

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 69 (1943)  
**Heft:** 22

**Artikel:** Quelques aspects du calcul des ouvrages en béton précontraint  
**Autor:** Panchaud, F.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-52532>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 15.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

## ABONNEMENTS :

Suisse : 1 an, 13.50 francs  
Etranger : 16 francs

## Pour sociétaires :

Suisse : 1 an, 11 francs  
Etranger : 13.50 francs

## Prix du numéro :

75 centimes.

Pour les abonnements  
s'adresser à la librairie  
F. Rouge & C<sup>ie</sup>, à Lausanne.

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

COMITÉ DE PATRONAGE. — Président : R. NEESER, ingénieur, à Genève ; Vice-président : M. IMER, à Genève ; secrétaire : J. CALAME, ingénieur, à Genève. Membres : *Fribourg* : MM. L. HERTLING, architecte ; P. JOYE, professeur ; *Vaud* : MM. F. CHENAUX, ingénieur ; E. ELSKES, ingénieur ; EPITAUX, architecte ; E. JOST, architecte ; A. PARIS, ingénieur ; CH. THÉVENAZ, architecte ; *Genève* : MM. L. ARCHINARD, ingénieur ; E. MARTIN, architecte ; E. ODIER, architecte ; *Neuchâtel* : MM. J. BÉGUIN, architecte ; R. GUYE, ingénieur ; A. MÉAN, ingénieur ; *Valais* : M. J. DUBUIS, ingénieur ; A. DE KALBERMATTEN, architecte.

RÉDACTION : D. BONNARD, ingénieur, Case postale Chauderon 475, LAUSANNE.

Publicité :  
TARIF DES ANNONCES

Le millimètre  
(larg. 47 mm.) 20 cts.  
Tarif spécial pour fractions  
de pages.  
En plus 20 % de majoration de guerre.  
Rabais pour annonces  
répétées.



ANNONCES-SUISSES S.A.  
5, Rue Centrale,  
LAUSANNE  
& Succursales.

CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE  
A. STUCKY, ingénieur, président ; M. BRIDEL ; G. EPITAUX, architecte ; M. IMER.

SOMMAIRE : *Quelques aspects du calcul des ouvrages en béton précontraint*, par F. PANCHAUD, professeur à l'Ecole d'Architecture de Lausanne. — *Société suisse des ingénieurs et des architectes : Extrait du procès-verbal de la 5<sup>e</sup> séance du Comité central ; Communiqué du secrétariat.* — *Association amicale des anciens élèves de l'Ecole d'ingénieurs de Lausanne et Société vaudoise des ingénieurs et des architectes : Excursion à Moudon et Lucens.* — BIBLIOGRAPHIE. — SERVICE DE PLACEMENT. — DOCUMENTATION.

## Quelques aspects du calcul des ouvrages en béton précontraint<sup>1</sup>,

par F. PANCHAUD,  
professeur à l'Ecole d'Architecture de Lausanne.

## 1. Généralités.

Le principe du béton précontraint est aujourd'hui suffisamment connu pour que nous puissions renoncer à le décrire à nouveau. Dans un article précédent, M. le professeur A. Stucky<sup>2</sup> a mis en lumière les points essentiels de l'évolution de cette nouvelle technique en signalant les divers obstacles rencontrés par les réalisateurs, et en montrant combien les bétons à haute résistance et à fluage limité deviendront les auxiliaires précieux de son développement.

Si le principe du béton précontraint est simple dans sa généralité, il présente dans les applications des aspects plus complexes provenant des propriétés physiques des matériaux et des moyens techniques disponibles pour les réalisations.

Aujourd'hui les diverses applications déjà réalisées et les études théoriques de laboratoire permettent d'établir une théorie déjà suffisamment précise pour saisir par le calcul les principaux problèmes que pose la résistance du béton précontraint<sup>3</sup>. Nous allons examiner maintenant

quelques-unes des faces du problème de la résistance des *poutres à la flexion* pour en discuter les éléments essentiels ; nous terminerons par la description de quelques ouvrages.

En stade de service, la résistance du béton précontraint à la flexion est essentiellement différente de celle du béton armé ordinaire ; si l'on y retrouve les mêmes constituants, béton et acier, leur action respective n'est pas la même sous l'effet des charges extérieures : dans les pièces fléchies en béton armé, béton et acier travaillent ensemble contre les forces extérieures, le béton s'attribuant principalement les efforts de compression et l'acier ceux de traction ; dans le béton précontraint, par suite de l'intégrité de la section de béton résultant de la précontrainte, ce matériau à lui seul participe presque totalement à la résistance aux forces extérieures ; tandis que le rôle principal de l'acier est d'engendrer l'état de précontrainte qui confère au béton sa capacité de résistance ; comme nous le verrons plus loin, ce n'est qu'accessoirement que la contrainte dans l'acier est influencée par les charges extérieures, et uniquement à cause de la déformabilité du béton sous l'effet des variations de contrainte.

Cette constatation préliminaire, qui précise le rôle principal de chacun des constituants du béton précontraint, oriente en même temps la marche du calcul des sections : le béton est sollicité essentiellement par les charges extérieures et par la précontrainte artificielle, tandis que les efforts principaux de l'acier sont ceux qui créent la précontrainte.

L'étude de la résistance à la flexion d'un profil donné

<sup>1</sup> Conférence présentée en mars 1943, à Lausanne, aux ingénieurs des Chemins-de-fer fédéraux.

<sup>2</sup> Voir *Bulletin technique* du 10 juillet 1943, p. 162.

<sup>3</sup> Nous signalons que dans le *Bulletin technique* du 2 janvier 1937, p. 2, M. le professeur A. PARIS publia déjà sur ce sujet un article intitulé : « Mise en tension préalable des armatures du béton armé, son principe, son calcul et ses applications »

en béton précontraint comporte l'examen de trois problèmes principaux :

1° Détermination en grandeur et en position de l'effort de précontrainte minimum qui doit s'exercer *en permanence* sur la section de béton, pour que dans n'importe quel cas de charge, le béton soit toujours intact (en général comprimé).

2° L'effort de précontrainte minimum calculé ci-dessus étant connu, détermination de l'effort de précontrainte effectif qu'il faut appliquer pour combattre l'effet du fluage du béton et choix des sections d'armature.

3° Le profil étant ainsi entièrement défini, calcul des contraintes maxima de chacun des matériaux, béton et acier.

**2. Hypothèses de calcul.**

Par définition, le béton précontraint ne saurait être soumis qu'à des contraintes qui garantissent l'intégrité des sections de béton : ainsi le béton précontraint résiste à la manière d'un matériau homogène.

