Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 77 (1951)
Heft: 15

Artikel: Calcul de l'intersection au moyen de plusieurs machines à calculer
Autor: Bachmann, W.K.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-58156

77e année | 28 juillet 1951 | No 15

BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les quinze jours

CALCUL DE L'INTERSECTION AU MOYEN DE PLUSIEURS MACHINES A CALCULER

par W. K. BACHMANN
professeur à l'Ecole Polytechnique de l'Université de Lausanne

Le calcul des points de triangulation au moyen de la machine à calculer double a déjà été traité à maintes reprises [1].

Il est hors de doute que la machine double présente de nombreux avantages sur la machine simple pour le calcul des points de triangulation par intersection. Si, malgré cela, nous jugeons indiqué de revenir ici sur le calcul avec la machine simple, c'est parce qu'il n'existe actuellement aucune machine double moderne.

En principe, on peut aussi utiliser deux machines simples au lieu d'une double ; il suffit de faire effectuer constamment le même nombre de rotations aux deux machines. Mais cela ne va pas sans difficulté, étant donné le nombre considérable de rotations que l'on est appelé à effectuer. Le travail devient dès lors long et ennuyeux, ce qui risque de compromettre le rendement. Pour cette raison, nous avons cherché une autre méthode permettant d'atteindre plus rapidement le but. En outre, il est plutôt rare qu'une intersection ne soit déterminée que par deux visées. C'est en photogrammétrie surtout qu'on a constamment de très nombreuses intersections à calculer. Dans ce cas, les points sont presque toujours déterminés par trois visées qu'on a l'habitude de compenser graphiquement. On est donc amené à se demander si l'on ne peut supprimer cette compensation graphique en utilisant trois machines simples pour ces calculs. C'est cette méthode que nous avons développée à notre Institut de photogrammétrie et de géodésie. Les machines que nous utilisons sont des Facit de capacité $10 \times 10 \times 19$.

[1] Les publications y relatives étant très nombreuses, nous n'en mentionnerons que quelques-unes :

1. E. Rühle, *Koordinatengeometrie auf der Sprossenmaschine*, Zeitschrift für Vermessungswesen 1933, page 433.
2. K. Jordan, *Anwendungsmöglichkeit der Rechenmaschine bei trigonometrischen Rechnungen.* Zeitschrift für Vermessungswesen 1934, page 265
3. E. Rühle, *Synthetische Geometrie auf der Koordinatenmaschine*, Zeitschrift für Vermessungswesen 1938, page 486.
4. Czeslaw Kamela, *Einschneiden mit der Doppelmaschine*, Sammlung wissenschaftlicher Arbeiten der in der Schweiz internierten Polen, Band I, 4, 1943.
5. Heinz Wittke, *Die Rechenmaschine und ihre Rechentechnik.* Sammlung Wichmann, Band 12.
6. K. Schieferdecker, *Geodätisches Rechnen.* Brunsviga Maschinenwerke A. G., Braunschweig 1949.

Les listes de publications que le lecteur trouvera dans les ouvrages (4) et (5) susmentionnés lui permettront de s'orienter d'une façon plus approfondie.

§ 1. Méthode d'approximation successive

Rappelons d'abord les formules qui sont à la base du calcul d'une intersection avec deux machines simples ou une machine double.

Soient A et B deux points de triangulation donnés et P le point à déterminer au moyen des visées d_A et d ; voir figure 1.1. Nous introduisons un système de coordonnées cartésiennes que nous désignerons par (x, y) ou (ξ, η) suivant que nous considérerons l'une ou l'autre des deux visées.

