

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 89 (1963)  
**Heft:** 9

**Artikel:** Coefficients thermodynamiques  
**Autor:** Borel, Lucien  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-66320>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 14.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

paraissant tous les 15 jours

## ORGANE OFFICIEL

de la Société suisse des ingénieurs et des architectes  
de la Société vaudoise des ingénieurs et des architectes (S.V.I.A.)  
de la Section genevoise de la S.I.A.  
de l'Association des anciens élèves de l'EPUL (Ecole polytechnique  
de l'Université de Lausanne)  
et des Groupes romands des anciens élèves de l'E.P.F. (Ecole  
polytechnique fédérale de Zurich)

## COMITÉ DE PATRONAGE

Président: † J. Calame, ing. à Genève  
Vice-président: E. d'Okolski, arch. à Lausanne  
Secrétaire: S. Rieben, ing. à Genève

## Membres:

Fribourg: H. Gicot, ing.; M. Waeber, arch.  
Genève: G. Bovet, ing.; Cl. Groscurin, arch.; E. Martin, arch.  
J.-C. Ott, ing.  
Neuchâtel: J. Béguin, arch.; R. Guye, ing.  
Valais: G. de Kalbermatten, ing.; D. Burgener, arch.  
Vaud: A. Chevalley, ing.; A. Gardel, ing.;  
M. Renaud, ing.; J.-P. Vouga, arch.

## CONSEIL D'ADMINISTRATION

de la Société anonyme du « Bulletin technique »  
Président: D. Bonnard, ing.  
Membres: Ed. Bourquin, ing.; G. Bovet, ing.; M. Bridel; J. Favre,  
arch.; A. Robert, ing.; J.-P. Stucky, ing.  
Adresse: Avenue de la Gare 10, Lausanne

## RÉDACTION

D. Bonnard, E. Schnitzler, S. Rieben, ingénieurs; M. Bevilacqua,  
architecte  
Rédaction et Editions de la S.A. du « Bulletin technique »  
Tirés à part, renseignements  
Avenue de Cour 27, Lausanne

## ABONNEMENTS

1 an . . . . .	Suisse	Fr. 34.—	Etranger	Fr. 38.—
Sociétaires . . . . .	»	» 28.—	»	» 34.—
Prix du numéro . . . . .	»	» 1.60		

Chèques postaux: « Bulletin technique de la Suisse romande »,  
N° II 57 75, Lausanne

Adresser toutes communications concernant abonnement, vente au  
numéro, changements d'adresse, expédition, etc., à: Imprimerie  
La Concorde, Terreaux 29, Lausanne

## ANNONCES

Tarif des annonces:	
1/1 page . . . . .	Fr. 350.—
1/2 » . . . . .	» 180.—
1/4 » . . . . .	» 93.—
1/8 » . . . . .	» 46.—

Adresse: Annonces Suisses S.A.  
Place Bel-Air 2. Tél. (021) 22 33 26. Lausanne et succursales



## SOMMAIRE

Coefficients thermodynamiques, par Lucien Borel, professeur à l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne.  
Bibliographie.  
Documentation générale. — Informations diverses. — Nouveautés.

## COEFFICIENTS THERMODYNAMIQUES <sup>1</sup>

par LUCIEN BOREL, professeur à l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne

### I. Introduction

D'une manière générale, l'état thermodynamique d'un système monophasé, simple et fermé, est déterminé par deux fonctions d'état indépendantes. On dit qu'il s'agit d'un système *bivariant*.

Le fait de fixer l'une des fonctions d'état rend le système *univariant*. Dans ce cas, deux fonctions d'état quelconques sont liées par une relation qu'il est possible d'exprimer par une grandeur caractéristique donnant le taux de variation de l'une des fonctions d'état par rapport à l'autre. Toutes les grandeurs de ce genre caractérisent le comportement thermodynamique local du système.

Etant donné le nombre élevé des fonctions d'état, les spécialistes ont été amenés à choisir certaines grandeurs caractéristiques suivant la nature des problèmes à résoudre, c'est-à-dire de façon assez anarchique. Il en est résulté une floraison de grandeurs caractéristiques

difficiles à faire rentrer dans le cadre d'une théorie d'ensemble.

