

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 90 (1964)  
**Heft:** 19: Association amicale des anciens élèves de l'École polytechnique de l'Université de Lausanne, Congrès mondial, Lausanne, 18-22 septembre 1964

**Artikel:** Fonctionnement à vitesse double du synchronisme d'une machine polyphasée à rotor robiné  
**Autor:** Blanc, Jean-Marc  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-67010>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 14.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# FONCTIONNEMENT À VITESSE DOUBLE DU SYNCHRONISME D'UNE MACHINE POLYPHASÉE À ROTOR BOBINÉ

par JEAN-MARC BLANC, ingénieur EPUL<sup>1</sup>

## Introduction

Lorsqu'on étudie les phénomènes électriques au rotor d'une machine asynchrone, en fonction de la vitesse de rotation, on constate des symétries entre les régimes situés de part et d'autre de la vitesse de synchronisme ( $g = 0$ ). L'intérêt des phénomènes qui se produisent à l'arrêt ( $g = 1$ ) est évident, à tel point qu'on a donné un nom à ce mode de fonctionnement : transformateur à champ tournant. Les symétries vues plus haut donnent-elles un intérêt aussi grand au fonctionnement au double du synchronisme, soit à  $g = -1$  ?<sup>2</sup> Nous allons montrer qu'il existe un tel régime de fonctionnement, présentant des conditions de stabilité analogues au fonctionnement synchrone.

## Hypothèses de départ

Pour simplifier cette étude, nous admettrons les hypothèses suivantes :

1. A l'exception de l'entrefer, le circuit magnétique a une perméabilité infinie ; nous n'introduisons qu'après coup les pertes dans le fer.
2. Les tensions et courants imposés sont sinusoïdaux.
3. Les inductances mutuelles entre enroulements statoriques et rotoriques varient sinusoïdalement en fonction du décalage angulaire  $\delta$  (courants répartis).

## Equations fondamentales

La tension aux bornes d'un enroulement ( $i$ ) lié magnétiquement à d'autres ( $j$ ) est donné par la relation :

$$(1) \quad u_i = R_i i_i + \frac{d}{dt} [L_i i_i + \sum_j m_{ij} i_j].$$

Dans notre cas, nous avons :

$$(2) \quad \begin{aligned} m_{ij} &= M_1 \text{ si } i \text{ et } j \text{ sont au stator ;} \\ m_{ij} &= M_2 \text{ si } i \text{ et } j \text{ sont au rotor ;} \\ m_{ij} &= M_{12} \cos \left( \delta + \frac{2\pi}{3} k \right) \text{ dans les autres cas} \\ &\quad (k \text{ selon les phases) ;} \\ \delta &= \delta_0 + (\omega \pm \omega) t ; \\ u &= \sqrt{2} U \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} k + \alpha \right) ; \\ i &= \sqrt{2} I \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} k + \beta \right). \end{aligned}$$

Introduisons les expressions (2) dans la relation (1), remplaçons

$$\begin{aligned} &\sqrt{2} \sin(\omega t + \xi) \text{ par } e^{j\xi} \\ \omega \sqrt{2} \cos(\omega t + \xi) &\text{ par } j\omega e^{j\xi}, \\ \text{et simplifions par } e^{j\frac{2\pi}{3}k}. \end{aligned}$$

On obtient ainsi une formulation qui ne dépend plus de la phase envisagée :

$$(3) \quad U_1 e^{j\alpha_1} = [R_1 + j\omega(L_1 - M_1)] I_1 e^{j\beta_1} \mp \frac{3}{2} j\omega M_{12} I_2 e^{\mp j\beta_2} e^{j\delta_0} ;$$

$$U_2 e^{j\alpha_2} = [R_2 + j\omega(L_2 - M_2)] I_2 e^{j\beta_2} \mp \frac{3}{2} j\omega M_{12} I_1 e^{\mp j\beta_1} e^{\pm j\delta_0}.$$

Posons  $\bar{U} = U e^{j\alpha}$ ,  $\bar{I} = I e^{j\beta}$ .