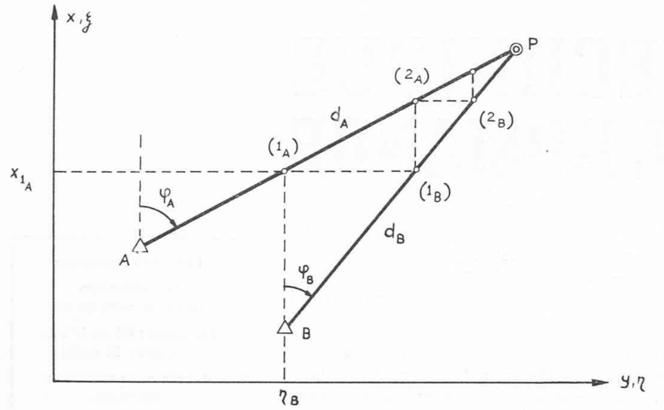

Fig. 1.1

Désignons les gisements des deux visées respectivement par φ_A et par φ_B et soient (x_A, y_A), (ξ_B, η_B) les coordonnées des points A et B. En posant

$$\boxed{\operatorname{tg} \varphi_A = \mu_A \qquad \operatorname{tg} \varphi_B = \mu_B} \tag{1.1}$$

les équations des deux droites d_A et d_B sont

$$y = y_A + (x - x_A)\, \mu_A \tag{1.2}$$

$$\eta = \eta_B + (\xi - \xi_B)\, \mu_B\,. \tag{1.3}$$

(x, y) étant les coordonnées d'un point courant sur d_A et (ξ, η) celles d'un point sur d_B, on obtient le point P lorsqu'on a $x = \xi$ et $y = \eta$.

Désignons les compteurs de la machine par F_1, F_2 et R; voir figure 1.2.

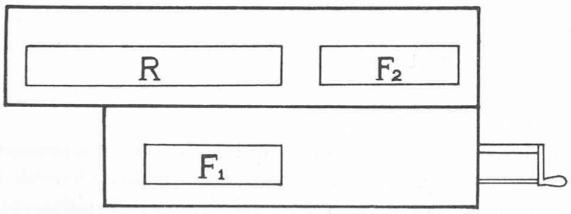

Fig. 1.2

Nous y ajouterons l'indice A ou B suivant qu'il s'agira de la machine associée à la visée A ou à la visée B. F_2 est le compteur de tours. En introduisant dans F_1 un chiffre α et en faisant faire à la machine β tours, marqués en F_2, nous obtenons en R le produit $\alpha . \beta$.

Introduisons l'équation (1.2) dans la machine (A). μ_A aura six décimales, tandis que nous en choisirons généralement quatre pour x, exprimé en mètres. Le produit de ces deux facteurs aura donc dix décimales que nous indiquerons en R au moyen du curseur. De même, nous placerons le curseur de F_1 sur six et celui de F_2 sur quatre décimales.

Il est indiqué de choisir le système de coordonnées cartésiennes de telle sorte que toutes les coordonnées soient positives, ce que l'on fait du reste couramment pour les besoins militaires. Quoiqu'on puisse aussi travailler avec des coordonnées de signe quelconque, nous les supposerons ici positives, si ce n'est que pour simplifier les explications à donner.

Plaçons maintenant la valeur de y_A dans R et introduisons x_A avec le signe de μ_A dans F_2 en laissant F_1 vide. Cela étant, nous plaçons μ_A dans F_1. La machine nous donne ainsi y_A en R pour x_A en F_2. En la faisant maintenant tourner, le nombre de tours est multiplié par μ_A et le produit est ajouté algébriquement à y_A en R. Nous voyons donc que nous avons ainsi introduit l'équation (1.2) dans la machine (A) puisque les compteurs R et F_2 nous donnent, quelle que soit la position de la machine, les coordonnées x et y d'un point de la droite d_A. De la même façon, nous introduisons l'équation (1.3) dans la machine (B). Il suffit maintenant de chercher la valeur $x = \xi$ pour laquelle nous obtenons $y = \eta$. Avec la machine double, cette opération s'effectue presque automatiquement, puisque les deux machines tournent simultanément avec la même vitesse. Dans ce cas, on s'arrange à avoir constamment $x = \xi$ et il suffit par conséquent de faire tourner les deux machines jusqu'au moment où l'on obtient $y = \eta$, ce qui fournit les coordonnées cherchées du point P. Par contre, lorsqu'on a affaire à deux machines simples, cette méthode est plus ardue, car il faut toujours faire faire le même nombre de rotations aux deux. Pour cette raison nous préférons avoir recours à une méthode d'approximation successive.