Le présent travail expose les résultats d'une étude au cours de laquelle nous nous sommes proposé d'établir une théorie d'ensemble aussi simple et aussi systématique que possible.

Comme les grandeurs caractéristiques que nous introduisons sont adimensionnelles, nous les appelons *coefficients thermodynamiques*. Parmi ces derniers, nous distinguons :

- les *coefficients thermiques* et
- les *coefficients calorifiques*.

### II. Rappel de propriétés mathématiques

Etant donnée l'équation d'état :

$$F(X, Y, Z) = 0$$

liant les trois fonctions d'état quelconques  $X$ ,  $Y$  et  $Z$ , nous avons les propriétés mathématiques suivantes :

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial Y}\right)_X \cdot \left(\frac{\partial Y}{\partial Z}\right)_X = 1 \quad (1)$$

<sup>1</sup> Cette étude est tirée du Recueil de travaux offert au professeur A. Slucky, en hommage de reconnaissance, sur l'initiative de l'Association amicale des anciens élèves de l'Ecole polytechnique de Lausanne, le 27 octobre 1962, l'année de son 70<sup>e</sup> anniversaire.

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial Y \partial X} = \frac{\partial^2 Z}{\partial X \partial Y} \quad (2)$$

$$dZ = \left(\frac{\partial Z}{\partial X}\right)_Y dX + \left(\frac{\partial Z}{\partial Y}\right)_X dY \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial Y}\right)_X \cdot \left(\frac{\partial Y}{\partial X}\right)_Z \cdot \left(\frac{\partial X}{\partial Z}\right)_Y = -1 \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial W}{\partial Z}\right)_X \cdot \left(\frac{\partial Z}{\partial Y}\right)_X \cdot \left(\frac{\partial Y}{\partial W}\right)_X = 1 \quad (5)$$

où  $W$  est une autre fonction d'état.

### III. Rappel des équations fondamentales

Dans ce qui suit, nous considérons les fonctions d'état suivantes :

$v$	volume massique	} Fonctions d'état thermiques
$P$	pression	
$T$	température	
$u$	énergie interne massique	} Fonctions d'état calorifiques
$h = u + vP$	enthalpie massique	
$f = u - Ts$	énergie libre massique	
$g = h - Ts$	enthalpie libre massique	
$s$	entropie massique	

Ces fonctions d'état sont liées par les équations fondamentales suivantes :

$$du = -P dv + T ds \quad (6)$$

$$dh = v dP + T ds \quad (7)$$

$$df = -P dv - s dT \quad (8)$$

$$dg = v dP - s dT \quad (9)$$

### IV. Coefficients thermiques

Nous appelons *coefficient thermique* tout coefficient dont la définition ne fait intervenir que les fonctions d'état thermiques  $v$ ,  $P$  et  $T$ .

Définissons les coefficients thermiques suivants :

— coefficient  $TP$  isochore

$$\alpha_v \equiv \frac{P}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_v \quad (10)$$

— coefficient  $Tv$  isobare

$$\beta_p \equiv \frac{v}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_P \quad (11)$$

— coefficient  $vP$  isotherme

$$\gamma_t \equiv -\frac{P}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T \quad (12)$$

Remarquons que tous ces coefficients sont *adimensionnels*.

En appliquant la relation (4) aux fonctions d'état  $v$ ,  $P$  et  $T$ , nous obtenons :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_v \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = -1$$

ou

$$\frac{P}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_v \cdot \frac{v}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T \cdot \frac{T}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = -1$$

En tenant compte des relations (10), (11) et (12), nous voyons que les coefficients thermiques sont liés par la relation :

$$\alpha_v = \beta_p \gamma_t \quad (13)$$

### V. Relations de Maxwell

En vertu de la propriété différentielle (3), les relations (6) à (9) donnent :

$$\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_s = \left(\frac{\partial g}{\partial P}\right)_T = v \quad (14)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s = \left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)_T = -P \quad (15)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v = \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_P = T \quad (16)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)_P = -s \quad (17)$$

En vertu de la propriété différentielle (2) et des définitions des coefficients thermiques (10), (11) et (12), les relations ci-dessus donnent :

$$\left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_P = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_s \quad (18)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial s}\right)_v = -\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s \quad (19)$$

$$\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v = \frac{P}{\alpha_v T} \quad (20)$$

$$\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = -\frac{v}{\beta_p T} \quad (21)$$

Toutes ces relations sont appelées *relations de Maxwell*.

