

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 80 (1954)
Heft: 18: Comptoir Suisse, Lausanne, 11-26 septembre 1954

Artikel: Le calcul simplifié des voûtes autoportantes longues
Autor: Strauss, Ernest E.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-60720>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 14.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

LE CALCUL SIMPLIFIÉ DES VOUTES AUTOPORTANTES LONGUES

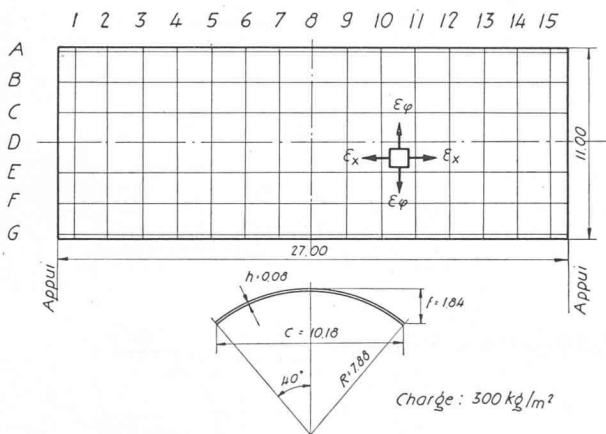
(Suite et fin¹)

par ERNEST E. STRAUSS, ingénieur EPUL, docteur ès sciences techniques, Baden

7. Essais sur modèles

Pour déterminer la validité et l'exactitude de la méthode de calcul exposée aux paragraphes précédents, on a construit un modèle de voûte autoportante longue que l'on a soumis à des essais systématiques. Ces essais, leur interprétation et leurs résultats seront brièvement décrits dans ce paragraphe. Ils ont tous été exécutés dans le laboratoire de statique de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne.

TABLEAU 2
Modèle d'une voûte autoportante longue
Résultats des essais



a) Description du modèle

Le modèle est en celluloid et a les dimensions suivantes : longueur : 135 cm ; largeur : 50 cm ; épaisseur : 0,4 cm ; épaisseur du tympan : 0,75 cm. Le modèle est l'image à l'échelle 1 : 20 d'une voûte réelle. Par les lois de la similitude, on a transformé tous les résultats du modèle en résultats réels de l'ouvrage caractérisé comme suit :

- Genre : Voûte mince autoportante circulaire.
- Matériau : Béton armé. $E = 2,5 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2$
- Dimensions : $l = 27,00 \text{ m}$ $R_m = 7,88 \text{ m}$
 $h = 0,08 \text{ m}$ $\phi_0 = 40^\circ$
 $c = 10,18 \text{ m}$ $f = 1,84 \text{ m}$
- Charge : $0,300 \text{ t/m}^2$ uniformément répartie sur toute la surface de la voûte.

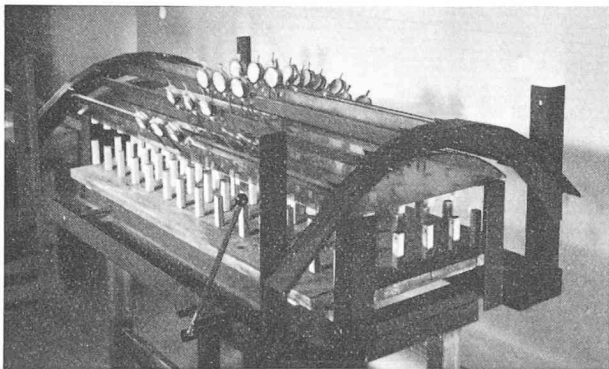


Fig. 12.

TABLEAU 3
Déformations radiales W en mm
 $E = 2,5 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2$

	1	2	3	4	5	6	7	8
D	-3,05	-4,15	-6,69	-9,03	-11,48	-13,32	-14,60	-14,94
E	-4,51	-11,56	-18,30	-25,58	-29,52	-32,08	-33,97	-34,50
F	-10,32	-25,82	-37,43	-47,40	-53,70	-59,40	-61,30	-62,30
G	-6,43	-29,73	-49,30	-65,40	-75,10	-81,90	-85,30	-87,00