Pour établir cette méthode, nous allons faire intervenir des considérations géométriques en nous basant sur la figure 1.1. Initialement, nous avons les coordonnées des points A et B dans les deux machines. Si nous faisons maintenant tourner la machine (A) jusqu'à ce qu'on ait la valeur de η_B dans R_A, nous obtenons le point (1_A), ayant pour abscisse x_{1_A}. Les opérations que nous venons d'effectuer correspondent donc à un déplacement du point A vers (1_A) sur la droite d_A. Cela étant, nous actionnons la machine (B) jusqu'à ce qu'elle nous donne x_{1_A} en F_2. Nous obtenons ainsi le point (1_B) sur d_B. En continuant de la sorte, nous aboutissons successivement aux points (2_A), (2_B), (3_A)... qui forment une suite convergeant vers P. Il en résulte que nous trouvons par approximation successive les coordonnées du point P. Ajoutons tout de suite que cette méthode n'est pratiquement utilisable que lorsque les valeurs $|\mu_A|$ et $|\mu_B|$ diffèrent fortement l'une de l'autre. S'il n'en est pas ainsi, la convergence est trop lente. Mais il ne faut pas oublier un autre facteur : si $\varphi_B > \varphi_A$ la méthode indiquée ci-dessus devient divergente. On est dans ce cas obligé d'intervertir la suite des opérations pour provoquer la convergence. Lorsqu'on a $\mu_A = -\mu_B$ il n'y a pratiquement rien à faire pour obtenir une suite d'opérations convergentes ; on retrouve toujours les mêmes points, ce qui est évident au point de vue géométrique. Mais étant donné qu'on rencontre exactement le même problème en photogrammétrie lorsqu'on étudie l'orientation relative, il est superflu d'en donner plus de détails ici, car il s'agit de choses bien connues. Lorsqu'on veut appliquer pratiquement cette méthode, on est quitte de se préoccuper de la convergence si l'on se rappelle la règle mnémotechnique suivante :

> On corrige toujours avec le x de l'équation où $|\operatorname{tg} \varphi|$ a la plus grande valeur pour réaliser l'égalité des y sur les deux machines ; puis on réalise avec l'autre machine l'égalité des x et ainsi de suite.

Pour illustrer cette méthode, nous allons considérer un exemple numérique en prenant

Position initiale

$$\text{Machine } (A) \begin{cases} R = 588\cdot389{,}94 \\ F_1 = 4{,}851530 \end{cases} \quad F_2 = 96\cdot241{,}26$$

$$\text{Machine } (B) \begin{cases} R = 588\cdot658{,}54 \\ F_1 = 0{,}625259 \end{cases} \quad F_2 = 96\cdot019{,}98$$

Points	y	x	φ	$\text{tg } \varphi = \mu$
$A = L$ XI	+ 588·389,94 m	+ 96·241,26 m	$87^g\ 05^c\ 92^{cc}$	+ 4,851530
$B = L$ XII	+ 588·658,54 m	+ 96·019,98 m	$35^g\ 57^c\ 34^{cc}$	+ 0,625259

Nous indiquons ci-après les différents chiffres qu'on obtient successivement dans les deux machines en calculant d'après la méthode indiquée. Mais il va de soi qu'on ne note aucun résultat intermédiaire lorsqu'on effectue ces calculs. On inscrit uniquement le résultat final, qui est ici

$y = +\ 588·857{,}10$ m $\qquad x = +\ 96·337{,}55$ m

Nous obtenons successivement

Machine (A) $F_1 = 4{,}851530$		Machine (B) $F_1' = 0{,}625259$	
R	F_2	R	F_2
588·389,94	96·241,26	588·658,54	96·019,98
588·658,54	96·296,624		
		588·831,51	96·296,624
588·831,51	96·332,277		
		588·853,81	96·332,277
588·853,80	96·336,872		
		588·856,68	96·336,872
588·856,68	96·337,465		
		588·857,05	96·337,465
588·857,05	96·337,541		
		588·857,098	96·337,541
588·857,099	96·337,551		
		588·857,104	96·337,551
588·857,104	96·337,552		
		588·857,105	96·337,552

On voit que cette méthode nécessite un assez grand nombre d'opérations, quoique les coefficients μ_A et μ_B diffèrent passablement l'un de l'autre. Nous allons montrer qu'on peut l'améliorer en introduisant un coefficient de surcorrection, comme on a l'habitude de le faire en photogrammétrie.