Elles sont très importantes parce qu'elles sont tout à fait générales et parce qu'elles expriment la variation de l'entropie en fonction du volume ou de la pression à l'aide des coefficients  $\alpha_v$  et  $\beta_p$  qui sont facilement mesurables.

### VI. Chaleurs spécifiques

Nous distinguons tout d'abord la *chaleur spécifique isochore* et la *chaleur spécifique isobare*.

Nous appelons *chaleur spécifique isochore* la grandeur définie par la relation :

$$c_v \equiv T \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v \quad (22)$$

En vertu de la relation (6), nous avons aussi :

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v \quad (23)$$

D'une façon symétrique, nous appelons *chaleur spécifique isobare* la grandeur définie par la relation :

$$c_p \equiv T \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_P \quad (24)$$

En vertu de la relation (7), nous avons aussi :

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P \quad (25)$$

### VII. Relations entre les grandeurs thermodynamiques

En vertu des propriétés différentielles (1) et (3) et des définitions des coefficients thermiques (10), (11) et (12), l'équation d'état se traduit par les relations différentielles équivalentes suivantes :

$$d\nu = -\frac{\gamma_t \nu}{P} dP + \frac{\nu}{\beta_p T} dT \quad (26)$$

$$dP = -\frac{P}{\gamma_t \nu} d\nu + \frac{P}{\alpha_v T} dT \quad (27)$$

$$dT = \frac{\beta_p T}{\nu} d\nu + \frac{\alpha_v T}{P} dP \quad (28)$$

Si nous considérons l'équation d'état sous la forme explicite :

$$s = s(\nu, T)$$

nous avons, en vertu de la propriété différentielle (3) :

$$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial \nu}\right)_T d\nu + \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_\nu dT$$

En tenant compte des relations de Maxwell (20) et de définition (22), nous avons donc :

$$ds = \frac{P}{\alpha_v T} d\nu + \frac{c_v}{T} dT \quad (29)$$

D'une façon symétrique, si nous considérons l'équation d'état sous la forme explicite :

$$s = s(P, T)$$

nous avons, en vertu de la propriété différentielle (3) :

$$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_P dT$$

En tenant compte des relations de Maxwell (21) et de définition (24), nous avons donc :

$$ds = -\frac{\nu}{\beta_p T} dP + \frac{c_p}{T} dT \quad (30)$$

Si nous éliminons  $dT$  entre les relations (28) et (29) ou (28) et (30), nous obtenons :

$$ds = \frac{\beta_p c_p}{\nu} d\nu + \frac{\alpha_v c_v}{P} dP \quad (31)$$

L'élimination de  $ds$  entre les relations (6) et (29) donne :

$$du = \frac{1 - \alpha_v}{\alpha_v} P d\nu + c_v dT \quad (32)$$

D'une façon symétrique, l'élimination de  $ds$  entre les relations (7) et (30) donne :

$$dh = -\frac{1 - \beta_p}{\beta_p} \nu dP + c_p dT \quad (33)$$

Enfin, l'élimination de  $ds$  entre les relations (29) et (30) permet, en tenant compte de la relation (20) ou (21), d'établir entre les chaleurs spécifiques la relation :

$$c_p - c_v = \frac{1}{\alpha_v \beta_p} \frac{\nu P}{T} \quad (34)$$

qui, en vertu des définitions des coefficients thermiques (10) et (11), peut s'écrire :

$$c_p - c_v = T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_\nu \cdot \left(\frac{\partial \nu}{\partial T}\right)_P \quad (35)$$

### VIII. Coefficients calorifiques

Nous appelons *coefficient calorifique* tout coefficient dont la définition fait intervenir, non seulement les fonctions d'état thermiques  $\nu$ ,  $P$  et  $T$ , mais aussi les fonctions d'état calorifiques  $u$ ,  $h$  et  $s$ .