Nous devons dès lors séparer les deux cas :  
Transformateur à champ tournant

$$(4a) \quad \begin{aligned} \bar{U}_1 &= [R_1 + j\omega(L_1 - M_1)] \bar{I}_1 + \frac{3}{2} j\omega M_{12} \bar{I}_2 e^{j\delta_0} ; \\ \bar{U}_2 &= [R_2 + j\omega(L_2 - M_2)] \bar{I}_2 + \frac{3}{2} j\omega M_{12} \bar{I}_1 e^{-j\delta_0}. \end{aligned}$$

Machine double-synchrone

$$(4b) \quad \begin{aligned} \bar{U}_1 &= [R_1 + j\omega(L_1 - M_1)] \bar{I}_1 - \frac{3}{2} j\omega M_{12} \bar{I}_2^* e^{j\delta_0} ; \\ \bar{U}_2 &= [R_2 + j\omega(L_2 - M_2)] \bar{I}_2 - \frac{3}{2} j\omega M_{12} \bar{I}_1^* e^{j\delta_0}. \end{aligned}$$

Sur la base des données constructives de la machine, nous définissons le rapport de transformation :

$$\bar{u} = \frac{k_1 N_1}{k_2 N_2} \text{ et les impédances à vide}$$

$$\bar{Z}_{01} = R_1 + j\omega(L_1 - M_1) ;$$

$$\bar{Z}_{02} = R_2 + j\omega(L_2 - M_2).$$

Après quoi nous convenons, dans un but de simplification, de rapporter toutes les grandeurs au stator (indice ').

$$\bar{U}'_2 = \bar{u} \bar{U}_2 ; \bar{I}'_2 = \frac{1}{\bar{u}} \bar{I}_2 ; \bar{Z}'_{02} = \bar{u}^2 \bar{Z}_{02}.$$

Définissons encore l'inductance due au passage du flux principal :  $X'_\mu = \frac{3}{2} \omega \bar{u} M$ .

Les équations (4) deviennent ainsi :

$$(5a) \quad \begin{aligned} \bar{U}'_1 &= \bar{Z}'_{01} \bar{I}'_1 + jX'_\mu \bar{I}'_2 e^{+j\delta_0} ; \\ \bar{U}'_2 &= \bar{Z}'_{02} \bar{I}'_2 + jX'_\mu \bar{I}'_1 e^{-j\delta_0}. \end{aligned}$$

$$(5b) \quad \begin{aligned} \bar{U}'_1 &= \bar{Z}'_{01} \bar{I}'_1 - jX'_\mu \bar{I}'_2^* e^{j\delta_0} ; \\ \bar{U}'_2 &= \bar{Z}'_{02} \bar{I}'_2 - jX'_\mu \bar{I}'_1^* e^{j\delta_0}. \end{aligned}$$

Dans le fonctionnement normal de la plupart des machines électriques, on impose la tension aux bornes des enroulements et non le courant qui circule. Il est donc judicieux de tirer des systèmes (5) les courants en fonction des tensions.

<sup>1</sup> Résumé d'un travail de diplôme, présenté à l'EPUL. (Chaire d'électrotechnique.)

<sup>2</sup> A la base, une étude parallèle des fonctionnements à l'arrêt et au double du synchronisme repose sur une différence de signes. Nous conviendrons donc dès maintenant de faire correspondre le signe supérieur au transformateur à champ tournant, le signe inférieur à la machine double-synchrone.

$$(6 a) \quad \bar{I}_1 = \frac{\bar{Z}'_{02} \bar{U}_1 - jX'_\mu \bar{U}'_2 e^{j\delta_0}}{\bar{Z}_{01} \bar{Z}'_{02} + X_\mu'^2};$$

$$\bar{I}'_2 = \frac{\bar{Z}_{01} \bar{U}'_2 - jX'_\mu \bar{U}_1 e^{-j\delta_0}}{\bar{Z}'_{02} \bar{Z}_{01} - X_\mu'^2}.$$

$$(6 b) \quad \bar{I}_1 = \frac{\bar{Z}'_{02} \bar{U}_1 + jX'_\mu \bar{U}'_2 e^{j\delta_0}}{\bar{Z}_{01} \bar{Z}'_{02} - X_\mu'^2};$$

$$\bar{I}'_2 = \frac{\bar{Z}_{01} \bar{U}'_2 + jX'_\mu \bar{U}_1 e^{-j\delta_0}}{\bar{Z}'_{02} \bar{Z}_{01} - X_\mu'^2}.$$