2. Déformations spécifiques $\epsilon 10^4$ sur les fibres supérieures et inférieures

a) ϵ_x

	1	2	3	4	5	6	7	8
D								
sup.	-0,669	-0,993	-1,274	-1,657	-1,991	-2,388	-2,692	-2,872
inf.	+0,106	-0,987	-1,677	-2,153	-2,371	-2,442	-2,362	-2,298
E								
sup.	-0,350	-0,717	-0,940	-0,849	-1,422	-1,740	-1,656	-1,810
inf.	-0,085	-0,494	-0,940	-1,560	-1,422	-1,390	-1,656	-1,555
F								
sup.	+0,467	-0,117	-0,042	+0,292	+0,695	+1,125	+0,828	+1,051
inf.	-0,414	+0,648	+0,913	+0,876	+0,695	+0,450	+0,828	+0,648
G								
sup.	+1,300	+1,210	+1,651	+2,586	+3,651	+4,272	+4,672	+5,070
inf.	-0,165	+2,282	+4,048	+4,698	+4,910	+4,778	+4,750	+5,070

b) ϵ_ϕ

	1	2	3	4	5	6	7	8
D								
sup.	+0,457	+1,805	+3,000	+4,220	+4,620	+4,920	+5,000	+5,060
inf.	-0,467	-1,712	-2,760	-3,890	-4,190	-4,390	-4,430	-4,460
E								
sup.	+0,557	+1,001	+0,913	+0,934	+1,117	+1,475	+1,465	+1,525
inf.	-0,517	-0,823	-0,595	-0,535	-0,706	-0,950	-0,903	-0,955
F								
sup.	-1,200	-1,072	-0,621	-0,239	-0,143	-0,133	+0,110	-0,175
inf.	+1,120	+0,966	+0,451	0,000	-0,143	-0,202	-0,473	-0,191
G								
sup.	-0,255	-0,246	-0,332	-0,523	-0,727	-0,847	-0,929	-1,008
inf.	0,000	-0,449	-0,796	-0,956	-0,968	-0,958	-0,958	-1,008

Le dispositif de charge est constitué par 84 poids suspendus à la voûte et répartis pour réaliser la surcharge uniformément répartie par unité de surface de la voûte. Grâce à un mécanisme, ces poids peuvent alternativement être supportés par un plateau mobile ou par la voûte, de sorte que l'application de la charge peut se répéter facilement et d'une manière toujours identique.

On a mesuré les déformations radiales w au moyen de comparateurs donnant le 1 : 100 mm et les déformations spécifiques au moyen de tensomètres de précision 10^{-4} .

b) Résultats des mesures

Les tableaux 2 et 3 donnent les résultats des mesures. Les déformations radiales w sont représentées sur le graphique 4. Sur les graphiques 5 à 10, on a reporté les contraintes normales et tangentielles provoquées par les différents efforts. Ces contraintes sont tracées

¹ Voir Bulletin technique du 21 août 1954, page 261.

chaque fois suivant une section longitudinale et une section transversale développée, à l'exception de celles dues à N_x , qui ont été reportées suivant la hauteur de tout le profil. En outre, on a dessiné sur chaque graphique en traits pointillés les contraintes résultant du calcul théorique.

L'étude des graphiques 5 à 10 montre que l'on peut classer les efforts par leur importance statique. Les efforts les plus importants sont N_x , $N_{x\varphi} = N_{\varphi x}$, N_{φ} et M_{φ} . Ces efforts sont essentiels pour assurer l'équilibre de la construction. Les moments M_x , $M_{x\varphi}$ et $M_{\varphi x}$ sont consécutifs aux effets des liaisons. Ils sont effacés dans la partie médiane de la voûte et ne prennent de l'importance que dans la région des tympans.

