

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 79 (1953)
Heft: 9-10: École polytechnique de l'Université de Lausanne: publication du centenaire 1853-1953, fasc. no 1

Artikel: Nouvelle méthode graphique destinée au calcul préliminaire des performances des avions
Autor: Seiler, A.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-59755>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 30.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

des équations 1 et 4 de façon à obtenir l'épaisseur voulue du profil. Enfin on calcule k'_x et k'_y à partir de 5 et le coefficient $\Lambda = f(\alpha) \frac{l}{t} = \text{cste}$ au moyen de 11.

Le diagramme (fig. 5) donne le résultat du calcul pour $\beta = 0$ et $\frac{d}{l} = 0$ et 0,1, tandis que la figure 6 reproduit les résultats correspondants pour $\beta = 70^\circ$, pour $\frac{d}{l} = 0$ et 0,1 également.

Ces courbes suggèrent les remarques suivantes : pour une grille de faible inclinaison ($\beta \approx 0$) l'influence de l'épaisseur du profil est faible et reste comparable à celle qu'on observe pour le profil isolé. Il n'en est plus de même aux fortes inclinaisons ($\beta > 45^\circ$). Le caractère des courbes est considérablement modifié, surtout aux faibles portances et se rapproche sensiblement de celui des courbes expérimentales. La correction due à l'épaisseur du profil n'est cependant pas encore suffisante. On verrait aisément que la courbure du profil entraîne une modification du même sens que son épaisseur. La détermination de ce nouvel effet est en principe possible mais se heurte à de grosses difficultés pratiques.

Mes anciens collaborateurs F. Coester et R. Stoffel ont bien voulu se charger des calculs souvent longs et délicats. Je tiens à leur exprimer ici ma reconnaissance pour leur aide efficace.

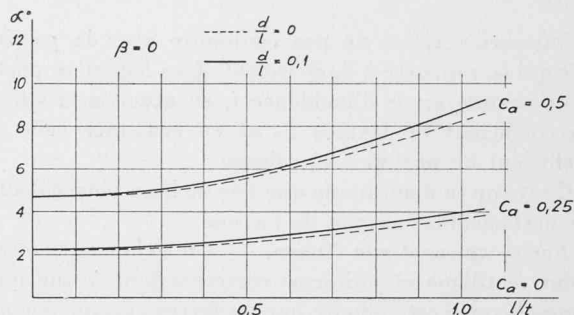


Fig. 5. — Effet de l'épaisseur du profil sur une grille de faible inclinaison.

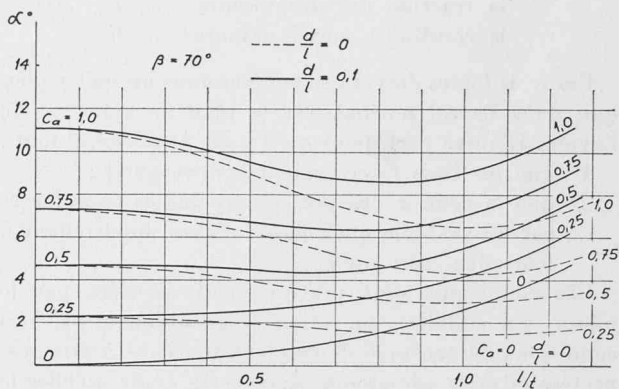


Fig. 6. — Effet de l'épaisseur du profil sur une grille de forte inclinaison.

NOUVELLE MÉTHODE GRAPHIQUE DESTINÉE AU CALCUL PRÉLIMINAIRE DES PERFORMANCES DES AVIONS

par A. SEILER, ingénieur E.P.U.L., D^r ès sc. tech.,
Directeur du Technicum, Genève

Rappelons tout d'abord quelques notions fondamentales de la mécanique du vol des avions et considérons un appareil se déplaçant d'un mouvement uniforme dans une atmosphère calme. Appelons :

