**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande
**Band:** 70 (1944)
**Heft:** 15

**Artikel:** Etude de la précision des cercles divisés
**Autor:** Ansermet, A.
**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-53253

# Etude de la précision des cercles divisés

par A. ANSERMET, ingénieur.

Dans le numéro du 13 novembre dernier du *Bulletin technique*, M. le professeur Ch. Blanc a publié un article très intéressant sur les séries de Fourier et leur application [1]. Dans le domaine de la technique instrumentale, ces séries jouent également un rôle et leur emploi facilite notamment le calcul des erreurs périodiques des cercles divisés.

Les lignes qui suivent sont consacrées principalement à la méthode du professeur Heuvelink, de l'Ecole polytechnique de Delft, qui est maintenant d'un emploi courant. Cette méthode comporte une compensation d'après le principe des moindres carrés car le nombre des mesures effectuées est bien supérieur à celui des inconnues ; toutefois le calcul se simplifie beaucoup en tenant compte de l'orthogonalité qui se traduit par l'élimination, dans les équations normales, des termes dits non-quadratiques. Les inconnues du problème sont les coefficients d'une série trigonométrique $F_n(x)$ et ainsi que l'a rappelé M. Blanc, il s'agit de rendre *minimum* l'expression

$$M_n^2 = \int_{-l}^{+l} [f(x) - F_n(x)]^2 \, dx$$

où $f(x)$ est une fonction quelconque. C'est le principe des moindres carrés appliqué aux résidus $[f(x) - F_n(x).]$

Les mesures sur le cercle s'effectuent comme suit :

1° Chaque mesure est la moyenne de deux lectures faites en deux points diamètralement opposés du cercle divisé. L'erreur périodique à calculer sera donc celle d'un diamètre du cercle et non d'une division déterminée.

2° Un angle choisi arbitrairement à priori $\beta$ (p. ex. : 45°) est mesuré plusieurs fois en modifiant l'orientation du cercle chaque fois. Chaque mesure comporte donc une lecture initiale $\varphi$ et une lecture finale $(\varphi + \beta)$, les valeurs de $\varphi$ variant au fur et à mesure d'une façon régulière sur tout le pourtour d'un demi-cercle (p. ex. : $\varphi = 0°, 20°, 40° \ldots\ldots 160°$).

Pour chaque angle, il faut distinguer entre la valeur directement mesurée $p$ qui varie quelque peu d'une mesure à l'autre et la valeur la plus plausible $\alpha$, encore inconnue. Aucune de ces valeurs ne concorde rigoureusement avec $\beta$ qui est un nombre rond en général.

En d'autres termes, l'instrument doté d'un cercle divisé est placé en un point $P$ à partir duquel on vise deux repères $P_1P_2$ tels que l'angle $P_1PP_2$ soit susceptible de déterminations très précises. Les différences $(p - \alpha)$ seront donc très faibles.

[1] « Les séries de Fourier et leur application à certaines intégrations », par *Ch. Blanc*, professeur à l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne. *Bulletin technique*, 1943, p. 297.

L'erreur périodique afférente à la division a la forme : $a \sin(2\varphi + A) + b \sin(4\varphi + B) + c \sin(6\varphi + C) \ldots$ les termes en $\varphi$, $3\varphi$, $5\varphi$ ..... s'éliminant grâce à l'emploi de deux microscopes diamètralement opposés.

Chaque mesure de l'angle $P_1PP_2$ fournit un résidu $v$ :

$$\begin{aligned} v = -(p - \alpha) &+ a \sin(2\varphi + A) - a \sin(2\varphi + 2\beta + A) \\ &+ b \sin(4\varphi + B) - b \sin(4\varphi + 4\beta + B) \\ &+ c \sin(6\varphi + C) - c \sin(6\varphi + 6\beta + C) \\ &\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

ou aussi :

$$\begin{aligned} v = -(p - \alpha) &- 2a \sin \beta \cos(2\varphi + \beta + A) \\ &- 2b \sin 2\beta \cos(4\varphi + 2\beta + B) \\ &- 2c \sin 3\beta \cos(6\varphi + 3\beta + C) \\ &\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

identique à l'expression

$$\begin{aligned} v = -(p - \alpha) &+ x_1 \cos 2\varphi + y_1 \cos 4\varphi + z_1 \cos 6\varphi \ldots\ldots \\ &+ x_2 \sin 2\varphi + y_2 \sin 4\varphi + z_2 \sin 6\varphi \ldots\ldots \end{aligned}$$