Il est possible de définir toute une série de coefficients calorifiques correspondant aux coefficients thermiques  $\alpha_v$ ,  $\beta_p$  et  $\gamma_t$  en remplaçant dans les définitions (10), (11) et (12) les grandeurs constantes  $\nu$ ,  $P$  et  $T$  successivement par les grandeurs  $u$ ,  $h$  et  $s$ .

D'une façon encore plus générale, nous pouvons remplacer ces grandeurs par le *coefficient polytrophe*  $\sigma$  défini par la relation :

$$\sigma \equiv \frac{T ds}{\nu dP} \quad (36)$$

Remarquons que le coefficient polytrophe  $\sigma$  est adimensionnel.

Nous distinguerons les coefficients calorimétriques suivants :

- coefficients  $TP$ ,  $T\nu$  et  $\nu P$  isénergés ;
- coefficients  $TP$ ,  $T\nu$  et  $\nu P$  isenthalpes ;
- coefficients  $TP$ ,  $T\nu$  et  $\nu P$  isentropes ;
- coefficients  $TP$ ,  $T\nu$  et  $\nu P$  polytropes.

Les définitions de tous les coefficients thermiques et calorifiques sont groupés dans le tableau suivant :

Grandeur constante	$\nu$	$P$	$T$	$u$	$h$	$s$	$\sigma$
$\frac{P}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right) \dots$	$\alpha_v$			$\alpha_u$	$\alpha_h$	$\alpha_s$	$\alpha_\sigma$
$\frac{\nu}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial \nu}\right) \dots$		$\beta_p$		$\beta_u$	$\beta_h$	$\beta_s$	$\beta_\sigma$
$-\frac{P}{\nu} \left(\frac{\partial \nu}{\partial P}\right) \dots$			$\gamma_t$	$\gamma_u$	$\gamma_h$	$\gamma_s$	$\gamma_\sigma$

Remarquons que tous ces coefficients sont adimensionnels.

En vertu de la propriété différentielle (5), les coefficients calorifiques correspondant à la transformation polytrophe sont liés par la relation générale :

$$\alpha_\sigma \equiv -\beta_\sigma \gamma_\sigma \quad (37)$$

Il est évident que les coefficients calorifiques correspondant aux transformations isénergie, isenthalpe et isentrope sont liés par des relations analogues qui peuvent être obtenues en remplaçant l'indice  $\sigma$  par les indices  $u$ ,  $h$  et  $s$ .

D'une façon générale, nous appelons *chaleur spécifique polytrophe* la grandeur définie par la relation :

$$c_\sigma \equiv T \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_\sigma \quad (38)$$

Etablissons tout d'abord les relations entre les chaleurs spécifiques  $c_v$ ,  $c_p$  et  $c_\sigma$ .

La relation (29) peut se mettre sous la forme :

$$T \frac{ds}{dT} - c_v = \frac{P}{\alpha_v} \frac{d\nu}{dT}$$

qui, dans le cas particulier où  $\sigma$  est constant, devient :

$$T \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_\sigma - c_v = \frac{1}{\alpha_v} \frac{\nu P}{T} \left( \frac{\partial \nu}{\partial T} \right)_\sigma$$

En tenant compte des définitions de  $c_\sigma$  et de  $\beta_\sigma$ , cette relation s'écrit :

$$c_\sigma - c_v = \frac{1}{\alpha_v \beta_\sigma} \frac{\nu P}{T} \quad (39)$$

D'une façon symétrique, la relation (30) peut se mettre sous la forme :

$$c_p - T \frac{ds}{dT} = \frac{\nu}{\beta_p} \frac{dP}{dT}$$

qui, dans le cas particulier où  $\sigma$  est constant, devient :

$$c_p - T \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_\sigma = \frac{1}{\beta_p} \frac{\nu P}{T} \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_\sigma$$

En tenant compte des définitions de  $c_\sigma$  et de  $\alpha_\sigma$  cette relation s'écrit :

$$c_p - c_\sigma = \frac{1}{\beta_p \alpha_\sigma} \frac{\nu P}{T} \quad (40)$$

Remarquons que la relation (34) apparaît comme un cas particulier, aussi bien de l'équation (39) que de l'équation (40).