- R la résultante des forces *aérodynamiques* qui s'exercent sur cet avion ;
- R_x = traînée, la composante de R suivant la trajectoire parcourue par l'avion ;
- R_z = portance, la composante de R perpendiculairement à la trajectoire parcourue par l'avion ;
- ρ la masse spécifique de l'air à une altitude z donnée ($\rho = \frac{\gamma}{g}$, si γ = poids spécifique de l'air, et g = accélération de la pesanteur) ;
- V la vitesse de déplacement de l'avion sur sa trajectoire ;
- S la surface alaire, c'est-à-dire la surface limitée par la projection du contour de l'aile sur un plan perpendiculaire au plan de symétrie de l'aile et passant par la plus grande corde du profil (section droite) situé dans ce plan de symétrie ;

i l'angle d'incidence de référence (différent de l'angle d'incidence aérodynamique vrai), c'est-à-dire l'angle que fait la plus grande corde du profil de l'aile avec la direction de V.

La portance et la traînée de l'avion considéré ont alors pour expression :

$$R_z = C_z \cdot S \frac{\rho V^2}{2} \quad (\text{portance}),$$

$$R_x = C_x \cdot S \frac{\rho V^2}{2} \quad (\text{traînée}),$$

ces deux relations définissant respectivement un *coefficient de portance relatif à l'avion entier* C_z et un *coefficient de traînée également relatif à l'avion entier* C_x .

Ces coefficients, sans dimensions, sont fonction des nombres de Reynolds et de Mach de l'écoulement de l'air autour des surfaces portantes de l'avion, et sont déterminés expérimentalement en soufflerie aérodynamique sur maquettes à échelle réduite et, en vol, sur avions-maquettes et sur prototypes. Les résultats de ces essais sont reportés sur un diagramme, appelé

polaire-avion (pour ne pas confondre avec la *polaire-aile* qui se rapporte à l'aile isolée), dans lequel on porte, pour chaque angle d'incidence i , en abscisse la valeur du coefficient de traînée C_x et en ordonnée celle du coefficient de portance C_z : figure 1.

C'est sur ce diagramme que l'on se base pour calculer les performances de vol de l'avion.

Forces agissant sur l'avion. — Un avion en mouvement rectiligne et uniforme correspondant à une incidence donnée est sollicité par les forces extérieures suivantes :

- le poids de l'appareil G
- la traction des propulseurs T
- la résultante aérodynamique R

Ces trois forces doivent se trouver dans un même plan qui, dans le vol normal, est le plan de symétrie de l'avion. D'autre part, pour qu'il y ait équilibre, il faut :

- 1° que les trois forces soient concourantes ;
- 2° que la somme des projections de ces trois forces sur un système quelconque d'axes appartenant à leur plan, soit nulle.

Ces conditions sont pratiquement réalisées par le pilote, qui stabilise son avion longitudinalement. Des conditions de centrage demandent toutefois à être respectées et nous admettrons dans cette étude qu'elles le sont.

Cas du vol horizontal uniforme. — Le mouvement étant uniforme, les trois forces qui sollicitent l'avion doivent avoir une résultante nulle. Si l'on décompose la résultante aérodynamique R suivant ses composantes R_x (traînée) et R_z (portance), la figure 2 montre que l'équilibre est réalisé si :

- la portance R_z équilibre le poids G de l'appareil,
- la traînée R_x équilibre la traction T du système propulseur.

On peut donc écrire :

$$(1) \quad G = R_z = C_z \cdot S \frac{\rho V^2}{2}$$

$$(2) \quad T = R_x = C_x \cdot S \frac{\rho V^2}{2}$$

La puissance fournie par l'hélice étant égale, d'une part, au produit de sa traction T par la vitesse V imprimée à l'avion et, d'autre part, au produit de la puissance P fournie par le moteur, par le rendement de l'hélice η , on peut aussi écrire :

$$(3) \quad TV = \eta P = P_u,$$

P_u étant la puissance utile à la traction.

En tenant compte de cette dernière relation, on peut donc mettre les équations (1) et (2) sous la forme :

$$(4) \quad G = C_z \cdot S \frac{\rho V^2}{2}$$

$$(5) \quad P_u = C_x \cdot S \frac{\rho V^3}{2}$$

Ce sont les équations fondamentales du vol horizontal bien connues en aérotechnique.