c) Comparaison entre le calcul théorique et les résultats d'essais

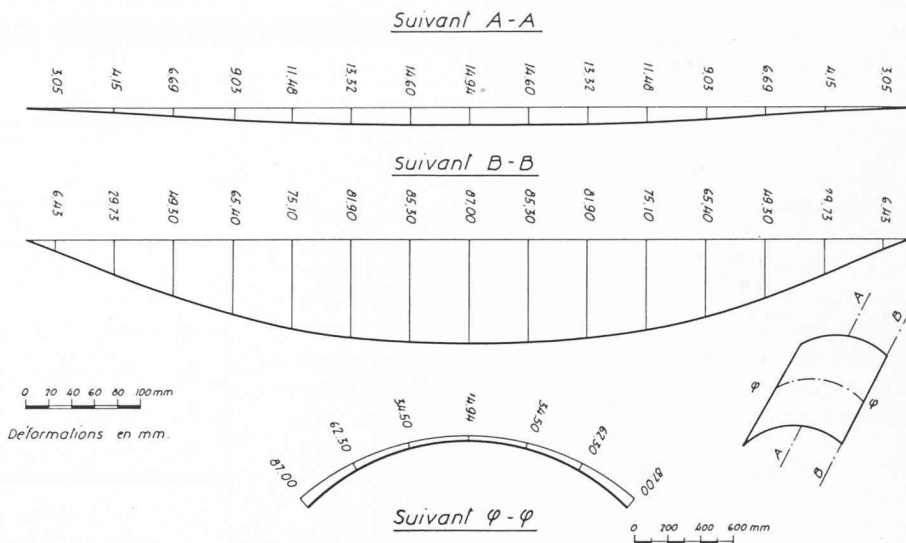
Si l'on considère les graphiques 5 à 10, on constate une concordance relativement satisfaisante entre les grandeurs mesurées et les grandeurs calculées plus haut. Le calcul donne des valeurs par excès dont les écarts maxima atteignent le 13 % des valeurs mesurées.

Si l'on tient compte que les grandeurs mesurées peuvent être entachées d'une erreur variant entre 5 % et 10 %, on peut en déduire que les divergences ne sont pas grandes et que la méthode de calcul préconisée est pratiquement satisfaisante ; elle a, en outre, l'avantage d'être très simple.

Le graphique 8 montré que d'après les essais le moment M_{φ} , reporté dans le sens longitudinal, garde une valeur sensiblement constante dans la zone centrale de la voûte, puis décroît pour s'annuler aux tympans. Dans la zone du centre de la voûte, les hypothèses du calcul sont pratiquement satisfaites, mais dans la zone des extrémités, une divergence essentielle apparaît ; d'après une étude de Dischinger, la largeur de cette zone est environ égale

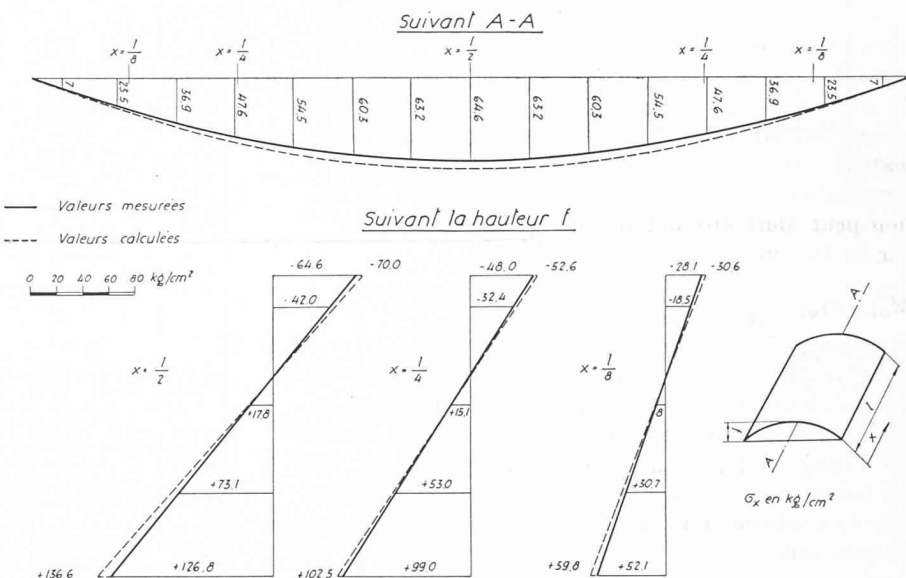
Déformations radiales sous charge uniforme