L'expérience montre que dans les poutres fléchies la loi de Bernouilli est pratiquement vérifiée, c'est-à-dire que la *déformation spécifique* varie linéairement sur la hauteur de la poutre. Mais comme la déformation du béton ne suit pas rigoureusement la loi de Hooke, théoriquement le diagramme des contraintes normales est légèrement curviligne ; toutefois pour simplifier les calculs, en première approximation, on peut substituer à ce diagramme curviligne, un diagramme rectiligne, ce qui est plus défavorable, puisque les contraintes maxima qui en résultent sont plus grandes. Ainsi, pour calculer les contraintes de flexion dans le béton précontraint, la règle de Navier est pratiquement applicable, c'est-à-dire que la répartition des contraintes est linéaire.

Ces deux faits, — section du béton intacte et répartition linéaire des contraintes normales, — ont une conséquence pratique essentielle : *le principe de superposition des efforts est applicable* ; on peut donc calculer séparément les contraintes correspondant aux différents cas de charge et en combiner les résultats partiels pour obtenir une image encore suffisamment fidèle de la réalité ; remarquons qu'il n'en est pas de même pour le béton armé puisque, en flexion composée de compression par exemple, on ne peut pas superposer les effets séparés de la flexion et de la compression pour déterminer les contraintes.

**3. Détermination de l'effort minimum de précontrainte qui doit s'exercer en permanence sur un profil de béton donné.**

L'effort de précontrainte doit être déterminé en grandeur et en position de façon que, combiné avec les contraintes résultant de l'effet des charges extérieures, le béton ne soit soumis à aucune contrainte qu'il ne puisse supporter indéfiniment sans se rompre ; généralement, on s'efforcera de choisir la précontrainte de façon que le béton reste toujours comprimé.

Disons en passant, que par une précontrainte simple, dans un seul sens, on ne peut pas faire disparaître toutes

les contraintes de traction, comme nous le verrons plus loin ; toutefois, celles qui subsistent restent le plus souvent petites et peuvent être considérées comme inoffensives. Quoiqu'il en soit, on doit en principe faire disparaître par la précontrainte toutes les contraintes de traction dues à la flexion.

Pour une section de béton donnée, de surface  $\Omega$  et de moment d'inertie  $I$ , dans le cas le plus général, les forces extérieures peuvent produire des tractions soit sur la fibre supérieure, soit sur la fibre inférieure (fig. 1).

Pour faire disparaître les contraintes de traction dans tous les cas de charge possibles, il faudrait créer théoriquement un état de précontrainte permanent représenté par le diagramme en pointillé de la figure 2 ; mais le seul état réalisable au moyen d'une compression extérieure  $N$  est représenté sur ce même diagramme par le trait plein.

L'effort de précontrainte minimum réalisable est alors déterminé par les deux égalités (1) qui expriment que les contraintes sur les arêtes sont  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ .

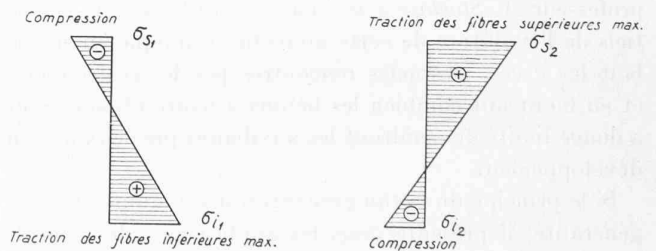
$$N = (\sigma_1 x_2 + \sigma_2 x_1) \frac{\Omega}{h}$$

$$M = + Nd = (\sigma_1 - \sigma_2) \frac{I}{h} \tag{1}$$

Dans ces formules, les compressions sont négatives et les tractions positives ; le moment fléchissant positif tend les fibres inférieures.

Si les contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont de même signe, l'excentricité  $d$  est telle que la force  $N$  tombe toujours à l'intérieur du profil : l'état de précontrainte minimum désiré est pratiquement réalisable ; mais si les contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont de signe contraire, il peut arriver que l'excentricité  $d$  soit plus grande que  $x_1$  ou  $x_2$  ; dans ce cas, on ne peut

**Cas de charge extrêmes**



**Précontrainte min.**

**Profil**

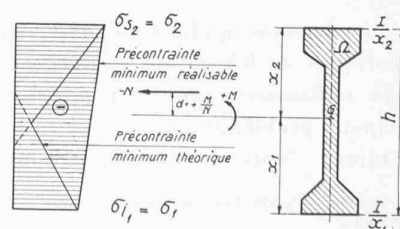


Fig. 1 et 2. — Effets des charges extérieures et précontrainte minimum nécessaire pour annuler toutes les tractions de flexion du béton correspondantes.

pas réaliser l'état de précontrainte désiré au moyen d'une force agissant dans le profil ; on est alors obligé d'adopter un autre état de précontrainte qui enveloppe le précédent : si, pour des raisons constructives, l'excentricité maximum réalisable de la force de précontrainte est  $x$ , l'effort nécessaire pour créer une contrainte  $\sigma_1$ , respectivement  $\sigma_2$ , sur la fibre extrême inférieure, respectivement supérieure, est donné par :

$$N' = \frac{\sigma_1 I}{xx_1 + \frac{I}{\Omega}} ; \quad N'' = \frac{\sigma_2 I}{xx_2 + \frac{I}{\Omega}} . \quad (2)$$

Si l'on a recours à des armatures pour exercer l'effort de précontrainte  $N$ , la section d'acier nécessaire peut se déterminer par la formule

$$\Omega_a = \frac{N}{\sigma_a} . \quad (3)$$

La contrainte admissible  $\sigma_a$  doit être choisie comme nous le verrons plus loin (§ 6) en tenant compte des conditions de mise en tension imposées pour combattre l'effet du fluage d'une part et l'effet secondaire des surcharges d'autre part, de façon que la sollicitation maximum dans l'acier, dans le cas le plus défavorable, reste au-dessous de la limite d'élasticité. Les différents aciers seront répartis dans la section de béton de façon que la résultante  $N$  provoque le moment fléchissant  $M$ .

#### 4. Effets des déformations lentes du béton, fluage et retrait.

Les effets du fluage et du retrait sur l'état de précontrainte sont différents suivant le système constructif adopté. Dans ce qui suit, nous nous placerons dans le cas habituel en supposant que la précontrainte est obtenue en tendant et en maintenant tendues des armatures d'acier à haute résistance s'appuyant sur le béton à précontraindre.