$$\text{où } a^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2}{4 \sin^2 \beta}; \quad b^2 = \frac{y_1^2 + y_2^2}{4 \sin^2 2\beta}; \quad c^2 = \frac{z_1^2 + z_2^2}{4 \sin^2 3\beta} \ldots\ldots$$

$$\mathrm{tg}(\beta + A) = -\frac{x_2}{x_1}; \ \mathrm{tg}(2\beta + B) = -\frac{y_2}{y_1}; \ \mathrm{tg}(3\beta + C) = -\frac{z_2}{z_1} \ldots$$

de plus $[vv]_1^n = \text{minimum}$ $([\ldots\ldots] = \text{somme})$

On sait calculer les coefficients mais ici les intégrales deviennent des sommes

$$x_1 = \frac{2}{n} [(p - \alpha) \cos 2\varphi] \qquad x_2 = \frac{2}{n} [(p - \alpha) \sin 2\varphi]$$

$$y_1 = \frac{2}{n} [(p - \alpha) \cos 4\varphi] \qquad y_2 = \frac{2}{n} [(p - \alpha) \sin 4\varphi]$$

$$z_1 = \frac{2}{n} [(p - \alpha) \cos 6\varphi] \qquad z_2 = \frac{2}{n} [(p - \alpha) \sin 6\varphi]$$

$$\ldots\ldots\ldots \quad n\alpha = [p] \quad \ldots\ldots\ldots$$

sommes étendues aux $n$ mesures effectuées.

On pourrait aussi avoir recours non pas aux coefficients auxiliaires $x_1 x_2 y_1 y_2 z_1 z_2$ .... mais à des valeurs approchées des inconnues $a$, $b$, $c$ $A$, $B$, $C$ .... ; cette solution, d'un usage courant, est à déconseiller ici car les inconnues sont ou très faibles ou mal déterminées.

### *Calcul des poids et erreurs moyennes.*

On voit sans peine que les coefficients auxiliaires ont tous le même poids $\frac{n}{2}$.

En appliquant la propriété dite « d'invariance » de la loi de Gauss aux relations

$$a^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2}{4 \sin^2 \beta}, \ b^2 = \ldots\ldots \qquad \beta + A = \mathrm{arc\ tg}\left(-\frac{x_2}{x_1}\right) \ldots\ldots$$

on calcule les erreurs quadratiques et les poids

$$M_a^2 . P_a = M_b^2 P_b \ldots\ldots = M_A^2 P_A = M_B^2 P_B \ldots\ldots = M^2$$

$$\text{où } M^2 = \frac{[vv]}{r} \ (r \text{ mesures surabondantes})$$

$$M_a = \frac{M}{\sqrt{2n}\,\sin\beta} \qquad P_a = 2n\,\sin^2\beta \qquad P_b = 2n\,\sin^2 2\beta .....$$

$$\underset{\text{(radians)}}{M_A} = \frac{M}{\sqrt{2n}.a\,\sin\beta} \qquad P_A = 2na^2\sin^2\beta \qquad P_B = 2nb^2\sin^2 2\beta .....$$

$$\frac{P_A}{P_a} = a^2, \quad \frac{P_B}{P_b} = b^2 .....$$

L'angle β ne doit donc pas être trop petit ; la petitesse des valeurs $a$, $b$, $c$ ..... rend précaire le calcul des $M_A$, $M_B$, $M_C$ .....

*Exemples.* A titre comparatif et pour se rendre compte de l'ordre de grandeur des coefficients voici quelques résultats obtenus au moyen de deux instruments modernes : les théodolites Wild (universel) et Zeiss II.

Les valeurs suivantes sont à la base des mesures :

$\beta = 45^o$ ; les observations comprennent 4 séries avec lectures de 20 en 20°: $\varphi = 0^o, 20^o, 40^o$ ..... 160° ($n = 4 \times 9 = 36$)

Instrument *Wild* : Erreur périodique (diamétrale) = — 0'',23 sin (2φ + 137°,6) — 0'',08 sin (4φ + 46°,2) — 0'',08 sin (6φ + 248°,9) .....

Instrument *Zeiss* :
0'',50 sin (2φ + 50°,7) + 0'',13 sin (4φ + 13°,5) + 0'',07 sin (6φ + 352°,2) .....

avec les erreurs moyennes :

$a$ = 0'',50 ± 0'',10, $b$ = 0'',13 ± 0'',07, $c$ = 0,''07 ± 0'',10 .....
$A$ = 50'',7 ± 10°,9, $B$ = 13°,5 ± 30°,3, $C$ = 352°,2 ± 79°,3 .....

