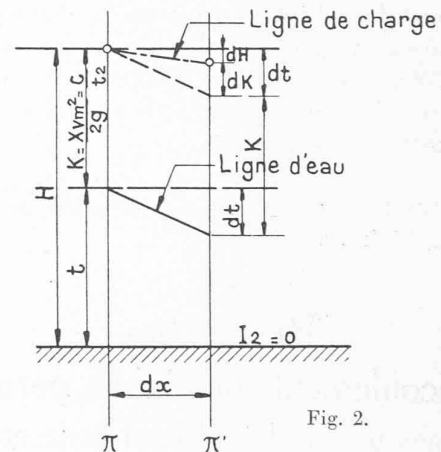


Fig. 2.

et  $\pi'$  distants de  $dx$ . Soit  $df$  la perte de charge due au frottement dans l'élément  $dx$ . Il est évident que lorsque le régime est établi, on doit avoir

$$(8) \quad dH = -df.$$

C'est l'équation différentielle de la ligne d'eau. En différentiant la relation (2), par rapport à  $t$ , on trouve :

$$(9) \quad dH = \left(1 - \frac{2C}{i^3}\right) dt$$

dont l'interprétation géométrique est immédiate. Il suffit pour cela de se reporter à la fig. 2.

D'autre part, la perte de charge élémentaire due au frottement est de la forme

$$(10) \quad df = \frac{Q^2 \cdot P}{\varphi^2 \Omega^3} \cdot dx$$

où  $\varphi$  est un coefficient qui dépend de  $\sqrt{R}$  et de la rugosité des parois. On adoptera de préférence pour  $\varphi$  l'expression proposée par Bazin

$$\varphi = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}.$$

Mais par suite de l'indécision où l'on se trouve pour donner une valeur exacte à  $\gamma$ , par suite aussi de la nature

empirique de la fonction  $\varphi$ , on adoptera sans erreur appréciable une valeur constante pour  $\varphi$ . On peut observer en effet que dans le tronçon  $L_2$ , le tirant d'eau moyen diffère peu du tirant critique  $t_{cr_0}$  que l'on obtient en négligeant les pertes de charge. Ce dernier est exprimé du reste par la relation connue

$$t_{cr_0} = \frac{2}{3} H_0.$$

On posera donc avec une approximation suffisante

$$R = \frac{b \cdot t_{cr_0}}{b + 2t_{cr_0}} = R_0$$

et le coefficient  $\varphi$  deviendra

$$\varphi_0 = \frac{87}{1 + \frac{7}{\sqrt{R_0}}}$$

D'autre part, l'équation (8) s'écrit, en tenant compte de (9) et (10) :

$$(11) \quad \left(1 - \frac{2C}{t^3}\right) dt = -\frac{Q^2 P}{\varphi_0^2 \Omega^3} dx$$

ou encore avec (6)

$$(12) \quad \frac{t^3}{(b + 2t)} dt - t_{cr}^3 \frac{dt}{(b + 2t)} = -\frac{t_{cr}^3}{K_0} \cdot dx$$

$$\text{où } K_0 = \frac{\varphi_0^2 \chi b}{g}$$

L'intégration de (12) s'effectue par la substitution

$$b + 2t = z$$

d'où l'on tire

$$dt = \frac{dz}{2}$$

Après quelques développements, on est conduit au résultat final :

$$(13) \quad 2t(4t^2 - 3bt + 3b^2) - 3(b^3 + 8t_{cr}^3) \text{Lg}(b + 2t) = -\frac{48}{K_0} t_{cr}^3 x + A_0$$

dans laquelle  $A_0$  est la constante d'intégration. C'est l'équation générale cherchée de la ligne d'eau dans le tronçon  $AB$ .

Appliquons maintenant l'équation (13) entre les profils  $A$  et  $B$ . Dans ces conditions, la quantité  $t$  varie entre  $t_A$  et  $t_{cr}$ , tandis que  $x$  passe de  $O$  à  $L_2$ .

L'équation (13) devient alors

$$(14) \quad \left[2t(4t^2 - 3bt + 3b^2)\right]_{t_A}^{t_{cr}} - 3(b^3 + 8t_{cr}^3) \left[\text{Lg}(b + 2t)\right]_{t_A}^{t_{cr}} + \frac{48t_{cr}^3 L_2}{K_0} = 0$$

L'équation (14) jointe à la relation (7<sup>bis</sup>)

$$(7^{bis}) \quad t_{cr} = \sqrt[3]{2t_A^2 (H_0 - t_A)}$$

forment ensemble un système de deux équations à deux inconnues entre  $t_A$  et  $t_{cr}$ . La résolution pratique d'un tel système s'obtiendra par approximations successives en fixant arbitrairement, par exemple, la valeur de  $t_A = t_A'$ .