Ces équations vont nous permettre de déterminer le

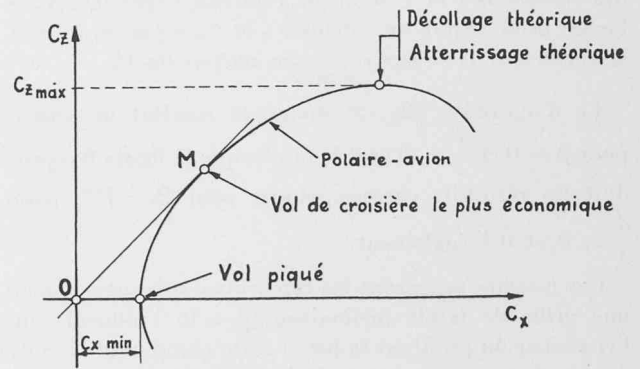


Fig. 1. — Polaire-avion.

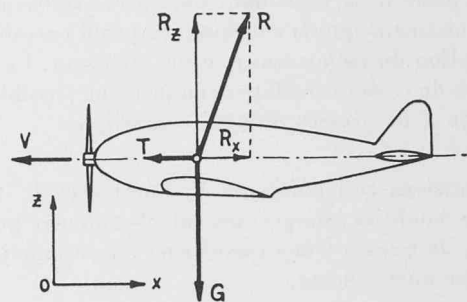


Fig. 2. — Avion en vol horizontal à vitesse uniforme.

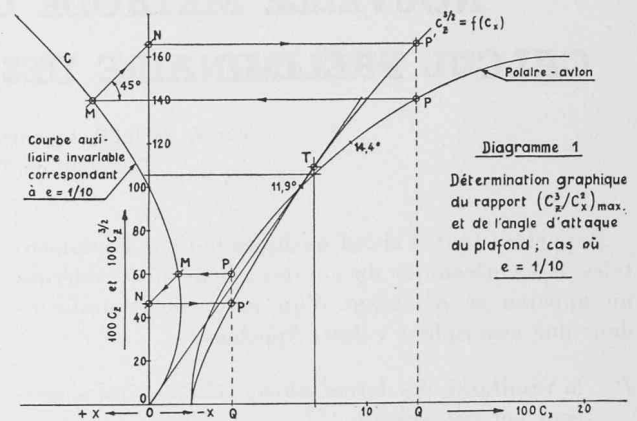


Diagramme 1

« plafond » de vol, c'est-à-dire l'altitude maximum que peut atteindre l'avion. Pour cela il suffit d'éliminer V entre les équations (4) et (5) puis d'expliciter ρ . On obtient ainsi :

$$(6) \quad \rho = 2 \frac{G}{S} \left(\frac{G}{P_u} \right)^2 \frac{C_x^2}{C_z^3}$$

Comme la masse spécifique ρ est une fonction décroissante de l'altitude z , le plafond, c'est-à-dire le maximum de z , correspond au minimum de ρ , donc au *minimum de l'expression* C_x^2/C_z^3 .

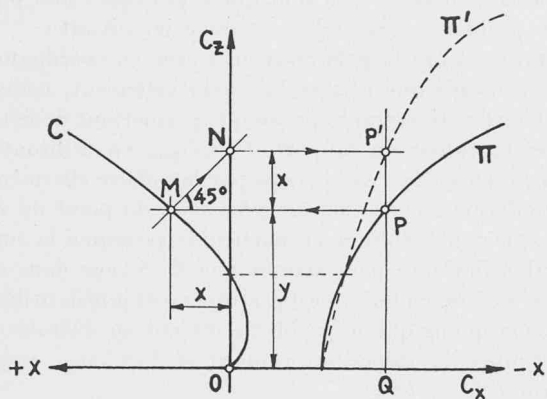


Fig. 4.

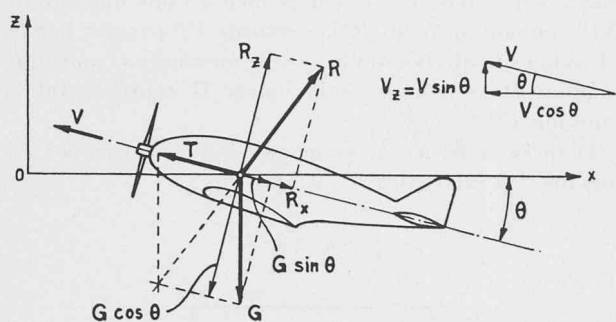


Fig. 3. — Avion en vol de montée rectiligne et uniforme.