Ces chiffres sont révélateurs de la haute précision de la graduation (pour plus de détails voir « Zeitschrift für Instrumentenkunde », 1928, 1935). Les erreurs moyennes $M_A$, $M_B$, $M_C$ deviennent grandes ; il faudrait multiplier le nombre de mesures $n$ mais pratiquement il y a des limites.

# Economie dans la construction des téléfériques à va-et-vient

## pour transport de personnes.

Primitivement, les téléfériques à voyageurs ne furent souvent qu'une adaptation d'installations destinées aux transports des matériaux manquant souvent des dispositifs de sécurité indispensables. A cela s'ajoutait parfois une utilisation peu logique des câbles dont on connaissait mal les lois d'usure et dont la technique de construction n'avait pas atteint, tant en ce qui concerne les matières premières que les modes de fabrication, la perfection actuelle. On s'efforça dès lors de remédier à l'insécurité de telles instal-

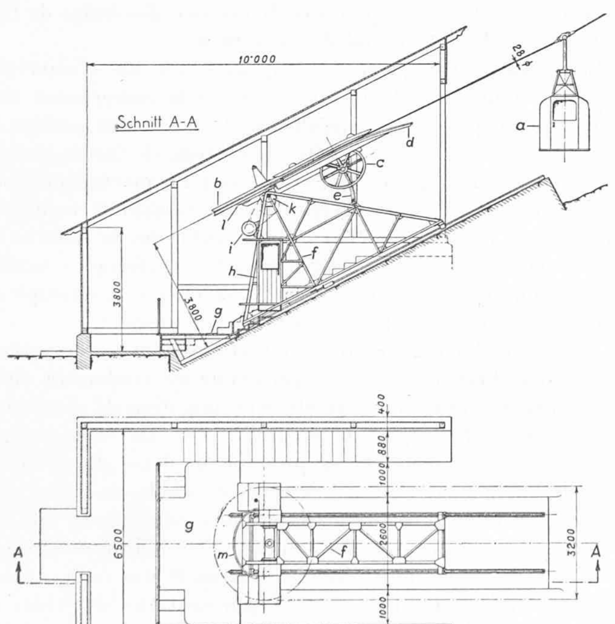


Fig. 1. — Station inférieure avec dispositif tendeur et commande électrique du câble.

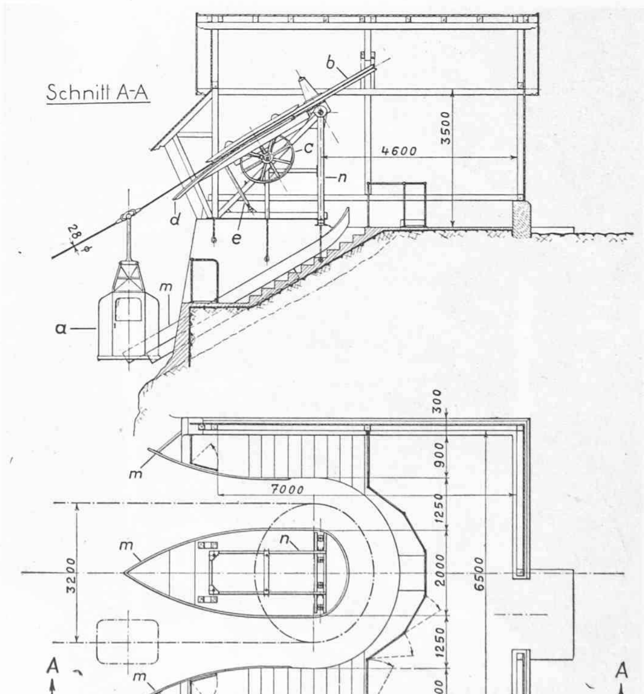


Fig. 2. — Station supérieure pouvant être prévue aussi comme station motrice.

*Légende :*
$a$ = Véhicules à fixation articulée aux jointures du câble porteur-tracteur unique sans fin ; $b$ = Poulies de renvoi, à inclinaison réglable ; $c$ = Poulies de guidage du câble, en position oblique ; — $d$ = Rails d'arrivée et de départ pour le véhicule ; $e$ = Dispositif de réglage de l'inclinaison des poulies ; $f$ = Châssis-charriot déplaçable hydrauliquement, pour le réglage de la tension du câble, position la plus basse ; $g$ = Estrade d'accès déplaçable parallèlement au châssis-chariot ; $k$ = Poste de commande monté dans le châssis-charriot ; $i$ = Moteur avec transmission à poulies ; $k$ = Réducteur avec frein de secours automatique ; $l$ = Couronne dentée conique et poulie du frein à main, fixées à la poulie motrice du câble ; $m$ = Guidages pour le véhicule ; $n$ = Châssis de support de la poulie de renvoi.