La relation (7<sup>bis</sup>) fournira une valeur  $t'_{cr}$ . L'équation (14) devra être satisfaite pour le groupe des valeurs  $t'_A$  et  $t'_{cr}$ . Trois ou quatre essais suffiront en général pour trouver les racines  $t_A$  et  $t_{cr}$ .

On déterminera la valeur de la constante d'intégration  $A_0$  par la condition aux limites. Enfin, la relation (6) donnera la valeur du débit linéaire  $q$ , partant  $Q$ . Le problème se trouve ainsi entièrement résolu.

Le tracé de la ligne d'eau en amont du profil  $A$  peut être obtenu approximativement de la façon suivante. Il suffit de revenir à la relation (2). La constante  $C$  est déterminée puisque le débit  $Q$  est maintenant connu. On pourra ainsi construire la courbe  $H = f(t)$  définie par (2), où la charge  $H$  dans un profil quelconque  $\pi$ , est représentée par le tronçon de verticale compris entre le radier et la ligne horizontale d'ordonnée  $H_0$  (fig. 1). Le fait est évident, puisque par définition, il a été admis plus haut que le tronçon  $L_1$  satisfaisait à la condition  $\xi = 1$ .

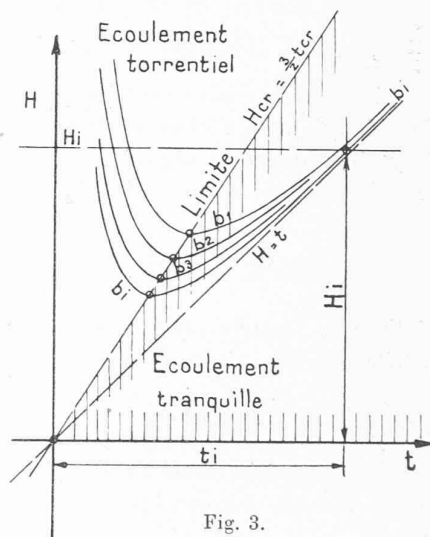


Fig. 3.

Mais, comme le tronçon  $L_1$  présente en général une largeur variable, il sera nécessaire de déterminer les constantes  $C_1, C_2, C_i$  correspondant aux différentes largeurs  $b_1, b_2, b_i$ , de sorte que l'on est appelé à concevoir tout un réseau de courbes  $H = f_i(t)$  (fig. 3). On peut observer que toutes ces courbes sont homothétiques entre elles.

Pour un profil  $\pi_i$ , (fig. 4), à distance  $\delta_i$  de  $A$ , le tirant  $t_i$  correspondant à  $H_i$  s'obtient immédiatement à l'aide de la fig. 3. Il suffira de chercher l'intersection de l'horizontale d'ordonnée  $H_i$  avec la courbe relative à la largeur  $b_i$ . On prendra la racine  $t'_i > t_{cr}$  puisque, ainsi qu'il a déjà été indiqué plus haut, l'écoulement est tranquille en amont de  $B$ .

Ce tracé n'est cependant pas absolument rigoureux parce que l'équation (2) ne tient pas compte de la courbure des filets liquides, qui, elle, n'est plus négligeable en amont de  $A$ . La ligne d'eau réelle se raccorde avec la droite d'ordonnée  $H_0$  beaucoup plus tôt que la ligne théorique.

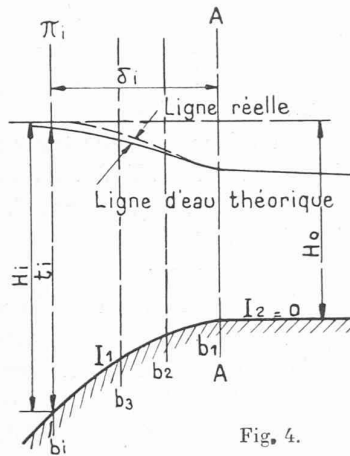


Fig. 4.

Enfin, la discussion de l'équation (14) conduit à quelques remarques intéressantes.

Tout d'abord il faut bien remarquer que l'équation (14) n'est plus applicable si la longueur du plafond  $L_2$  devient très petite ou nulle. On sait en effet que lorsque  $L_2$  est inférieur à  $\frac{2}{3}H_0$ , la lame déversante n'adhère plus au plafond. Elle se décolle en se contractant (déversoir en mince paroi à veine dénoyée). Or, l'influence de la courbure des filets a été systématiquement négligée.

Cependant si la longueur du radier  $L_2$  satisfait à la condition

$$\frac{2}{3}H_0 < L_2 < 2H_0$$

on peut négliger les frottements et l'on retombe sur la formule de Bélanger, affectée du terme correctif  $\chi$

$$Q = 0,385bH^{3/2} \sqrt{\frac{2g}{\chi}}$$

La détermination expérimentale du coefficient  $\chi$  a donné 1,038 pour les hausses automatiques du déversoir de Mühleberg.