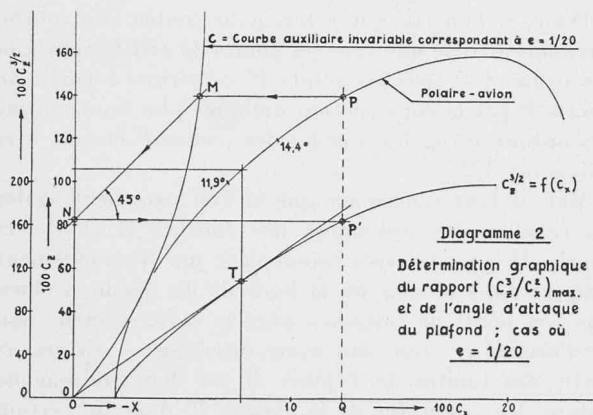


Diagramme 2.

Cas du vol en montée rectiligne et uniforme. — Lorsque la trajectoire n'est pas horizontale, le poids ne s'exerce plus suivant la même direction que la portance. Si nous appelons θ l'angle de montée — c'est-à-dire l'angle que fait la direction de la vitesse relative V avec l'horizontale — la figure 3 montre que l'équilibre est réalisé si :
 la portance R_z équilibre la composante $G \cos \theta$ du poids G de l'appareil,
 la traînée R_x et la composante $G \sin \theta$ du poids G de l'appareil équilibrent la traction T du système propulseur.

On doit donc avoir :

$$(7) \quad G \cos \theta = R_z = C_z \cdot S \frac{\rho V^2}{2}$$

$$(8) \quad T = G \sin \theta + R_x = G \sin \theta + C_x \cdot S \frac{\rho V^2}{2}$$

Expressions que l'on peut encore écrire, en tenant compte de la relation (3) :

$$(9) \quad G \cos \theta = C_z \cdot S \frac{\rho V^2}{2}$$

$$(10) \quad P_u - GV \sin \theta = C_x \cdot S \frac{\rho V^3}{2}$$

Ce sont les équations fondamentales du vol en montée rectiligne et uniforme.

Les qualités de montée sont évidemment caractérisées par la vitesse ascensionnelle $V_z = V \sin \theta$ (fig. 3). En introduisant cette valeur dans l'équation (10) et en éliminant V entre les relations (9) et (10) on obtient :

$$(11) \quad V_z = \frac{P_u}{G} - \left(\frac{2G}{\rho S} \right)^{1/2} \cdot \frac{C_x}{C_z^{3/2}} (\cos \theta)^{3/2}$$

Cette expression montre que la montée optimum s'obtient à angle d'attaque constant égal à celui qui correspond au minimum de C_x/C_z^3 , c'est-à-dire précisément à l'angle d'incidence du plafond.

Cas du vol en descente planée uniforme. — Envisageons encore le cas du vol en descente planée sans moteur. Il correspond, pour un avion, à une descente avec moteurs coupés ou hélices tournant en moulinet ; il correspond aussi au vol normal des planeurs en atmosphère calme.

Les équations (9) et (10) sont encore valables, à condition de faire $P_u = 0$ dans la seconde, ce qui donne :

$$(12) \quad -GV \sin \theta = C_x \cdot S \frac{\rho V^3}{2}$$

La composante verticale de la vitesse, ou vitesse de descente, a alors pour expression :

$$(13) \quad V_z = - \frac{C_x}{C_z^{3/2}} \left(\frac{2G}{\rho S} \right)^{1/2} (\cos \theta)^{3/2}$$

Dans la descente planée précédant l'atterrissage des avions, comme dans le vol normal des planeurs, on recherche une trajectoire faisant un angle θ aussi faible que possible avec l'horizontale ($\theta < 10^\circ$). Dans ces cas, on peut admettre que le terme en $\cos \theta$ de la relation (13) reste égal à 1, et l'on constate que le minimum de la vitesse de descente est obtenu une fois de plus pour le minimum de l'expression $C_x/C_z^{3/2}$, ou C_x^2/C_z^3 , c'est-à-dire que ces cas de vol correspondent aussi à l'angle d'incidence du plafond.