Dans tout ce qui suit, il sera commode d'introduire les deux grandeurs adimensionnelles suivantes :

$$\lambda \equiv \frac{c_v}{c_p} \quad (41)$$

$$\theta \equiv \frac{c_\sigma}{c_p} \quad (42)$$

En vertu de la définition de  $\alpha_\sigma$  et des relations (36) et (38), nous avons :

$$\alpha_\sigma = \frac{P}{T} \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_\sigma = \sigma \frac{\nu P}{T} \frac{1}{T} \left( \frac{\partial T}{\partial s} \right)_\sigma = \frac{\sigma}{c_\sigma} \frac{\nu P}{T}$$

L'élimination de  $\alpha_\sigma$  entre cette relation et la relation (40) donne :

$$\sigma = \frac{\theta}{\beta_p (1 - \theta)} \quad (43)$$

$$\theta = \frac{\beta_p \sigma}{1 + \beta_p \sigma}$$

D'une façon générale, les relations (42) et (43) montrent que :

$c^e$	$\nu$	$P$	$T$	$u$	$h$	$s$	$\sigma$
$\sigma$	$\frac{\lambda}{\beta_p(1-\lambda)}$	$\infty$	$-\frac{1}{\beta_p}$	$\frac{-\gamma_t \lambda}{1 - \alpha_v (1 - \lambda)}$	$-1$	$0$	$\sigma$
$c_\sigma$	$c_v$	$c_p$	$\infty$	$-\frac{\alpha_v c_v}{1 - \alpha_v}$	$-\frac{\beta_p c_p}{1 - \beta_p}$	$0$	$\frac{\beta_p c_p \sigma}{1 + \beta_p \sigma}$
$\theta$	$\lambda$	$1$	$\infty$	$-\frac{\alpha_v \lambda}{1 - \alpha_v}$	$-\frac{\beta_p}{1 - \beta_p}$	$0$	$\frac{\beta_p \sigma}{1 + \beta_p \sigma}$

$$c_\sigma = \frac{\beta_p c_p \sigma}{1 + \beta_p \sigma} \quad (44)$$

Nous voyons immédiatement que les valeurs de  $c_\sigma$  correspondant aux transformations isochore, isobare, isotherme et isentrope sont  $c_v$ ,  $c_p$ ,  $c_t = \infty$  et  $c_s = 0$ .

Pour la transformation isénerge, la relation (6) devient :

$$P d\nu = T ds$$

de sorte que la relation (29) donne :

$$T ds = -\frac{\alpha_v c_v}{1 - \alpha_v} dT$$

et que la définition (38) donne :

$$c_u = -\frac{\alpha_v c_t}{1 - \alpha_v}$$

Pour la transformation isenthalpe, la relation (7) devient :

$$\nu dP = -T ds$$

de sorte que la définition (36) donne :

$$\sigma = -1$$

Les valeurs de  $\sigma$ ,  $c_\sigma$  et  $\theta$  correspondantes sont obtenues aisément à l'aide des relations (41), (42) et (43).

Toutes les valeurs de  $\sigma$ ,  $c_\sigma$  et  $\theta$  correspondant aux transformations typiques considérées sont groupées dans le tableau ci-dessous.

En vertu des définitions précédentes (41) et (42) ainsi que des relations (34), (37), (39) et (40), les coefficients calorifiques correspondant à la transformation polytrophe sont donnés par les expressions générales :

$$\frac{\alpha_\sigma}{\alpha_v} = \frac{1 - \lambda}{1 - \theta} \quad (45)$$

$$\frac{\beta_\sigma}{\beta_p} = -\frac{1 - \lambda}{\lambda - \theta} \quad (46)$$

$$\frac{\gamma_\sigma}{\gamma_t} = \frac{\lambda - \theta}{1 - \theta} \quad (47)$$

Il est évident que les coefficients calorifiques correspondant aux transformations isénerge, isenthalpe et isentrope peuvent être obtenus en fonction des coefficients thermiques  $\alpha_v$ ,  $\beta_p$  et  $\gamma_t$  et du coefficient calorifique  $\lambda$  en substituant à  $\theta$  les valeurs qui figurent dans le tableau ci-dessous. Afin de ne pas alourdir notre exposé, nous ne donnerons pas tous ces coefficients et nous contenterons de donner ceux qui correspondent à la transformation isentropique :