§ 2. Méthode de surcorrection

Plaçons-nous dans les mêmes conditions que précédemment : considérons le point P déterminé par les visées d_A et d_B à partir des points de triangulation donnés A et B ; voir figure 2.1.

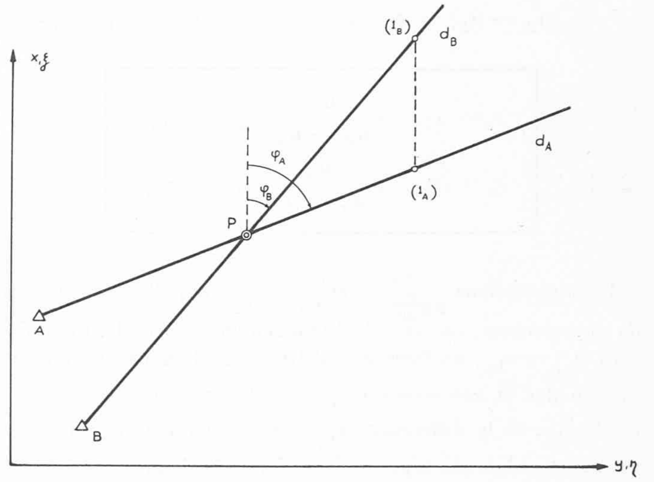

Fig. 2.1

Supposons qu'on ait introduit les équations de d_A et de d_B dans les deux machines et qu'on ait réalisé l'égalité $y = \eta$. Les coordonnées que nous avons dans les deux machines sont alors celles de deux points (1) et (1_B) de même ordonnée et situés respectivement sur les droites d_A et d_B. Posons

(2.1)

	Y	X
(1_A)	y_1	x_{1_A}
(1_B)	y_1	x_{1_B}
P	y_o	x_o

En reprenant les deux équations (1.2) et (1.3), nous obtenons pour les points (1_A) et (1_B)

(2.2) $\qquad y_1 = y_A + (x_{1_A} - x_A)\ \mu_A$

(2.3) $\qquad y_1 = \eta_B + (x_{1_B} - x_B)\ \mu_B$

et pour le point P

(2.4) $\qquad y_o = y_A + (x_o - x_A)\ \mu_A$

(2.5) $\qquad y_o = \eta_B + (x_o - x_B)\ \mu_B\ .$

Formons la différence des équations (2.2) — (2.4) et (2.3) — (2.5)

(2.6) $\qquad y_1 - y_o = (x_{1_A} - x_o)\ \mu_A$

(2.7) $\qquad y_1 - y_o = (x_{1_B} - x_o)\ \mu_B$

ce qui nous donne la relation

(2.8) $\qquad \boxed{(x_{1_A} - x_o)\ \mu_A = (x_{1_B} - x_o)\ \mu_B}$

qu'on peut du reste écrire directement en considérant la figure 2.1. Résolvons-la par rapport à x_o

$$x_o(\mu_B - \mu_A) = x_{1_B} \cdot \mu_B - x_{1_A} \cdot \mu_A \,. \tag{2.9}$$

Nous la transformons légèrement afin de faire apparaître dans le second membre x_{1_A} respectivement x_{1_B} :

$$x_o(\mu_B - \mu_A) = x_{1_B}(\mu_B - \mu_A) + (x_{1_B} - x_{1_A})\,\mu_A$$

$$x_o(\mu_A - \mu_B) = x_{1_A}(\mu_A - \mu_B) + (x_{1_A} - x_{1_B})\,\mu_B$$

$$\boxed{\begin{aligned} &x_o = x_{1_B} + \frac{\mu_A}{\mu_B - \mu_A}(x_{1_B} - x_{1_A}) &(2.10)\\ &x_o = x_{1_A} + \frac{\mu_B}{\mu_A - \mu_B}(x_{1_A} - x_{1_B}). &(2.11)\end{aligned}}$$