En posant  $\chi = 1,04$ , la relation ci-dessus devient finalement

$$Q = 0,377bH^{3/2} \sqrt{2g}$$

Si on rapproche ce résultat de la formule classique de Dubuat

$$Q = \frac{2}{3} \mu bH^{3/2} \sqrt{2g}$$

on voit que le coefficient  $\mu$  ne dépasse pas 0,565. Bazin, Lesbros ont trouvé expérimentalement pour  $\mu$  une valeur voisine de 0,54. Le déversoir à crête épaisse présente donc un rendement défectueux ; c'est là un fait connu.

Ajoutons encore que si  $L_2$  augmente, le débit de régime  $Q$  diminue et peut même s'annuler à partir d'une certaine longueur  $L_2^*$  du plafond AB. Cela signifie qu'un débit de régime ne peut plus s'établir dans le canal. L'écoulement deviendra intermittent. La valeur de  $L_2^*$  ne peut pas être déduite directement de l'équation (14) par le fait que le coefficient  $\varphi_0$  ne peut plus être admis comme constant. La recherche de cette longueur limite ne présente du reste aucun intérêt pratique.

## Deuxième concours restreint pour l'étude du nouveau bâtiment aux voyageurs à Genève-Cornavin.

(Suite et fin.<sup>1</sup>)

N° 16. *Via*. — Ce projet a été retenu par le jury pour sa disposition analogue à celle du N° 11, quoique moins bien étudié et avec de très mauvaises façades.

N° 22. *Pierre du Niton A*. — Hall d'entrée dans l'axe de la rue du Mont-Blanc avec idée plus curieuse que bien étudiée du porche d'entrée. Plan simple et clair, mais avec locaux du rez-de-chaussée mal éclairés. Façades médiocres. En somme, ingéniosité dans certains détails, mais qualités architecturales médiocres.

À la suite de ces critiques, le jury procède au classement par ordre de valeur de ces neuf projets, comme suit :

N° 11. « La Place » ; 26. « La Rampe » ; 6. « Rue du Mont-Blanc » ; 28. « Mont-Blanc A » ; 20. « La Saume » ; 3. « C.F.F./B » ; 16. « Via » ; 22. « Pierre du Niton A » ; 23. « Ce sont les gares ».

Aucun des projets ne donnant complète satisfaction et ne pouvant être exécuté tel quel, le jury décide de ne pas attribuer de premier prix. Il fixe le nombre des récompenses à cinq, étant donné la somme mise à disposition par les C.F.F., soit Fr. 4000, 3500, 2000, 1500 et 1000.

L'ouverture des plis donne les résultats suivants :

- 1<sup>er</sup> rang : Projet N° 11, « La Place » : M. *Julien Flegengeimer*, architecte à Genève, prime de 4000 francs.
- 2<sup>me</sup> rang : Projet N° 26, « La Rampe » : M. *Julien Flegengeimer*, architecte à Genève. Conformément aux normes de la S. I. A., le même concurrent ne pouvant obtenir plus d'une prime, celle-ci passe au projet classé en 3<sup>me</sup> rang.
- 3<sup>me</sup> rang : Projet N° 6, « Rue du Mont-Blanc » : MM. *Guyonnet* et *Torcapel*, architectes à Genève, prime de 3500 francs.
- 4<sup>me</sup> rang : Projet N° 28, « Mont-Blanc A » : MM. *Marc* et *Jean Camoletti*, architectes à Genève, prime de 2000 fr.
- 5<sup>me</sup> rang : Projet N° 20, « La Saume » : M. *Georges Peloux*, architecte à Genève, prime de 1500 francs.
- 6<sup>me</sup> rang : Projet N° 3, « C.F.F./B. » : MM. *Guyonnet* et *Torcapel*, architectes à Genève. Même observation concernant la prime que pour le projet N° 26 (2<sup>me</sup> rang).
- 7<sup>me</sup> rang : Projet N° 16, « Via » : M. *Julien Flegengeimer*, architecte à Genève. Même observation concernant la prime que pour les projets N°s 26 et 3 (2<sup>me</sup> et 6<sup>me</sup> rang).
- 8<sup>me</sup> rang : Projet N° 22, « Pierre du Niton A » : M. *Arnold Itten*, architecte à Thoune, prime de 1000 francs.

Vœux formulés par le jury.

Le jury, conscient de la tâche qu'il a assumée, tient à exposer ci-après les quelques observations formulées au cours de son jugement.

Il tient tout d'abord à déclarer, que si le projet « La Place » a été classé en premier rang, c'est surtout à cause de la composition du plan qui lui a paru le mieux convenir aux exigences du programme et aux conditions locales.

Il objecte cependant que si, à première vue, l'ordonnance des façades de ce projet ne manque pas d'une certaine tenue, l'architecture en est très banale et tire son caractère monu-

<sup>1</sup> Voir *Bulletin technique* du 24 octobre 1926, page 266.