GRAPHIQUE 4



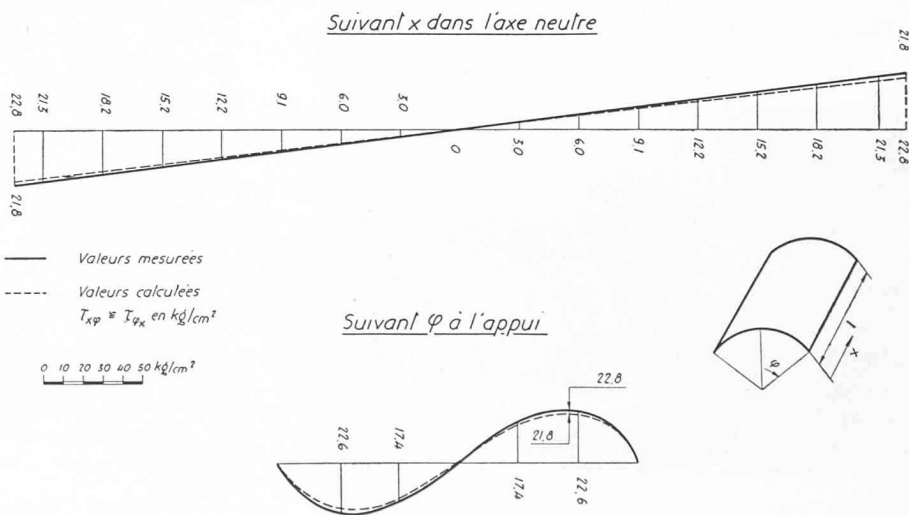
Contraintes σ_x dues à N_x

GRAPHIQUE 5



Contraintes τ dues à $N_{x\varphi} \approx N_{\varphi x}$

GRAPHIQUE 6



à R . Cela conduit à introduire une répartition trapézoïdale de M_φ dans laquelle on admet une valeur constante dans la zone

$$l - R \geq x \geq R$$

Si on admet une telle répartition, on peut trouver au moyen du calcul la valeur de M_φ en tous les points de la voûte autoportante.

Il reste cependant à dire que pour effectuer le calcul on avait supposé que les moments M_x , $M_{x\varphi}$ et $M_{\varphi x}$ étaient nuls. Or, les essais en font apparaître des valeurs appréciables. Ces moments sont fortement influencés par les liaisons du contour (voûte isolée ou voûtes multiples). Ils ne sont donc pas nécessaires à l'équilibre général de l'ouvrage.

Il est possible d'évaluer ces moments au moyen du procédé suivant : connaissant la valeur du moment M_φ en tous les points, on peut calculer la déformation radiale w des différents arcs. Le moment de torsion peut alors être déterminé par la formule

$$M_{x\varphi} = M_{\varphi x} = \frac{K}{R} (1-\nu) w' \quad (53)$$

De même, la formule (54) permet de trouver la valeur de M_x . $K = Eh^3 : 12(1-\nu^2)$

$$M_x = \frac{K}{R^2} (\nu w'' + \nu w + R^2 w''') \quad (54)$$

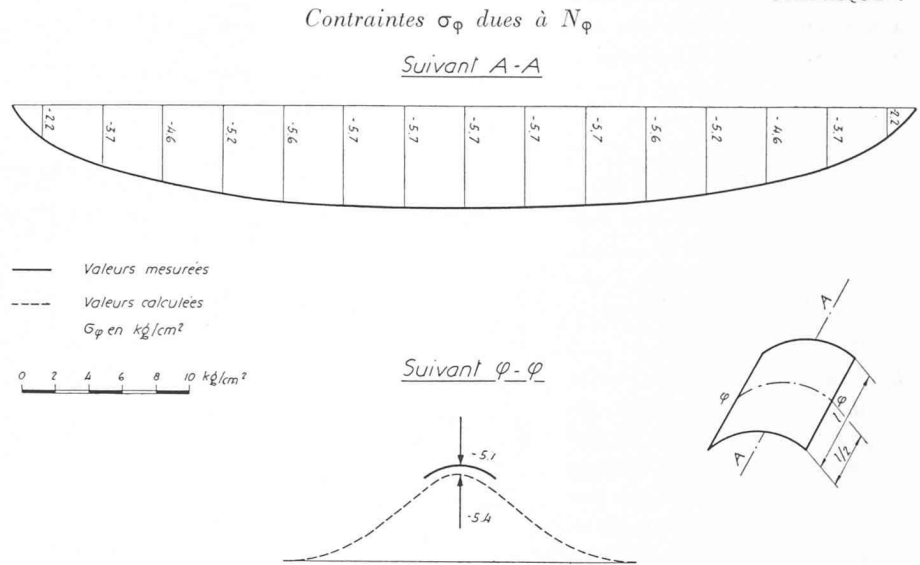
Pour le calcul numérique, il est avantageux d'employer le procédé des différences finies.

Si l'on fait abstraction de cette réserve concernant les efforts du voisinage des tympans, on arrive à la conclusion que sur la base des essais sur modèle on peut affirmer que le calcul, tel qu'il a été décrit plus haut, donne une image fidèle de la réalité. C'est un instrument pratique pour la détermination rapide des dimensions d'une voûte autoportante longue.