Ainsi, le rôle essentiel des armatures, qui n'a rien de commun avec celui des armatures du béton armé, est de créer l'effort de précontrainte : les armatures tendues sont alors assimilables — aux effets d'adhérence près — à un ressort bandé très puissant et très dur, dont l'effort est toujours proportionnel à son allongement ; en conséquence si cet allongement diminue pour une cause quelconque, — glissement des ancrages par exemple — l'effort exercé par l'armature diminue aussi.

Or, sous l'action des contraintes permanentes, qui sont en général des compressions, le béton subit avec le temps un raccourcissement lent, appelé fluage, auquel s'ajoute encore le retrait ; l'ensemble de ces deux déformations lentes entraîne un raccourcissement des armatures et par conséquent une diminution de l'effort de précontrainte.

On tiendra compte de ce fait en tendant *initialement* les armatures à un degré supérieur à celui qui serait strictement nécessaire pour produire l'effet de précontrainte minimum désiré — calculé au paragraphe précé-

dent — de façon que la précontrainte *résiduelle* qui se maintiendra dans les ouvrages lorsque les déformations lentes seront terminées, reste toujours suffisante.

Les recherches effectuées ces dernières années dans de nombreux laboratoires, pour mettre en lumière le phénomène du fluage du béton ont montré que fluage et retrait, souvent indiscernables l'un de l'autre, dépendent de plusieurs facteurs, dont les principaux sont la compacité et l'âge du béton au moment de la mise en précontrainte et la grandeur de la précontrainte ; on devra donc, dans chaque cas particulier, fixer la grandeur du fluage probable en tenant compte des conditions d'exécution.

Tous ces essais ont permis de connaître la déformabilité plastique du béton ou fluage sous l'action de la compression simple ; ils semblent montrer qu'en première approximation, le fluage est proportionnel à la contrainte permanente. Lorsque les profils sont fortement fléchis, c'est-à-dire que les contraintes permanentes de compression sont très variables d'une fibre à l'autre, nous admettons que l'on puisse encore appliquer les lois de la déformation plastique lente observées pour la compression simple, c'est dire que le fluage spécifique diffère d'un point à un autre de la construction.

Deux cas peuvent se présenter :

1. L'armature adhère au béton ; la chute de précontrainte dans l'armature est alors variable d'un point à l'autre de celle-ci et la différence de tension entre deux sections est équilibrée par les forces d'adhérence. La chute de tension maximum reste alors localisée dans la zone de fluage maximum du béton ;

2. L'adhérence de l'armature au béton est négligeable, l'armature peut glisser et la chute de précontrainte est constante tout le long de la poutre et correspond au raccourcissement plastique total entre les deux points d'ancrage de l'armature.

Devant cette alternative, nous pensons qu'il est indiqué de se borner aujourd'hui à un calcul simplifié de l'effet du fluage, en y introduisant une marge de sécurité importante. C'est ainsi que nous admettons :

1. Le fluage et le retrait sont supposés uniformes sur tout le profil et sur toute la longueur de la poutre.

2. Le raccourcissement spécifique correspondant à ces déformations lentes, à introduire dans le calcul, est celui qui correspond à la contrainte permanente maximum.

En conséquence, si la déformation lente est assimilable à un raccourcissement spécifique uniforme  $\epsilon_0$ , les aciers précontraints ancrés dans le béton subiront le même raccourcissement, ce qui entraînera une chute de précontrainte dans les aciers de

$$\Delta\sigma_{a_0} = \epsilon_0 E_a \quad (4)$$

où  $E_a$  est le module d'élasticité de l'acier, soit environ 2000 t/cm<sup>2</sup> pour l'acier dur habituellement employé.

Pour des contraintes permanentes dans le béton de 100 kg/cm<sup>2</sup>, la valeur moyenne de  $\epsilon_0$  que l'on peut introduire dans les calculs préliminaires est de

$$\epsilon_o = (6 \text{ à } 10) 10^{-4} \quad (5)$$

de sorte que

$$\Delta\sigma_{a_o} = 1200 \text{ à } 2000 \text{ kg/cm}^2. \quad (6)$$

Pour que la précontrainte dans le béton soit toujours suffisante en dépit du fluage et du retrait, il faut donc majorer la tension permanente dans les aciers de  $\Delta\sigma_{a_o}$ ; ainsi au moment de la mise en précontrainte, la tension initiale doit être de :

$$\sigma_{a_o} = \sigma_a + \Delta\sigma_{a_o} \quad (7)$$

si  $\sigma_a$  est la tension permanente utile.

L'effort initial de précontrainte correspondant sera de

$$N_o = \Omega_a \sigma_{a_o} = \Omega_a \sigma_a + \Delta\sigma_{a_o} \Omega_a = N + \Delta\sigma_{a_o} \Omega_a. \quad (8)$$

D'après cette formule, l'effort supplémentaire nécessaire uniquement pour combattre l'effet du fluage est de

$$\Delta N_o = N \frac{\Delta\sigma_{a_o}}{\sigma_{a_o} - \Delta\sigma_{a_o}}. \quad (9)$$

On doit chercher à limiter le plus possible la grandeur de cet effort additionnel, qui n'est que temporaire et dont l'effet immédiat est une augmentation des contraintes dans le béton sans avantage direct pour la construction ; pour cela, ainsi que le montre la formule (9) ci-dessus, il faut augmenter dans toute la mesure du possible la tension initiale  $\sigma_{a_o}$  dans les aciers. Le graphique de la figure 3, qui représente l'effort initial de précontrainte et la perte de précontrainte, en fonction de la tension initiale dans les aciers, illustre ce principe fondamental de la théorie du béton précontraint ; on constate par exemple que si la tension initiale est égale à six fois la chute de tension dans les aciers, la perte de précontrainte ne représente que le cinquième de l'effort utile final  $N$  ; tandis que si la tension initiale n'est que le double de la chute de tension probable, la perte de précontrainte est égale à l'effort utile ; ce qui revient

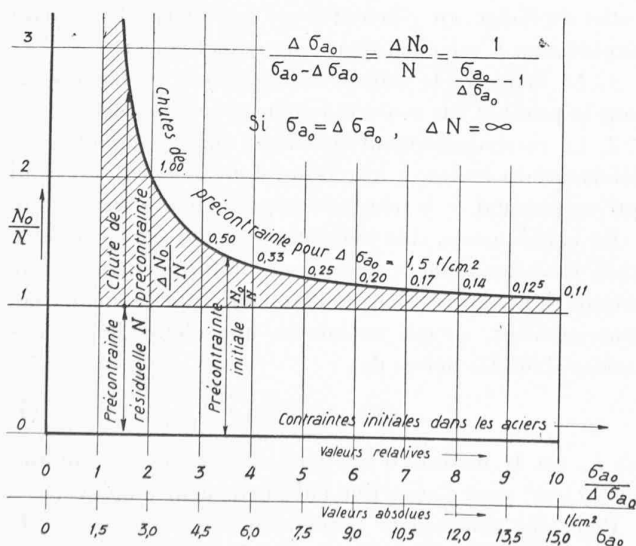


Fig. 3. — Chute de précontrainte dans le béton en fonction de la contrainte initiale dans les aciers.