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_v} = 1 - \lambda \quad (48)$$

$$\frac{\beta_s}{\beta_p} = -\frac{1 - \lambda}{\lambda} \quad (49)$$

$$\frac{\gamma_s}{\gamma_t} = \lambda \quad (50)$$

En éliminant  $\lambda$  et  $\theta$  entre les relations (45), (46) et (47), nous constatons que les coefficients calorifiques correspondant à la transformation polytrope sont liés par les relations générales suivantes :

$$\frac{\alpha_\sigma}{\alpha_v} = -\frac{\beta_\sigma}{1 - \frac{\beta_\sigma}{\beta_p}} = 1 - \frac{\gamma_\sigma}{\gamma_t} \quad (51)$$

Il est évident que les coefficients calorifiques correspondant aux transformations isénerge, isenthalpe et isentrope sont liés par des relations analogues.

L'élimination de  $c_v$  et  $c_p$  entre les relations (34), (41) et (44) montre que la chaleur spécifique à  $\sigma$  constant est donnée par la relation générale :

$$c_\sigma = \frac{\sigma}{\alpha_v (1 - \lambda) (1 + \beta_p \sigma)} \frac{\nu P}{T} \quad (52)$$

Il est évident que les chaleurs spécifiques correspondant aux autres transformations typiques considérées peuvent être obtenues en substituant à  $\sigma$  les valeurs qui figurent dans le tableau ci-dessus. En particulier, nous obtenons :

$$c_v = \frac{\lambda}{\alpha_v \beta_p (1 - \lambda)} \frac{\nu P}{T} \quad (53)$$

$$c_p = \frac{1}{\alpha_v \beta_p (1 - \lambda)} \frac{\nu P}{T} \quad (54)$$

Posons enfin :

$$\Lambda \equiv 1 - \lambda \quad (55)$$

$$\Gamma_\sigma \equiv 1 - \gamma_\sigma$$

L'élimination de  $\lambda$ ,  $\theta$  et  $\gamma_\sigma$  entre les expressions de  $\theta$  (tableau),  $\gamma_\sigma$  (relation 47),  $\Lambda$  et  $\Gamma_\sigma$  (relations 55) permet d'établir la relation générale :

$$\Gamma_\sigma = 1 - \gamma_t + \gamma_t \Lambda (1 + \beta_p \sigma) \quad (56)$$

Il est encore évident que les grandeurs  $\Gamma_u$ ,  $\Gamma_h$  et  $\Gamma_s$  peuvent être obtenues en substituant à  $\sigma$  les valeurs qui figurent dans le tableau ci-dessus.

Il est facile de vérifier que les grandeurs ci-dessus sont également liées par les relations suivantes :

$$\Gamma_\sigma - \Gamma_s = (\Gamma_s - \Gamma_h) \sigma \quad (57)$$

$$\gamma_h - \gamma_s = \Gamma_s - \Gamma_h = \alpha_v \Lambda \quad (58)$$

Pour terminer, indiquons que la substitution de  $\lambda$  (relation 55) et de  $\theta$  (tableau) dans les relations (45), (46) et (47) donne les relations suivantes :

$$\frac{\alpha_\sigma}{\alpha_v} = \Lambda (1 + \beta_p \sigma) \quad (59)$$

$$\frac{\beta_\sigma}{\beta_p} = -\frac{\Lambda (1 + \beta_p \sigma)}{1 - \Lambda (1 + \beta_p \sigma)} \quad (60)$$

$$\frac{\gamma_\sigma}{\gamma_t} = 1 - \Lambda (1 + \beta_p \sigma) \quad (61)$$

Ces relations sont plus complexes et moins symétriques que les relations (45), (46) et (47), mais elles permettent de calculer  $\alpha_\sigma$ ,  $\beta_\sigma$  et  $\gamma_\sigma$  sans passer par l'intermédiaire de la grandeur  $\theta$ .