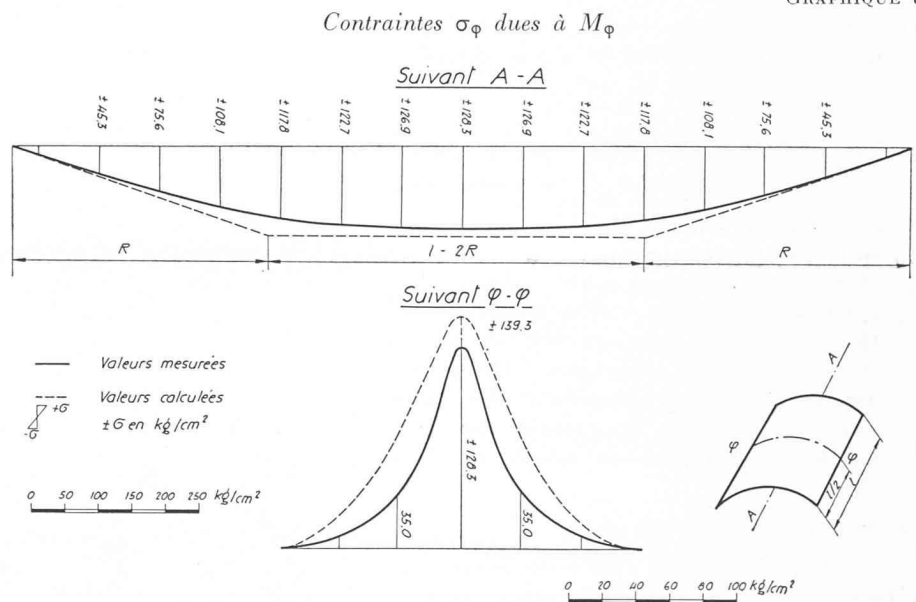
8. Conclusions

Les études précédentes permettent d'énoncer les conclusions suivantes, qui sont valables pour les voûtes autoportantes longues, symétriques,

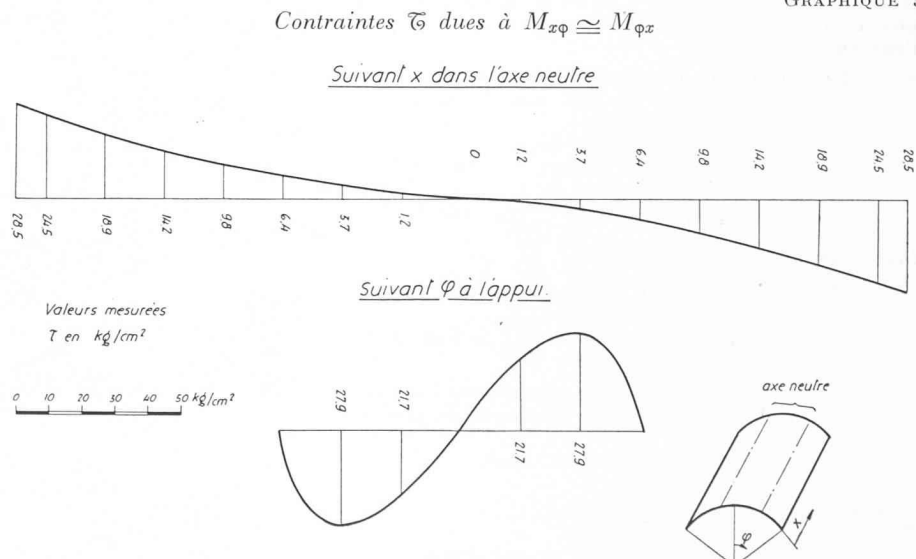
GRAPHIQUE 7



GRAPHIQUE 8



GRAPHIQUE 9



appuyées librement et soumises à des charges uniformes sur leur surface entière.