à dire que, dans ce dernier cas, on est appelé à doubler la précontrainte initiale du béton si l'on veut être à l'abri de l'effet du fluage.

L'avantage technique résultant d'une tension initiale élevée dans l'acier est doublé d'un avantage économique puisque la quantité d'acier nécessaire est proportionnelle à la chute d'effort

$$\Omega_a = \frac{\Delta N_o}{\Delta\sigma_{a_o}} = \frac{N}{\sigma_{a_o} - \Delta\sigma_{a_o}} \quad (10)$$

ainsi que cela découle des formules (8).

Cette étude sommaire de l'effet du fluage, dans laquelle on a supposé un fluage constant conduit, à une conclusion essentielle au point de vue pratique : pour augmenter la sécurité d'une construction précontrainte contre les effets des déformations lentes, il faut tendre les aciers à la plus haute contrainte possible compatible avec leur résistance et leur limite d'élasticité. Les armatures en acier à haute limite élastique sont particulièrement appropriées pour exercer la précontrainte du béton, car elles sont susceptibles de subir avec sécurité des allongements élastiques lors de la mise en tension, qui sont des multiples de la déformation lente du béton, due au fluage et au retrait.

Il apparaît ainsi que le principe de tendre les aciers à la valeur la plus élevée possible est assurément le moyen technique le plus logique et le plus économique pour parer, avec la sécurité maximum, aux effets des déformations lentes.

Pour fixer la contrainte  $\sigma_{a_o}$  admissible, il faut encore tenir compte que, dès la mise en service de l'ouvrage, alors que la chute de tension n'a pas encore eu le temps de se produire, les aciers peuvent être appelés à participer à la résistance aux charges extérieures, ce qui va provoquer une contrainte supplémentaire que nous allons calculer.

### 5. Variation de la contrainte dans les aciers sous l'action des charges extérieures.

Les aciers étant solidaires du béton, sinon sur toute leur longueur, au moins au droit des ancrages, les déformations élastiques du béton sous l'action des charges extérieures entraînent des variations de contrainte dans les aciers. Ainsi la fibre de béton qui se trouve à la même distance de l'axe de la poutre que l'armature, et qui avait une longueur  $AB$  avant l'application des charges extérieures, prend une nouvelle longueur  $A'B'$  (fig. 4) ; et l'acier ancré dans le béton subit cette même variation de longueur.

Pour estimer par le calcul la variation de contrainte qui en résulte, il faut définir le comportement statique du système constitué par le béton et les aciers tendus ; ce comportement dépend essentiellement du mode d'exécution adopté ; dans le cas où l'armature est tendue au préalable en s'appuyant temporairement sur le coffrage par exemple, puis noyée dans le béton, on peut admettre en général que les aciers adhèrent au béton ; mais si les aciers sont tendus en s'appuyant sur le béton durci, ces

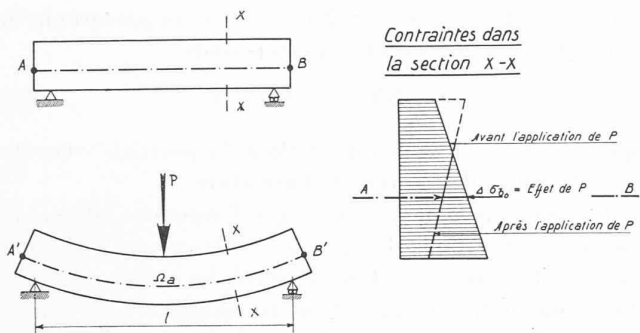


Fig. 4. — Effet des charges extérieures sur les contraintes dans l'armature.

aciers sont indépendants du béton, et constituent un *tirant élastique libre dans son logement*, aux frottements près — que nous supposons ici négligeables pour se placer dans un cas extrême — ; puis lorsque la mise en tension est terminée et que les fils tendus sont bloqués dans leurs ancrages, on injecte habituellement les gaines avec un lait de ciment sous pression pour combler les vides et protéger les aciers. Dans ces conditions, il est difficile de préciser si les aciers adhèrent au béton ou non. Aussi, pour effectuer le calcul, doit-on envisager les deux hypothèses extrêmes :

1. *Les aciers adhèrent au béton.* Les déformations spécifiques de l'acier étant égales à celles du béton en un même point, l'effort est variable le long de l'acier et l'on a

$$\Delta_1\sigma_a = n\Delta\sigma_b. \tag{11}$$

La plus grande valeur de \$\Delta\_1\sigma\_a\$ se produit aux endroits où la variation de contrainte dans le béton \$\Delta\sigma\_b\$ est maximum.

2. *Les aciers restent indépendants du béton et continuent même après l'injection de ciment à se comporter comme un tirant élastique libre ancré à ses deux extrémités.*

La variation de contrainte est alors constante tout le long de l'armature et peut se calculer facilement de la manière suivante dans le cas d'une seule nappe d'acier :

Si \$\Delta\sigma\_b\$ est l'augmentation de contrainte du béton au niveau des aciers, dans une section \$X\$, sous l'effet de la surcharge,

si \$\Delta\sigma\_{b\_1}\$ est l'augmentation de la contrainte dans la même section qui serait due à une augmentation de traction unitaire dans le tirant armature, et

si \$\Omega\_a\$ est la section du tirant armature,

l'augmentation de la traction dans le tirant est donnée par

$$\Delta X = \frac{n\Omega_a \int_A^B \Delta\sigma_b dx}{l - n\Omega_a \int_A^B \Delta\sigma_{b_1} dx} \tag{12}$$

où 
$$n = \frac{E_{ac}}{E_b} \cong 6 \text{ à } 8.$$

Cette expression s'obtient en exprimant que la variation de longueur du tirant est égale à la variation de longueur du béton sous l'action des forces extérieures et du supplément d'effort \$\Delta X\$ dans le tirant. On en déduit la variation de contrainte dans l'acier

$$\Delta_2\sigma_a = \frac{\Delta X}{\Omega_a} = \frac{n \int_A^B \Delta\sigma_b dx}{l - n\Omega_a \int_A^B \Delta\sigma_{b_1} dx} \tag{13}$$