Toutes les relations figurant dans le présent chapitre présentent un intérêt considérable à cause de leur caractère de généralité. Elles donnent une vision très claire de tous les coefficients calorifiques qui caractérisent le comportement thermodynamique d'un système monophasé, simple et fermé. Elles permettent de calculer n'importe lequel de ces coefficients calorifiques à partir des coefficients thermiques  $\alpha_v$ ,  $\beta_p$  et  $\gamma_t$  et du coefficient calorifique  $\lambda$ .

*Comparaison avec les coefficients utilisés dans la littérature technique*

Dans la littérature technique, de nombreux auteurs définissent les coefficients suivants :

$$\beta \equiv \frac{1}{P} \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v$$

$$\alpha \equiv \frac{1}{\nu} \left( \frac{\partial \nu}{\partial T} \right)_P$$

$$\gamma \equiv -\frac{1}{\nu} \left( \frac{\partial \nu}{\partial P} \right)_T$$

$$\kappa \equiv \frac{c_p}{c_v}$$

Ce système ne nous semble pas heureux à cause du fait que les trois premiers coefficients ainsi définis ne sont pas adimensionnels.

Pour échapper à cet inconvénient, L. S. Dzung [8] a proposé en 1944 les coefficients suivants :

$$\beta \equiv \frac{T}{P} \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v$$

$$\alpha \equiv \frac{T}{\nu} \left( \frac{\partial \nu}{\partial T} \right)_P$$

$$\gamma \equiv -\frac{\nu}{P} \left( \frac{\partial P}{\partial \nu} \right)_T$$

$$\kappa \equiv \frac{c_p}{c_v}$$

Ce système nous paraît bien meilleur que le précédent. C'est pourquoi nous avons retenu son principe. Toutefois, nous l'avons modifié pour les raisons suivantes :

Un très grand nombre de calculs de thermodynamique appliquée font intervenir des expressions qui, dans ce système, s'écrivent :

$$\frac{1}{k}, \frac{1}{\kappa}, \frac{\kappa - 1}{\alpha \kappa} \text{ et } \frac{\alpha - 1}{\kappa}$$

Comme ces expressions doivent souvent figurer en exposant, ce système conduit à une écriture assez malaisée. D'autre part, le calcul de ces expressions n'est pas immédiat et ne peut pas en général se faire de tête.

Au contraire, dans le système que nous proposons, ces expressions s'écrivent :

$$\gamma_s, \lambda, \alpha_s \text{ et } \Lambda$$

Pour la raison indiquée ci-dessus, ce système conduit à une écriture plus aisée. D'autre part, le calcul des expressions est immédiat puisqu'en particulier l'opération  $\Lambda = 1 - \lambda$  se fait de tête.



Par exemple, dans le cas d'un gaz parfait et pour une transformation isentropique, nous avons la relation simple :

$$\Delta h = c_p T_1 (\rho^\lambda - 1)$$

où  $\Delta h = h_2 - h_1$  est l'accroissement d'enthalpie

et  $\rho = \frac{P_2}{P_1}$  le rapport de pression.

Remarquons en outre que, dans le système proposé, les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  sont permutés. Nous avons jugé ce changement opportun pour des raisons d'ordre, car cela permet d'obtenir une certaine symétrie dans tous les développements mathématiques. En effet, l'examen des relations ci-dessus montre déjà que les grandeurs thermodynamiques s'associent en formant les deux groupes suivants :

Premier groupe

$$- P dv \quad du \quad df \quad \alpha_v \quad \gamma_t \quad c_v$$

Deuxième groupe

$$v dP \quad dh \quad dg \quad \beta_p \quad \frac{1}{\gamma_t} \quad c_p$$

Très souvent, il sera possible de passer d'une relation à la relation symétrique en permutant les grandeurs selon la règle de correspondance des deux groupes définis ci-dessus.

## IX. Conclusion

Dans ce travail, nous avons présenté une théorie d'ensemble des coefficients thermodynamiques qui caractérisent le comportement thermodynamique local d'un système monophasé, simple et fermé. Ces coefficients ont été classés en coefficients thermiques et coefficients calorifiques qui tous sont adimensionnels.

Les coefficients thermiques ont été définis. Ils ont été utilisés, conjointement avec les chaleurs spécifiques isochore et isobare, dans un certain nombre de relations entre les grandeurs thermodynamiques.