- a) Il est possible de simplifier l'application de la méthode de Lundgren pour les voûtes circulaires ou à directrice géométriquement définie, afin de trouver analytiquement les valeurs des principaux efforts intérieurs d'un profil donné.
- b) Pour une directrice circulaire, les dimensions du profil recherché peuvent être obtenues au moyen des graphiques 1, 2 et 3, qui permettent réciproquement de déterminer les contraintes maxima si le profil de voûte est donné.
- c) Les formules explicites du paragraphe 5 permettent de trouver directement la valeur des efforts d'arc N_φ , M_φ et Q_φ pour les voûtes isolées et les voûtes multiples.
- d) La forme de la directrice a peu d'influence sur le comportement statique d'une voûte autoportante longue.
- e) La directrice circulaire, qui est facile à construire et à calculer (formules données plus haut) convient particulièrement aux voûtes relativement longues. Dans les voûtes plus courtes, les moments M_φ prennent plus d'importance. Ils peuvent être diminués par un redressement des bords de la voûte. L'ellipse peut alors former une bonne courbe méridienne. Elle peut être calculée par les formules (45) à (52).

ANNEXE

Exemple de calcul d'une voûte autoportante

On se propose de calculer une voûte autoportante circulaire longue, isolée, sous une charge verticale uniformément répartie sur toute sa surface, d'après la méthode exposée plus haut. On déterminera d'abord les dimensions du profil, puis on calculera les principales contraintes agissant dans l'ouvrage.

Données : longueur de la voûte : 20,00 m
 épaisseur de la voûte : 0,08 m
 surcharge : 0,10 t/m²
 contrainte adm. de compression (c.d.gr.) : 500 t/m²
 contrainte adm. de cisaillement : 160 t/m²

Calcul des dimensions du profil

La formule 13 donne la hauteur du profil

$$f = 0,473 \frac{2,5 \cdot 0,08 + 0,10}{0,08} \cdot \frac{400}{500} = 1,42 \text{ m.}$$

Si la largeur du profil n'est pas imposée par les conditions du projet, on peut la déterminer au moyen du graphique 3

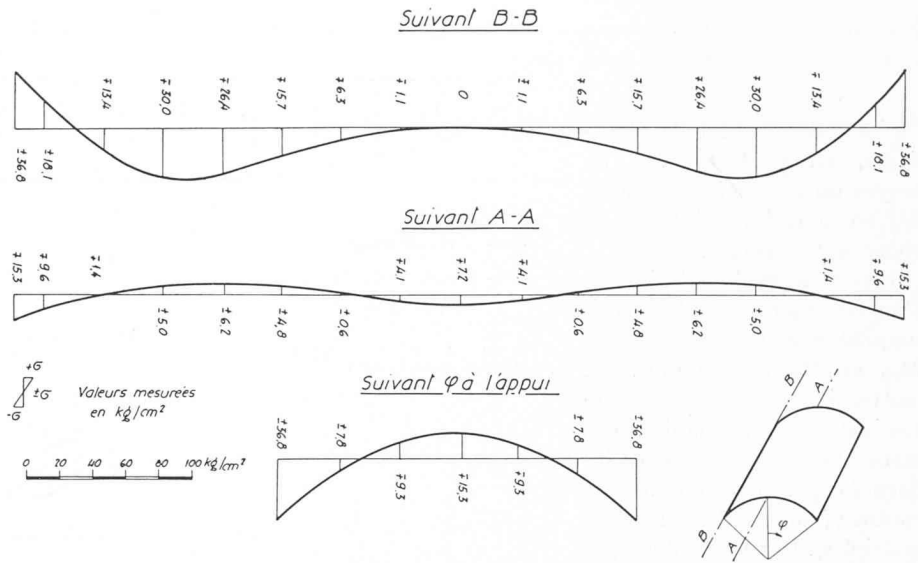
$$\frac{\bar{\sigma}_{max}}{K} = \frac{160}{1,5} = 107 \text{ t/m}^2.$$

Ce graphique donne pour

$$\frac{\bar{\sigma}_{max}}{K} = 107 \text{ et } l = 20 \text{ m : } \varphi_0 = 40^\circ.$$

Contraintes σ_x dues à M_x

GRAPHIQUE 10



La largeur de la voûte et son rayon sont obtenus en résolvant les deux équations

$$f = R(1 - \cos \varphi_0)$$

$$c = 2R \sin \varphi_0.$$

Le graphique 2 évite ce calcul. Pour

$$\frac{\sigma_{max}}{K} = \frac{500}{1,5} = 333 \text{ la droite } \varphi_0 = 40^\circ \text{ donne}$$

$$\frac{l^2}{c} = 52 \quad c = \frac{400}{52} = 7,70 \text{ m.}$$

On a donc trouvé toutes les dimensions du profil :

$$f = 1,42 \text{ m} \quad c = 7,70 \text{ m} \quad R = 6,00 \text{ m} \quad \varphi_0 = 40^\circ$$

Calcul des contraintes

a) Efforts de poutre

Les contraintes normales dans le sens des génératrices sont données par la formule 5. Le moment M est celui qui agirait dans une poutre simple de longueur de 20 m et sous une charge

$$p = (\gamma h + q) \cdot 2R \varphi_0 = 2,50 \text{ t/m.}$$

Le moment d'inertie I_y est donné par la formule 10.