Les expressions $\frac{\mu_A}{\mu_B - \mu_A}$ et $\frac{\mu_B}{\mu_A - \mu_B}$ s'appellent *coefficients de surcorrection* ; on les calcule facilement à la règle. Connaissant x_{1_A} et x_{1_B}, les formules (2.10) et (2.11) nous permettent de calculer la surcorrection pour obtenir x_o à partir de x_{1_A} ou de x_{1_B}. Si la différence $(x_{1_A} - x_{1_B})$ est forte, on est généralement obligé de répéter deux fois le calcul.

Nous donnons ci-après, sur le formulaire que nous utilisons à notre Institut, un exemple numérique. Remarquons qu'aucun résultat intermédiaire n'est noté.

Indiquons encore en détail la suite des opérations à effectuer pour l'exemple ci-après. La surcorrection est calculée à la règle et directement introduite dans la machine. On obtient successivement

Machine (A) $\mu_A = +\,0{,}037\cdot228\cdot$		Machine (B) $\mu_B = -\,0{,}482\cdot346\cdot$		Surcorrections
R	F_2	R	F_2	$\frac{\mu_B}{\mu_A - \mu_B} =$
589·739,56	98·509,75	589·056,01	98·709,16	— 0,928
		589·739,56	97·292,02	— 1130 m
589·697,492	93·379,75			
		589·697,492	97·379,24	— 0,474 m
589·697,475	97·379,276			
		589·697,474	97·379,276	

Nous avons donc dû faire intervenir deux fois le coefficient de surcorrection pour obtenir le résultat définitif.

Stations	Y	X	tg φ	φ	Δy	Δx	s^2	s
$A = R$ II	+ 589·739,56	+ 98·509,75	+ 0,037·228	202^g 36^c 89^{cc}				
$B = R$ III	+ 589·056,01	+ 98·709,16	— 0,482·346	171^g 38^c 87^{cc}				
	—	—						
	—	—						
	—	—						

$\frac{\mu_B}{\mu_A - \mu_B} = -\,0{,}928$ $P : 1$

$Y = +\,589\cdot697{,}47$ $X = +\,97\cdot379{,}28$ $H =$

§ 3. Intersection déterminée par plus de deux visées

Lorsqu'une intersection est déterminée par plus de deux visées, il y a lieu de procéder à une compensation. On peut naturellement appliquer la méthode des moindres carrés, mais pour la photogrammétrie, où l'on recherche tout au plus une précision de quelques centimètres, il est indiqué de la remplacer par une méthode plus rapide. Pour cette raison, on a introduit la compensation graphique, déjà mentionnée plus haut.

Lorsqu'une intersection est déterminée par trois visées, nous utilisons trois machines pour les calculs. En introduisant l'équation d'une visée dans chacune d'elles, nous calculons les coordonnées des trois points d'intersection et choisissons ensuite la moyenne arithmétique comme valeur compensée. Cette méthode est très rapide, car une fois l'intersection de deux des visées déterminée, le calcul des intersections de la troisième visée avec les deux précédentes ne nécessite plus que des corrections de quelques centimètres. Un nombre supérieur de visées à trois n'a généralement pas de sens pratique en photogrammétrie, aussi ne se présente-t-il que très rarement. Dans ce cas, on peut se borner à vérifier la quatrième visée, une fois le point compensé calculé à l'aide des trois autres visées. Sinon, on procédera à une compensation graphique en appliquant l'une des méthodes habituelles.

Pour terminer, nous allons encore indiquer un exemple complet avec trois visées, qui montrera également la disposition des calculs d'altitudes.