Dans tout ce qui précède, nous avons considéré le cas particulier où l'axe de l'avion est confondu avec sa trajectoire rectiligne, c'est-à-dire le cas où l'angle d'incidence de vol est égal à l'angle de calage de la voilure. En réalité il n'en est pas forcément ainsi et un avion peut fort bien voler sous un autre angle d'incidence que celui qui correspond au cas précédent : l'axe

de l'avion fait alors un certain angle Δi avec la trajectoire. Rien n'est changé aux forces qui sollicitent l'appareil, mais la traction des propulseurs T n'agit plus dans la direction de V que par sa composante $T \cos \Delta i$. Cette circonstance ne modifie toutefois en rien les conclusions auxquelles nous sommes arrivés en nous basant sur le cas le plus simple, surtout si l'on considère qu'en général l'angle Δi est assez petit pour qu'en première approximation on puisse confondre T avec $T \cos \Delta i$ et négliger la composante $T \sin \Delta i$.

Calcul des performances de vol. — Du point de vue des caractéristiques aérodynamiques exigées d'un avion, les performances de vol peuvent se grouper en quatre familles principales, à peu près irréductibles l'une à l'autre :

- 1^o Les performances de *vitesse*, qui dépendent de la résistance aérodynamique minimum de l'avion et, par conséquent, du C_x minimum de la polaire.
- 2^o Les performances de *montée*, c'est-à-dire de vitesse ascensionnelle et de plafond, la *vitesse verticale minimum de descente*, ainsi que la *durée de vol* avec une quantité de combustible donnée. Toutes ces performances sont liées à l'angle d'incidence du plafond qui correspond lui-même à la valeur maximum du rapport C_z^2/C_x de la polaire.
- 3^o Les performances de *descente en vol plané* et de *distance franchissable* avec une quantité de combustible donnée, qui dépendent essentiellement de la *finesse maximum* de l'avion, c'est-à-dire de la valeur maximum du rapport C_z/C_x de la polaire.
- 4^o Les performances d'*atterrissage* proprement dites, liées à la valeur du C_z maximum de la polaire.

Les valeurs nécessaires au calcul des performances des familles 1, 3 et 4 peuvent être tirées directement de la polaire-avion dessinée en coordonnées linéaires. Le maximum de C_z/C_x nécessaire au calcul des performances de descente planée et de distance franchissable avec une quantité de combustible donnée, est déterminé par le point de contact M du rayon-vecteur OM issu de l'origine 0, avec la polaire (fig. 1).

Les choses se présentent moins simplement pour le calcul des performances de la deuxième famille, car elles dépendent du rapport C_z^3/C_x^2 qui ne peut être lu directement sur la polaire en coordonnées linéaires. Une solution aussi élégante qu'intéressante à ce problème consiste à remplacer les coordonnées linéaires par un canevas logarithmique. La polaire-avion étant alors tracée dans ce canevas, le point de contact de celle-ci avec une droite de pente 1/1 donne la valeur du rapport $(C_z/C_x)_{\max}$ nécessaire au calcul des performances de la famille 3, et le point de contact de la polaire avec une droite de pente 2/3 donne la valeur du rapport $(C_z^3/C_x^2)_{\max}$ nécessaire au calcul des performances de la famille 2.

Mais cette solution n'est pas toujours pratique. En effet, lorsqu'on fait un avant-projet d'avion, on préfère souvent calculer analytiquement les performances probables en se contentant d'une première approximation. Les valeurs nécessaires à ce calcul sont tirées de la polaire en coordonnées linéaires qui les donne directement, sauf la valeur du rapport $(C_z^3/C_x^2)_{\max}$. Pour déterminer ce dernier, différentes méthodes ont été

proposées, mais elles ne sont guère pratiques non plus.