Il peut être tiré du graphique 1 ou du tableau 1

$$I_y^* = \frac{10^3 I_y}{R^3 h} = 6,85$$

$$I_y = 6,85 \cdot R^3 h 10^{-3} = 0,1184 \text{ m}^4$$

La contrainte maximum de compression agit au milieu de la voûte. Elle est donnée par la formule 11 et le graphique 1

$$\sigma_{x, max} = \bar{\sigma}_{max} \frac{\gamma h + q}{h} \frac{l^2}{8R}$$

Le graphique 1 donne pour $\varphi_0 = 40^\circ$: $\bar{\sigma}_{max} = 16$ (ligne pointillée) et on trouve

$$\sigma_{x, max} = 500 \text{ t/m}^2$$

C'est donc bien la contrainte admissible imposée.

La connaissance de la largeur du profil permet d'obtenir la même contrainte au moyen du graphique 2 (ligne pointillée) :

Pour

$c = 7,70 \text{ m}$, $l^2 : c = 52$, la droite $\varphi_0 = 40^\circ$ donne :

$$\frac{\sigma_{max}}{K} = 333 \quad \sigma_{max} = 1,5 \cdot 333 = 500 \text{ t/m}^2$$

La valeur des contraintes tangentielles $\bar{\tau}_{\varphi\varphi} = \bar{\tau}_{\varphi x}$ est donnée par la formule 6, dans laquelle T est l'effort tranchant agissant dans la poutre simple. S_y est donné par la formule 9.

La valeur extrême de ces contraintes agit au voisinage des tympanes sur la fibre neutre. Elle est donnée par la formule 15 et le graphique 3 :

Pour $l = 20$ m, la droite $\varphi_0 = 40^\circ$ donne (ligne pointillée) :

$$\frac{\overline{\mathcal{C}}_{max}}{K} = 107 \quad \overline{\mathcal{C}}_{max} = 1,5 \cdot 107 = 160 \text{ t/m}^2.$$

C'est donc bien la contrainte admissible imposée.

b) Efforts d'arc

Les valeurs des efforts d'arc N_φ , Q_φ et M_φ au milieu de la voûte sont données par les formules 22, 23 et 24. Leur variation est indiquée sur la figure 9.

La valeur maximum de l'effort N_φ est obtenue par la formule 26'.

$$N_{\varphi, max} = -1,80qR = -1,80 \cdot 0,30 \cdot 6,0 = -3,24 \text{ t/m}$$

$$\sigma_{N\varphi} = \frac{N_\varphi}{h} = -\frac{3,24}{0,08} = -40,5 \text{ t/m}^2.$$

On trouve de même pour $M_{\varphi, max}$ (formule 25)

$$M_{\varphi, max} = -0,30 \cdot 36 \cdot 0,487 (0,1874 - 0,0244) = -0,858 \text{ t}$$

$$\sigma_{M\varphi} = \frac{M_\varphi}{W} = \pm \frac{0,858 \cdot 6}{64 \cdot 10^{-4}} = \pm 804 \text{ t/m}^2.$$

Pour la répartition de ces deux efforts dans le sens longitudinal, on peut s'inspirer des graphiques 7 et 8.

La contrainte due à $M_{\varphi, max}$ dépasse la valeur admissible. Ceci ressort aussi du graphique 12, car le point caractérisant la voûte ($R = 6,0$ m, $\varphi_0 = 40^\circ$) se situe à droite de la courbe des voûtes isolées. Pour respecter la valeur des contraintes admissibles, il faut prévoir une courbe légèrement plus cambrée à la naissance. On peut alors admettre une ellipse comme courbe méridienne. La variation des efforts sera semblable à celle trouvée précédemment. La différence apparaîtra dans la valeur extrême des efforts, qui peuvent être déterminées au moyen des formules 45 à 52.