Stations	Y	X	tg φ	φ	Δy	Δx	s^2	s
R II $= A$	+ 589·739,56	+ 98·509,75	+ 0,677·032	$237^g\,88^c\,81^{cc}$	616,70	910,93	1·21·01·12,35 1100	1100,05
R III $= B$	+ 589·056,01	+ 98·709,16	— 0,060·195	$196^g\,17^c\,25^{cc}$	66,85	1110,34	1·23·73·23,84 1112	1112,35
L III	+ 589·296,05	+ 98·550,41	+ 0,181·994	$211^g\,46^c\,07^{cc}$	173,19	951,59	93·55·18,30 967,2	967,22
	—	—						
	—	—						

	Y	X
R II—R III	+ 589·122,85	+ 97·598,84
R II—L III	,88	,89
R III—L III	,85	,74

$$\frac{\mu_B}{\mu_A - \mu_B} = -0{,}082 \qquad P : 3$$

$$Y = +\,589{\cdot}122{,}86 \qquad X = +\,97{\cdot}598{,}82 \qquad H = 1663{,}19$$

Stations	β	tg β	s	Δh	$H_{stat.}$	I	S	$E - R$	$\sigma + \Delta$	H_P
R II	— $3^g\,62^c\,37^{cc}$	— 0,056·982	1100,05	— 62,68	1724,53	+ 1,33	— 0,00	+ 0,08	— 0,02	1663,24
R III	— $9^g\,25^c\,62^{cc}$	— 0,146·429	1112,35	— 162,88	1824,77	+ 1,15	— 0,00	+ 0,08	— 0,04	,08
L III	— $12^g\,57^c\,12^{cc}$	— 0,200·076	967,22	— 193,52	1855,30	+ 1,47	— 0,00	+ 0,06	— 0,05	,26
						+	—	+		
						+	—	+		
						+	—	+		

CONCOURS POUR UN BATIMENT SCOLAIRE A LA COUDRE (Neuchâtel)

Extrait du règlement

En janvier 1951, la direction des bâtiments de la ville de Neuchâtel ouvrait un concours restreint pour l'établissement des plans d'un bâtiment scolaire à La Coudre.

Six architectes furent invités à concourir.

Le *programme* spécifiait notamment :

« Le bâtiment sera conçu en harmonie avec ce qui existe et s'intégrera dans le cadre de La Coudre, sans recherche d'un effet dominant qui n'est pas souhaité. Les concurrents tiendront compte de l'éventualité, proche ou lointaine, d'un temple devant compléter le centre civique de La Coudre : vieux collège, nouveau collège et temple.

» On demande de la construction convenable mais une économie des cubes et des matériaux, en rapport avec les prix du jour...

» ... Toute liberté est laissée aux concurrents pour la répartition sur plusieurs étages, maximum deux étages de salles de classes, sous réserve des possibilités du terrain et du cube optimum.

» Les bâtiments seront implantés au nord de la parcelle, sur le rocher. Les remplissages de l'ancienne carrière seront aménagés en préau. Des accès commodes doivent être prévus de la route cantonale et depuis le nord. »

Extrait du rapport du jury

Le jury s'est réuni le 23 mai 1951 à Neuchâtel. Il était composé de MM. R. Gerber, conseiller communal, président ; J.-P. Vouga, architecte, Lausanne ; Carl Frey, architecte, Bienne ; J. Béguin, architecte, Neuchâtel ; J.-D. Perret, directeur des Ecoles primaires (suppléant : M. Stettler, architecte, Gümlingen).

Après avoir constaté que les six concurrents s'étaient conformés aux dispositions du programme, le jury fixe comme suit le schéma de base de sa critique : 1. Implantation, accès, préau. 2. Distribution générale. 3. Circulations, escaliers. 4. Salles de classes. 5. Salles spéciales. 6. Salle de gymnastique et ses annexes. 7. Douches scolaires. 8. Logement du concierge. 9. Tenue architecturale. 10. Economie du projet.

Après examen détaillé des projets et rédaction des critiques, le jury fixe le classement et attribue les prix suivants : 1er prix, 1900 fr. ; 2e prix, 1600 fr. ; 3e prix, 1500 fr. ; 4e prix, 1200 fr. ; 5e prix, 700 fr. ; il attribue au projet classé en sixième rang, une indemnité de 600 fr.

En conclusion de son rapport le jury s'exprime en ces termes :

« Le projet ayant obtenu le premier prix ne peut pas être exécuté tel qu'il est. Le jury recommande cependant à

(Suite du rapport du jury, p. 207)