Dans cette expression générale \$n\Omega\_a \int\_A^B \Delta\sigma\_{b\_1} dx\$ est, comparativement à \$l\$, un terme petit que l'on peut négliger en première approximation ; nous aurons alors

$$\Delta_2\sigma_a \cong \frac{n \int_A^B \Delta\sigma_b dx}{l} = n(\Delta\sigma_b)_{moyen}. \tag{14}$$

Si la valeur moyenne de \$\Delta\sigma\_b\$ entre les extrémités de l'armature \$A\$ et \$B\$ ne diffère pas beaucoup de sa valeur maximum, on voit, en comparant les formules (11) et (14) qu'il est pratiquement indifférent que les armatures glissent ou adhèrent au béton ; les contraintes dans les aciers en sont peu influencées. D'ailleurs, en tout état de cause, le supplément de contrainte dans les aciers résultant des charges extérieures reste toujours petit comparativement à la contrainte que l'on exerce lors de la mise en tension ; en effet si l'on suppose que la variation de contrainte dans le béton est \$80 \text{ kg/cm}^2\$, il en résulte si

$$n = 6$$

que

$$\Delta\sigma_a = \Delta_2\sigma_a = 6 \times 80 = 480 \text{ kg/cm}^2 \tag{15}$$

alors que la tension initiale dans l'acier est voisine de \$8 \text{ à } 10 \text{ t/cm}^2\$.

On voit ainsi que dans le béton précontraint les aciers ont pour but essentiel de produire l'effort de précontrainte ; ce n'est qu'accessoirement qu'ils supportent des contraintes supplémentaires dues aux charges extérieures après la mise en tension. De ce fait l'adhérence continue n'a plus la même importance qu'en béton armé ; il faut seulement que l'ancrage des armatures à leurs extrémités soit absolu.

### 6. Contraintes admissibles dans les aciers.

La contrainte maximum probable dans les aciers, lorsque l'ouvrage est en service, est égale à la somme de la contrainte initiale de mise en tension \$\sigma\_{a\_0}\$ augmentée de l'effet des charges extérieures

$$\sigma_{amax} = \sigma_{a_0} + \Delta\sigma_a \leq \sigma_{adm}. \tag{16}$$

Nous avons vu précédemment qu'il y a un double intérêt à choisir \$\sigma\_{a\_0}\$ aussi grand que possible. La valeur de la contrainte admissible doit cependant rester inférieure à la limite d'élasticité \$A\$ de l'acier, sinon l'effet de ressort de l'armature disparaîtrait presque totalement ;

si l'on introduit un coefficient de sécurité  $S$  par rapport à la surcharge, on doit donc poser

$$\sigma_{a_0} + S \cdot \Delta\sigma_a \leq A, \quad (17)$$

d'où

$$\sigma_{adm} \leq A - (S - 1)\Delta\sigma_a \cong 0,8 \text{ à } 0,9 A. \quad (18)$$

On en déduit la contrainte maximum initiale  $\sigma_{a_0}$  lors de la mise en tension

$$\sigma_{a_0} = (0,8 \text{ à } 0,9) A - \Delta\sigma_a$$

soit  $\sigma_{a_0} \cong (0,85 A - 0,5) \text{ t/cm}^2. \quad (19)$

**7. Contraintes maximum et contraintes admissibles dans le béton.**

Les contraintes maximum dans le béton doivent se calculer en combinant les cas de charge élémentaires suivants :

- a) Effet de la précontrainte initiale.
- b) Effet des charges permanentes.
- c) Effet du fluage et du retrait du béton.
- d) Effet des surcharges.

Pour chacun de ces cas de charge, le calcul des contraintes dans le béton s'effectue en appliquant la règle de Navier et en considérant le profil de béton homogène. La variation de contrainte dans le béton due au fluage se calcule en tenant compte de l'effet de la chute de précontrainte  $\Delta N_0$ .

On peut négliger généralement la présence de l'armature. Toutefois l'influence de cette armature n'est pas difficile à calculer ; il suffit de considérer que, sous l'action des charges extérieures, la légère augmentation de

contrainte dans l'armature  $\Delta\sigma_a$ , (calculée au paragraphe 5) produit une compression supplémentaire

$$-\Delta X = -\Omega_a \cdot \Delta\sigma_a \quad (20)$$

qui s'exerce sur le béton et dont la position coïncide avec le centre de traction de l'armature.

Lorsque l'on doit admettre que l'armature adhère au béton, il est d'usage de procéder différemment ; on tient compte de l'armature dans le calcul du module de résistance du profil en multipliant la section d'acier par le facteur d'équivalence  $n = E_a : E_b$  ; cette manière de procéder conduit au même résultat que la précédente.

Les contraintes supplémentaires dans le béton sont proportionnelles aux contraintes résultant de la précontrainte dans le rapport  $\frac{\Delta\sigma_a}{\sigma_{a_0}}$ , qui dans les applications

dépasse rarement 6 %. On voit donc que les contraintes supplémentaires dans le béton, dues à la présence de l'armature, sont petites par rapport aux contraintes initiales.

Sur la figure 5, nous avons représenté les diagrammes des contraintes correspondant aux différents cas de charge d'un profil fléchi. Nous avons aussi indiqué la variation de la contrainte dans l'acier et figuré la position de la force de compression agissant sur le béton ; l'intensité de cette force varie d'un cas de charge à l'autre et cette faible variation correspond à l'effet de l'armature que nous avons signalé plus haut ; la flexion produit le déplacement de la force de précontrainte dans le profil en même temps qu'elle en augmente légèrement la valeur.