On obtient les deux demi-axes de l'ellipse recherchée par les deux équations

$$\begin{aligned} y_0 &= a \sin \varphi_0 & a &= 3,85 : 0,707 = 5,46 \text{ m} \\ z_0 &= b (1 - \cos \varphi_0) & b &= 1,42 : 0,293 = 4,85 \text{ m} \end{aligned}$$

$$k^2 = \frac{29,8 - 23,5}{29,8} = 0,211$$

Formule 51 :

$$W = \frac{12}{45} 5,46 \cdot 4,85 \cdot 0,08 \cdot 0,484 \left(1 - \frac{0,617}{13,65} 1,25\right) = 0,258 \text{ m}^3$$

$$\sigma_{x, max} = \frac{125}{0,258} = 484 \text{ t/m}^2.$$

Formule 52 :

$$\overline{\mathcal{C}}_{max} = \frac{2,50 \cdot 10}{0,08 \cdot 4,85 \cdot 0,617} \left(1,444 + \frac{0,617}{12,24} (1 - 0,047)\right) = 156 \text{ t/m}^2$$

Formule 50 :

$$N_{\varphi, max} = -\frac{0,30 \cdot 29,8}{4,85} \left(1,875 - \frac{0,617}{3,72} 1,51\right) = -3,00 \text{ t/m}$$

$$\sigma_{N\varphi} = -3,00 : 0,08 = -37,5 \text{ t/m}^2.$$

Formule 49 :

$$\begin{aligned} M_{\varphi, max} &= -0,30 \cdot 29,8 \cdot 0,617 \left(0,5 - \frac{0,617}{24} 1,844 - \right. \\ &\quad \left. - 1,125 \left(0,3125 - \frac{0,617}{200} \cdot 5,61\right)\right) = -0,665 \text{ t} \end{aligned}$$

$$\sigma_{M\varphi} = \pm \frac{0,665 \cdot 6}{64 \cdot 10^{-4}} = \pm 623 \text{ t/m}^2.$$

En remplaçant la voûte circulaire ($\varphi_0 = 40^\circ$) par une voûte elliptique ($\varphi_0 = 45^\circ$) on a donc diminué sensiblement les valeurs extrêmes des principaux efforts.

Adresse de l'auteur : Bruggerstrasse 17, Baden (Argovie).

PROJET DE FOYER-RESTAURANT POUR LES ÉTUDIANTS DE L'UNIVERSITÉ DE LAUSANNE

De nos jours, les étudiants domiciliés chez leurs parents et qui peuvent prendre tous leurs repas chez eux ne sont plus qu'une minorité. Aussi, le restaurant pour étudiants est-il devenu une annexe importante de beaucoup d'universités, à l'étranger et, plus récemment, en Suisse : restaurant adapté à la clientèle, prix en rapport avec les ressources souvent modestes des consommateurs.

A Lausanne, l'E.P.U.L. a le sien dans le grand et bel immeuble où elle s'est installée, il y a une quinzaine d'années. Mais, pour le reste de l'Université, il n'existe pas encore de véritable restaurant. Depuis plusieurs années, les étudiants s'en plaignent ; les professeurs s'en préoccupent ; mais des amis de l'Université leur ont ouvert la voie des réalisations, en leur assurant une aide dont le Rotary-Club a pris la très généreuse initiative.

A vrai dire, la dispersion des bâtiments universitaires lausannois pose un problème topographique particulièrement épineux. Nous croyons cependant l'avoir résolu en acquérant l'Hôtel Guillaume-Tell, sis à la place de la Barre, presque au centre de ce que nous

pourrions appeler notre quartier latin. Cet immeuble n'abritera pas seulement un restaurant : quelque vingt-cinq étudiants y trouveront le logis ; et surtout des salles de lecture et de réunion en feront un véritable foyer, où l'on peut espérer que la vie estudiantine se déroulera, après les heures de cours et de laboratoire, dans une atmosphère de camaraderie, de jeunesse et de gaieté.

L'immeuble est acheté, mais il a besoin de diverses transformations, pour lesquelles MM. C. et F. Brugger, architectes, ont bien voulu établir l'intéressant projet qu'ils présentent ici.

Les fonds nécessaires à la réalisation de ce projet ne sont pas encore entièrement réunis. Mais le Foyer universitaire a déjà suscité un tel intérêt dans le public et auprès des autorités que nous croyons pouvoir envisager l'avenir avec confiance. L'inauguration de la maison de la Barre fera date dans la petite histoire de Lausanne, ville d'études et ville d'étudiants.

MARCEL BRIDEL,
recteur de l'Université de Lausanne.