Le problème à résoudre est donc le suivant :

Etant donnée la polaire-avion tracée en coordonnées linéaires ainsi que cela se fait habituellement, trouver une construction graphique simple permettant de déterminer la valeur du rapport $(C_z^3/C_x^2)_{\max}$ en utilisant le même espace que celui occupé par la polaire elle-même. Cette dernière condition est nécessaire du point de vue pratique ; elle explique en particulier pourquoi la construction indiquée par exemple par M. Serane dans son Cours d'aérotechnique n'est pratiquement jamais utilisée.

Remarquons que le problème revient en définitive à déterminer la valeur du rapport $(C_z^{3/2}/C_x)_{\max}$, soit la courbe $C_z^{3/2} = f(C_x)$.

Considérons donc une courbe Π représentant une fonction $C_z = f(C_x)$ donnée et un point P de cette courbe (fig. 4). Par P menons une horizontale PM coupant la courbe auxiliaire C au point M , puis traçons la droite à 45° MN . Enfin, par N menons une horizontale NP' coupant au point P' la verticale PQ passant par P . Cherchons l'équation de la courbe auxiliaire C pour que le point P' se trouve sur la courbe Π' représentant la fonction $C_z^{3/2} = f(C_x)$.

D'après la figure 4, pour que $P'Q$ soit égal à $C_z^{3/2}$ lorsque PQ est égal à C_z , il faut que :

$$x + y = y^{3/2},$$

d'où :

(14)

$$x = y(\sqrt{y} - 1)$$

à condition que l'échelle des ordonnées soit la même pour les courbes Π et Π' .

Donc, si l'on trace une fois pour toutes une courbe auxiliaire C telle que tous les points M satisfassent à la condition (14), tous les points P' construits à partir de points P par la construction indiquée plus haut auront des ordonnées égales à celles des points P élevées à la puissance 3/2.

Mais il faut remarquer que si l'on maintient égales les échelles des ordonnées des courbes Π et Π' , la courbe Π' prendra très rapidement un développement exagéré dans le sens de la hauteur du dessin, si bien que son point de tangence avec le rayon-vecteur issu de l'origine — qui seul nous intéresse — risque de sortir des limites de l'épure. Il est donc indiqué de réduire les ordonnées de la courbe Π' dans un certain rapport e relativement aux ordonnées de Π . On a alors, en se référant toujours à la figure 4 :

$$y + x = e \cdot y^{3/2}, \quad \text{d'où} \quad x = e \cdot y^{3/2} - y,$$

ce qui fait que l'équation (14) devient :

(15)

$$x = y(e\sqrt{y} - 1)$$

Les polaires étant généralement dessinées sur une feuille au format normal A4, les échelles les plus pratiques à choisir sont $e = 1/10$ ou $e = 1/20$. Les coordonnées de la courbe auxiliaire C sont alors, dans le premier cas ($e = 1/10$) :

TABLEAU I : $e = 1/10$

$y(\text{mm})$	0	10	20	30	40	50	60	70
$x(\text{mm})$	0	-6,84	-11,06	-13,57	-14,70	-14,64	-13,52	-11,43
$y(\text{mm})$	80	90	100	120	140	160	180	200
$x(\text{mm})$	-8,45	-4,62	0	+11,45	+25,65	+42,39	+61,50	+82,84

et dans le second cas ($e = 1/20$) :

TABLEAU II : $e = 1/20$

$y(\text{mm})$	0	10	20	30	40	50	60	70
$x(\text{mm})$	0	-8,42	-15,53	-21,78	-27,35	-32,32	-36,76	-40,72
$y(\text{mm})$	80	90	100	120	140	160	180	200
$x(\text{mm})$	-44,22	-47,31	-50,00	-54,27	-57,17	-58,81	-59,25	-58,58

Les diagrammes 1 et 2 montrent une application de la construction proposée, d'une part dans le cas où $e = 1/10$ et, d'autre part, dans celui où $e = 1/20$. La polaire choisie correspond à un avion de transport léger, d'allongement égal à 8, mais il va sans dire qu'on aurait pu choisir n'importe quelle autre polaire. La courbe auxiliaire C , en revanche, est tracée une fois pour toutes dès que l'on a choisi l'échelle e ; c'est le grand avantage de la méthode proposée, car il est possible de préparer d'avance des feuilles de papier millimétré portant déjà les axes de coordonnées C_x et C_z ainsi que la courbe auxiliaire C .