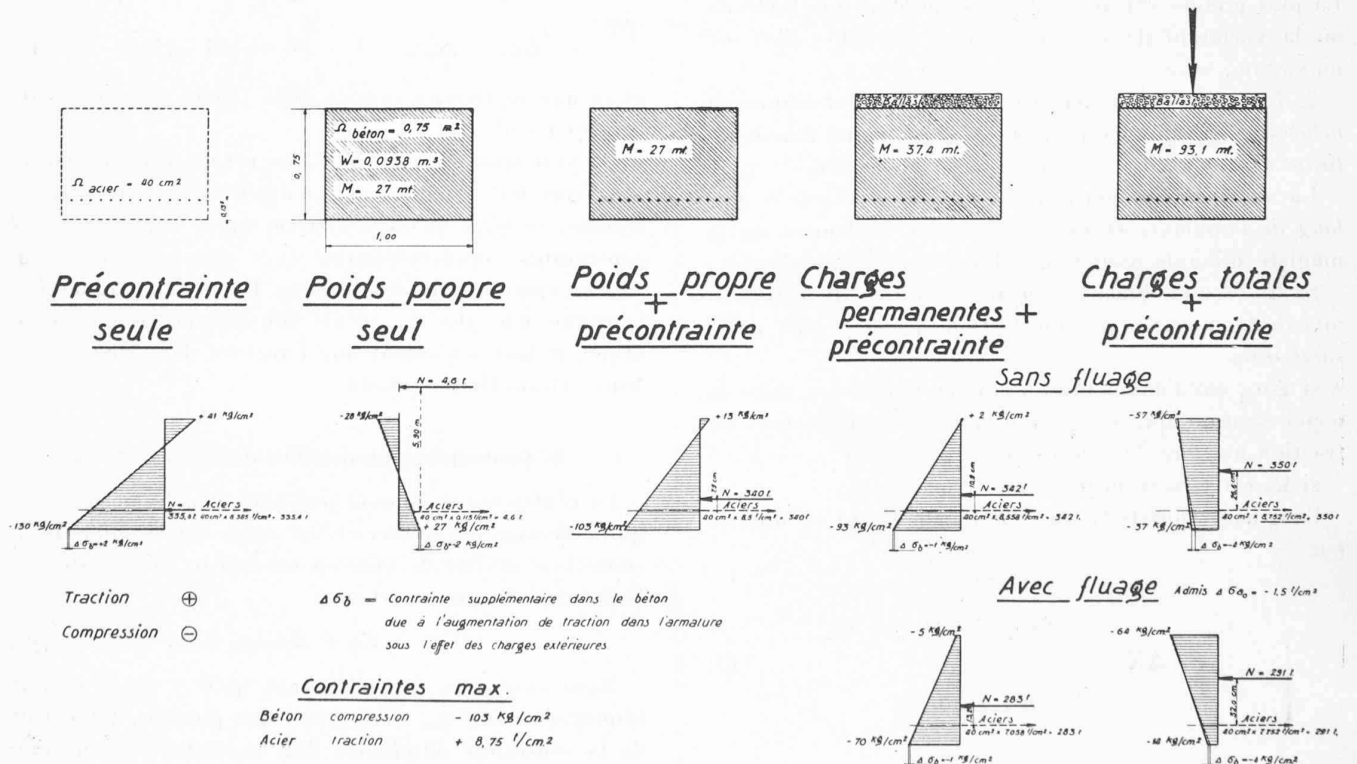


Fig. 5. — Les différents états de contrainte d'une section fléchi en béton précontraint. Les cas de charge « Précontrainte seule » et « Poids propre seul » ne sauraient se présenter séparément.

Ces constatations montrent que la poutre fléchie précontrainte est assimilable dans une large mesure à un arc peu flexible sous-tendu par un tirant relativement très déformable.

L'examen de ces divers diagrammes permet de tirer les conclusions générales suivantes :

1. *Les contraintes maxima de compression* sont atteintes lors de la mise en précontrainte ; elles diminuent avec le temps par l'effet du retrait et du fluage. Il en résulte donc que la mise en précontrainte de l'ouvrage correspond en quelque sorte à l'essai de sa résistance, puisque c'est à ce moment-là que le béton subit sa charge maximum.

Cette constatation indique la marche à suivre pour calculer les dimensions du béton de façon que la contrainte maximum ne dépasse pas une valeur fixée  $\sigma_b$  ; on sait que la contrainte maximum dans le béton de l'ouvrage se produit lors de la mise en précontrainte et qu'à ce moment-là l'effort exercé est de 20 à 25 % supérieur à celui qui serait strictement nécessaire pour combattre les tractions résultant des charges extérieures seules, il suffit donc de choisir le profil de béton de façon que sous l'action de ces mêmes charges, les contraintes de traction calculées en considérant la section de béton homogène ne dépassent pas  $(0,75 \text{ à } 0,80) \sigma_b$ .

2. *Les contraintes du béton ne sont plus alternatives et conservent le même signe* ; il en résulte que l'effet de fatigue du béton est fortement atténué.

3. *La combinaison des charges permanentes avec la précontrainte* est un cas de charge important puisqu'il conduit à l'état de contrainte permanent de l'ouvrage terminé qui est celui à considérer pour fixer la déformation spécifique probable  $\epsilon_0$  due au fluage.

Ainsi la mise en tension de l'ouvrage correspond à un essai de charge au cours duquel le béton supporte en général des contraintes supérieures à celles qui le solliciteront en service ; d'autre part, on ne saurait utiliser dans les ouvrages précontraints qu'un béton de qualité, il est donc logique que les contraintes admissibles soient sensiblement plus élevées que celles choisies pour le béton armé. Les contraintes maxima dans le béton peuvent atteindre couramment 100 à 120 kg/cm<sup>2</sup>, et il n'est pas téméraire d'envisager des contraintes plus élevées, jusqu'à 200 kg/cm<sup>2</sup>. Il semble que l'accentuation du fluage avec la contrainte plus que la résistance du béton limitera la valeur de la contrainte maximum admissible.

En considérant ces valeurs élevées, on peut se demander si le flambage n'est pas à craindre surtout si l'on constate que les pièces précontraintes sont souvent très élancées. A l'examen on voit qu'il n'en est rien : le flambage est avant tout un phénomène d'instabilité dû à la déformation latérale des pièces qui s'accroît sous l'effet des efforts. Dans le cas du béton précontraint, pareil phénomène n'est pas concevable, car les forces de précontrainte sont des forces intérieures qui ne peuvent sortir de la section puisqu'elles sont produites par l'armature :

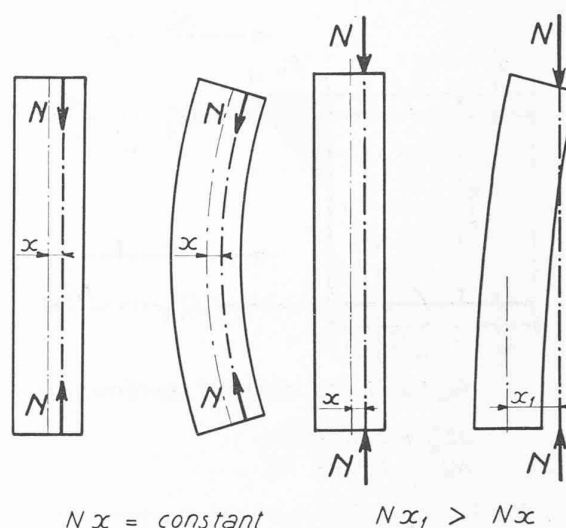


Fig. 6. — Comparaison entre une pièce précontrainte et une pièce comprimée au point de vue du danger de flambage.

la pièce droite peut se courber si l'effort de précontrainte est excentrique, mais elle ne flambera pas sous un tel effort (fig. 6).