Les coefficients calorifiques ont été définis également de façon systématique. Il a paru logique d'accorder une importance prépondérante à la transformation polytrophe et de considérer les transformations isochore, isobare, isotherme, isénerge, isenthalpe et isentropie comme

des cas particuliers de la transformation polytrophe. Cette dernière a été caractérisée par :

— le coefficient polytrophe :

$$\sigma \equiv \frac{T ds}{v dP}$$

— et la chaleur spécifique polytrophe :

$$c_\sigma \equiv T \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_\sigma$$

Il a été possible d'établir des relations très simples entre les coefficients thermiques et calorifiques, grâce à l'introduction judicieuse de deux paramètres nouveaux. Ces derniers sont définis par les relations :

$$\lambda \equiv \frac{c_v}{c_p}$$

$$\theta \equiv \frac{c_\sigma}{c_p}$$

D'une manière générale, les coefficients thermodynamiques introduits permettent une écriture aisée et conduisent à des relations très symétriques.

Nous pensons que la théorie d'ensemble proposée dans cette étude offre un caractère systématique qui est susceptible d'apporter de l'ordre et de la clarté dans le problème du comportement thermodynamique d'un système monophasé, simple et fermé.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Y. ROCARD : *Thermodynamique*, 1952.
- [2] E. SCHMIDT : *Thermodynamik*, 1953.
- [3] G. BRUN : *Thermodynamique des machines à fluide compressible*, 1959.
- [4] E. GUGGENHEIM : *Thermodynamics*, 1957.
- [5] W. TRAUPEL : *Thermische Turbomaschinen*, 1958.
- [6] G. EICHELBERG : *Der ideale Dampf*, Schweizer Arch. 7, 69-72 (1941).
- [7] W. TRAUPEL : *Zur Dynamik realer Gaze*, Forschung 18, 3-9 (1952).
- [8] L. S. DZUNG : *Beiträge zur Thermodynamik der realen Gaze*, Schweizer Arch. 10, 305-313 (1944).
- [9] L. S. DZUNG : *Thermostatische Zustandsänderungen des trockenen und des nassen Dampfes*, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik (ZAMP), vol. VI, Fasc. 3 (1955).

## BIBLIOGRAPHIE

**Annuaire de l'équipement des industries mécaniques (1961-1962)**, par M. Coyaud, chef de service Méthodes et Outillage. Paris, Dunod, 1962. — Un volume 21 x 30 cm, 574 pages. Prix : relié toile, 25 NF.

Cet annuaire est un outil de travail utile à tous ceux qui ont à choisir ou à commander du matériel ou de l'équipement d'industrie mécanique : industriels, ingénieurs ; services d'achats, services d'entretien ; bureaux de méthode, d'outillage, d'études.

A ces utilisateurs de matériel et d'équipement, il permet de trouver rapidement et avec précision la liste des fournisseurs français et étrangers à consulter pour un matériel ou un produit considéré. Il comporte les renseignements suivants :

— Une *Liste alphabétique de constructeurs français et importateurs*, avec adresse, téléphone, télégraphe, indiquant pour chacun d'eux tous les symboles correspondant à leurs matériels.

— Une *Liste méthodique de matériels*, classés avec les symboles figurant dans la liste alphabétique et donnant pour chaque matériel tous les fournisseurs français et importateurs.

Précisons ici — car c'est un des importants avantages de l'Annuaire — que pour les matériels dont il existe de multiples types à caractéristiques de construction et d'emploi bien spécialisées, les tableaux des fournisseurs de ces matériels sont subdivisés en autant de spécialisations. Ainsi, sans tâtonnement, l'utilisateur trouvera immédiatement le fournisseur qui répond justement à cette spécialisation.

— Une *Liste alphabétique des trade names et trade marks*, indiquant les fournisseurs de tous les matériels connus essentiellement sous le nom de leur marque commerciale. La mention des symboles de ces matériels permet de les retrouver dans la Liste alphabétique des constructeurs et la Liste des matériels.

— Une *Liste par pays des constructeurs étrangers représentés en France* fournit l'indication de leurs agents. L'adresse de ceux-ci et leurs matériels sont de même donnés instantanément par les deux dernières listes.