Le but essentiel que l'on s'est proposé étant de déterminer le maximum du rapport $C_z^{3/2}/C_x$, soit le point de tangence T entre le rayon-vecteur issu de l'origine O avec la courbe $C_z^{3/2} = f(C_x)$, l'échelle e la plus avantageuse est celle qui incurve le plus cette dernière courbe, soit l'échelle $1/20$, et c'est pourquoi elle me paraît préférable (diagramme 2). Cette échelle a, en outre, l'avantage de donner une courbe auxiliaire C située tout entière à droite de l'axe des ordonnées, ce qui permet d'utiliser toute la place disponible sur la feuille pour la polaire proprement dite. Enfin, la courbe auxiliaire C ne coupant l'axe des C_z qu'au point d'ordonnée 400, il en résulte que, pratiquement, la construction graphique se fait toujours dans le même sens, ce qui élimine toute cause d'erreur d'inattention. En revanche, l'échelle $1/10$ (diagramme 1) a l'avantage de permettre d'utiliser la même graduation pour les échelles des ordonnées des courbes Π et Π' , et de donner une meilleure précision pour la lecture des valeurs de $C_z^{3/2}$. Mais la courbe auxiliaire C correspondant à cette échelle s'étend très rapidement à gauche de l'axe des C_z , prenant ainsi une place qui est perdue pour le tracé de la polaire proprement dite. Enfin, du fait que la courbe C coupe l'axe des C_z au point d'ordonnée 100 déjà, il en résulte que, pratiquement, on devra toujours observer le changement de sens dans la construction graphique, ainsi qu'il est indiqué sur le diagramme 1.

Dans le cas particulier envisagé, on a obtenu les résul-

tats suivants pour le point correspondant aux conditions de vol à l'angle d'incidence du plafond :

Diagramme 1 : $C_z = 1,055$, $C_z^{3/2} = 1,085$, $C_x = 0,076$,
d'où $\left(\frac{C_z^{3/2}}{C_x}\right)_{\max} = 14,27$ et $\left(\frac{C_z^3}{C_x^2}\right)_{\max} = 203,5$.

Angle d'incidence du plafond : $i = 12,6^\circ$ (obtenu par interpolation).

Diagramme 2 : $C_z = 1,06$, $C_z^{3/2} = 1,09$, $C_x = 0,077$,
d'où $\left(\frac{C_z^{3/2}}{C_x}\right)_{\max} = 14,15$ et $\left(\frac{C_z^3}{C_x^2}\right)_{\max} = 200,5$.

Angle d'incidence du plafond : $i = 12,6^\circ$ (obtenu par interpolation).

On voit que l'on obtient une différence relative de 1,5 % entre les deux diagrammes pour la valeur de C_z^3/C_x^2 . Il est probable que la valeur donnée par le diagramme 2 est plus exacte que celle donnée par le diagramme 1 en raison du fait que le point de tangence T y est mieux défini. Mais, de toute façon, cette erreur relative ne dépasse pas l'ordre de grandeur de celle commise généralement dans le tracé même des polaires.

Résumé

En vue de faciliter le calcul préliminaire des performances des avions liées à l'angle d'incidence du plafond : performances de montée, vitesse verticale minimum de descente, durée de vol avec une quantité de carburant donnée, j'ai exposé une nouvelle méthode graphique permettant de déterminer facilement et rapidement le maximum du rapport C_z/C_x^2 et l'angle d'incidence correspondant — angle d'incidence du plafond — sans devoir recourir à un canevas logarithmique ou à une construction graphique exigeant plusieurs épures. Le procédé utilise une courbe auxiliaire déterminée une fois pour toutes et dont les coordonnées ont été calculées dans les deux cas qui semblent les plus commodes pour les utilisations pratiques. Cette courbe auxiliaire peut être portée à l'avance sur les feuilles destinées au traçage des polaires, réduisant ainsi au minimum le travail au moment du calcul des performances. La précision de ce calcul est au moins aussi bonne que celle obtenue au moyen d'un canevas logarithmique.