### 8. Sécurité à la fissuration.

Nous avons étudié dans ses grandes lignes la résistance à la flexion du béton précontraint pendant le stade de service, caractérisé par l'intégrité du profil de béton en principe comprimé. Lorsqu'on dépasse la charge de service, les contraintes de compression diminuent progressivement et des tractions apparaissent peu à peu ; on entre ainsi dans la phase I du béton armé jusqu'à ce que le béton tendu atteigne sa limite de résistance à la traction et se fissure. L'ouvrage n'est pas en péril pour cela. Si la charge extérieure diminue, on constate que la fissure se referme ; cependant il est indiqué de prévoir dans les ouvrages une certaine sécurité à la fissuration, en imposant pour la surcharge de fissuration une valeur supérieure à la charge de service. Pour déterminer cette sécurité, on doit tenir compte de la capacité de résistance du béton à la traction ; cette résistance est plus grande que celle que l'on observe sur des ouvrages non précontraints, car la précontrainte atténue les tensions latentes dues au retrait du béton. Comme d'autre part le béton employé sera toujours de qualité, on peut admettre que la résistance à la traction du béton est de 30 à 40 kg/cm<sup>2</sup>. On vérifiera donc la sécurité à la fissuration de l'ouvrage en contrôlant que la contrainte de traction du béton, ne dépasse pas 30 à 40 kg/cm<sup>2</sup>, lorsque la surcharge atteint 1,3 à 1,5 fois la charge de service et en supposant que le fluage s'est produit. Si dans ces conditions, la contrainte de traction était dépassée ou si l'on estimait dans un cas particulier que la résistance à la traction du béton est moindre, il serait nécessaire d'augmenter la précontrainte pour que la sécurité désirée soit encore obtenue.

Si l'on dépasse la charge de fissuration, le béton pré-



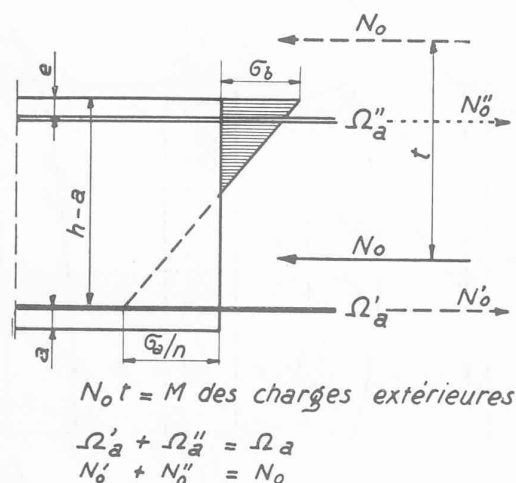


Fig. 7. — Contraintes dans le béton précontraint au voisinage de la phase de rupture.

contraint se comporte d'une manière semblable au béton armé et le profil se calcule à la flexion composée de compression, la zone tendue étant fissurée. L'armature supporte alors la précontrainte augmentée des efforts résultant de la flexion ; il est alors avantageux dans cette phase de résistance — qui en principe ne doit jamais être atteinte — que l'armature occupe une position analogue à celle qu'elle aurait dans un profil en béton armé, pour disposer de la hauteur maximum du profil et par conséquent de toute sa capacité de résistance. C'est pour cela que l'on disposera une partie au moins des armatures de précontrainte sur les faces du profil en les distribuant de façon que l'effort résultant de précontrainte occupe la position désirée (fig. 7).

### 9. Résumé du calcul des profils fléchis.

#### A. Détermination des dimensions.

1. On choisit les contraintes maxima admissibles, dans l'acier  $\sigma_a$ , dans le béton  $\sigma_b$ .
2. On détermine les dimensions du béton en le considérant comme homogène, de façon que la contrainte absolue maximum dans le cas de charge le plus défavorable ne dépasse pas  $0,8 \sigma_b$ .
3. On calcule l'effort de précontrainte permanente  $N$ , comme indiqué au paragraphe 3 d'après les formules 1 ou 2.
4. La section d'acier est alors donnée par la formule

$$\Omega_o = \frac{N}{\sigma_{a_0} - \Delta\sigma_{a_0}} \quad (10)$$

dans laquelle on choisit  $\sigma_{a_0} = (0,85 A - 0,5)$ ,  $\Delta\sigma_{a_0} \cong 1,5 \text{ t/cm}^2$  où  $A$  est la limite d'élasticité de l'acier.

5. La valeur de la précontrainte initiale que l'on doit appliquer découle de la formule 8

$$N_o = N + \Delta\sigma_{a_0} \cdot \Omega_a \quad (8)$$

Le profil est ainsi entièrement déterminé.

#### B. Calcul des contraintes.

6. On calcule séparément les effets des différents cas de charge élémentaires sur le béton et sur l'acier.

7. On en dresse les différentes combinaisons et on vérifie que les contraintes maximum ne dépassent pas les contraintes admissibles et que le béton n'est soumis à aucune traction dangereuse.

8. On vérifie la sécurité à la fissuration et on majore l'effort de précontrainte s'il y a lieu.

### 10. Effet de l'effort tranchant.

La flexion simple est une sollicitation plutôt exceptionnelle ; l'effort tranchant l'accompagne dans la majorité des cas ; nous voulons examiner ici son effet sur les poutres en béton précontraint.

Dans le béton armé ordinaire, on sait que l'effort tranchant produit des contraintes tangentielles importantes au voisinage des appuis ; d'où l'existence de tractions obliques qui leur sont égales sur l'axe neutre. La précontrainte modifie cet état ainsi que nous allons le voir.

Dans le béton précontraint le calcul des contraintes tangentielles ne présente rien de particulier ; on utilise les formules de la résistance des matériaux, le profil de béton étant assimilable à un profil homogène ; si le profil est rectangulaire par exemple, on applique la formule classique qui donne la contrainte tangentielle maximum

$$\tau_{max} = \frac{3 T}{2 bh} \quad (21)$$

où  $T$  est l'effort tranchant,  $b$  et  $h$  les dimensions du profil.

Lorsqu'on exerce progressivement l'effort de précontrainte, on constate que la traction oblique diminue rapidement. On a en effet

$$\sigma_{traction} = \frac{-\sigma_o + \sqrt{\sigma_o^2 + 4\tau^2}}{2}$$

où  $\sigma_o$  est la valeur de la précontrainte à l'endroit où la contrainte tangentielle est  $\tau$ .

Le cercle de Mohr permet d'illustrer le phénomène ; sur la figure 8, on a représenté par ce procédé les différents états de contrainte en fonction de la précontrainte  $\sigma_o$  pour une même contrainte tangentielle  $\tau$  ; on se rend compte ainsi comment se modifie la traction oblique résultante.

Lorsque la précontrainte est nulle, on sait que l'effort de traction oblique est égal à la contrainte tangentielle  $\tau$  ; mais dès que la précontrainte augmente, cette traction oblique diminue rapidement : ainsi, par exemple, la contrainte tangentielle étant de  $10 \text{ kg/cm}^2$ , si la précontrainte est de  $20 \text{ kg/cm}^2$ , la traction oblique n'est que de  $4,1 \text{ kg/cm}^2$  et tombe à  $1,6 \text{ kg/cm}^2$  si la précontrainte monte à  $60 \text{ kg/cm}^2$ .

On peut ainsi, par la précontrainte, limiter l'importance

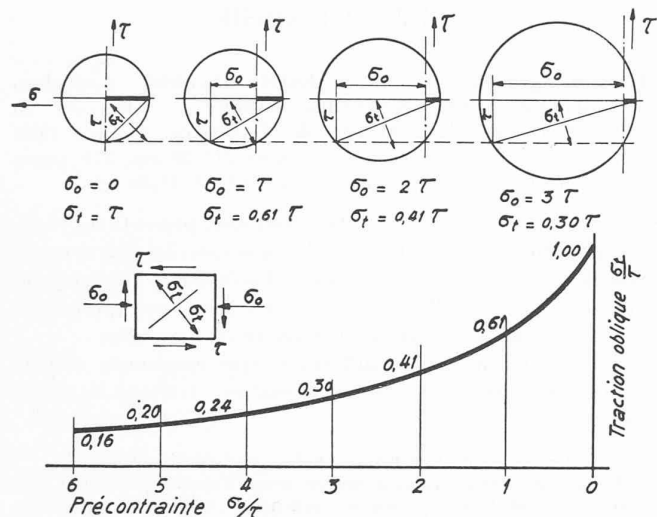


Fig. 8. — Influence de la précontrainte sur la valeur des tractions obliques résultant de l'effort tranchant.

des tractions obliques à des valeurs qui les rendent inoffensives pour le béton<sup>1</sup>.

Une autre constatation découle de ce graphique, : il n'est pas possible de faire disparaître totalement la traction oblique en exerçant une précontrainte dans un seul sens.

Signalons, en passant, que la traction oblique maximum, dans le béton qui est précontraint non uniformément, ne se produit pas sur l'axe neutre, mais dans la partie du profil où la précontrainte est inférieure à sa valeur moyenne.

### 11. Conclusions générales concernant le calcul des poutres fléchies.

Nous venons d'examiner quelques-uns des aspects du calcul du béton précontraint ; cette étude, quoique sommaire, montre cependant que sans être ardu, les calculs du béton précontraint sont plus nombreux que ceux du béton armé, car les cas de charge à considérer sont multiples. Nous avons laissé de côté l'étude des contraintes en cours de construction, mais nous signalons que pour de grands ouvrages, on peut être appelé à effectuer des mises en précontrainte partielles suivant l'état d'avancement des travaux ; on peut être aussi conduit dans certains cas à devoir tenir compte de l'effet des mises en tension successives des différentes armatures ; on doit alors étudier méticuleusement l'ordre le plus convenable pour effectuer cette opération, afin d'éviter qu'il se produise temporairement, sous l'effet de la précontrainte partielle, des états de contrainte dangereux.

En résumé, le calcul du béton précontraint doit se faire en admettant le béton homogène, et l'acier intervient essentiellement comme agent de précontrainte.

(A suivre.)

<sup>1</sup> Là encore la similitude entre la poutre fléchie précontrainte et l'arc est remarquable.

## SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

Extrait du procès-verbal de la 5<sup>e</sup> séance du Comité central du 10 septembre 1943.

### 1. Etat nominatif.

Admission de nouveaux membres.

Dans la séance du Comité central du 10 septembre 1943 ont été admis :

		Domicile	Section
Rybi, H.	architecte	Berne	Berne
Billeter, E.	ing. civil	Siegershausen	Thurgovie
Vavra, H.	ing. méc.	Winterthour	Winterthour
Jung, F.	architecte	Küsnacht	Zurich
Bernasconi, G.	architecte	Nidau	Membre isolé

Démissions.

Frütschi, J.-E.	architecte	Winterthour	Winterthour
Ensslin, E.	ing. méc.	Winterthour	Winterthour
Perrenoud, R.	ing. électr.	Zurich	Zurich
Braschler, H.	ing. rural	Saint-Gall	Membre isolé

Décès.

Braun, A.	ing. méc.	Bâle	Bâle
Moll, A.	ing. civil	Oltén	Berne
Jéquier, M.	ing. électr.	Neuchâtel	Neuchâtel
Bischoff, R.	ing. électr.	Neuchâtel	Neuchâtel
Niederer, Th.	architecte	Alstätten	Saint-Gall
Baggio, G.	ing. civil	Bellinzone	Tessin
Helber, G.	architecte	Lucerne	Waldstätte
Theiler, H.	architecte	Lucerne	Waldstätte
Schwarz, M.	ing. rural	Lausanne	Vaudoise
Guillemin, G.	ing. méc.	Pully	Vaudoise
Müller, E.	ing. méc.	Winterthour	Winterthour
Koller, G.	ing. civil	Zurich	Zurich
Studer, Th.	ing. méc.	Steckborn	Membre isolé

### 2. Commission pour les concours d'architecture.

Le Comité central nomme M. R. Christ, architecte à Bâle, membre et président de la commission pour les concours d'architecture en remplacement de M. F. Bräuning, architecte, démissionnaire. Le Comité central adresse au nom de la S. I. A. à M. F. Bräuning ses meilleurs remerciements pour son dévouement à la cause des concours pendant ses six années de présidence. M. Bräuning conserve son mandat de membre de la commission des concours.

### 3. Conditions spéciales pour la fabrication du béton.

Le Comité central prend connaissance d'un projet élaboré par le Groupe professionnel de la S. I. A. des ingénieurs des Ponts et Charpentes. Il décide de demander à l'assemblée des délégués l'autorisation de le mettre tout de suite provisoirement en vigueur.

### 4. Normes de la S. I. A.

Le Comité central décide de faire usage d'une autorisation accordée par le Service fédéral du contrôle des prix et d'augmenter d'une façon modeste les prix des formules éditées par la S. I. A. à partir du 1<sup>er</sup> août 1943.

Le Comité central examine quelques questions particulières ainsi que l'organisation de l'assemblée des délégués et de l'assemblée générale du lendemain.

Zurich, le 6 octobre 1943.

Le Secréariat.