Définissons pour terminer les puissances complexes supposées entrantes dans une phase de chaque système d'enroulement :

$$(7 a) \quad \bar{P}_1 = \bar{U}_1 \bar{I}_1^* = \frac{\bar{Z}'_{02} U_1^2 + jX'_\mu \bar{U}_1 \bar{U}'_2 e^{-j\delta_0}}{\bar{Z}_{01} \bar{Z}'_{02} + X_\mu'^2};$$

$$\bar{P}_2 = \bar{U}'_2 \bar{I}'_2{}^* = \frac{\bar{Z}_{01} U_2'^2 + jX'_\mu \bar{U}'_2 \bar{U}_1 e^{+j\delta_0}}{\bar{Z}'_{02} \bar{Z}_{01} + X_\mu'^2}.$$

$$(7 b) \quad \bar{P}_1 = \bar{U}_1 \bar{I}_1^* = \frac{\bar{Z}'_{02} U_1^2 - jX'_\mu \bar{U}_1 \bar{U}'_2 e^{-j\delta_0}}{\bar{Z}_{01} \bar{Z}'_{02} - X_\mu'^2};$$

$$\bar{P}_2 = \bar{U}'_2 \bar{I}'_2{}^* = \frac{\bar{Z}_{01} U_2'^2 - jX'_\mu \bar{U}'_2 \bar{U}_1 e^{-j\delta_0}}{\bar{Z}'_{02} \bar{Z}_{01} - X_\mu'^2}.$$

#### Influence des pertes dans le fer

Nous avons jusqu'à présent supposé que le matériau constituant le circuit magnétique de la machine était parfait. Il est bien évident que cette hypothèse est insuffisante dans le cadre d'une étude visant à savoir si les caractéristiques de la machine, pour un mode de fonctionnement, peuvent être déterminées sur la base de mesures faites dans l'autre cas. Nous introduirons donc les pertes dans le fer en remplaçant  $jX'_\mu$  par  $\bar{Z}'_\mu$  dans les relations (6) et (7). Les valeurs des  $\bar{Z}'_0$  seront du même coup modifiées.

$$(8 a) \quad \bar{I}_1 = \frac{\bar{Z}'_{02} \bar{U}_1 - \bar{Z}'_\mu \bar{U}'_2 e^{j\delta_0}}{\bar{Z}_{01} \bar{Z}'_{02} - \bar{Z}'_\mu'^2};$$

$$\bar{I}'_2 = \frac{\bar{Z}_{01} \bar{U}'_2 - \bar{Z}'_\mu \bar{U}_1 e^{-j\delta_0}}{\bar{Z}'_{02} \bar{Z}_{01} - \bar{Z}'_\mu'^2}.$$

$$(8 b) \quad \bar{I}_1 = \frac{\bar{Z}'_{02} \bar{U}_1 + \bar{Z}'_\mu \bar{U}'_2 e^{j\delta_0}}{\bar{Z}_{01} \bar{Z}'_{02} - |\bar{Z}'_\mu|^2};$$

$$\bar{I}'_2 = \frac{\bar{Z}_{01} \bar{U}'_2 + \bar{Z}'_\mu \bar{U}_1 e^{j\delta_0}}{\bar{Z}'_{02} \bar{Z}_{01} - |\bar{Z}'_\mu|^2}.$$

$$(9 a) \quad \bar{P}_1 = \frac{\bar{Z}'_{02} |\bar{U}_1|^2 - \bar{Z}'_\mu \bar{U}_1 \bar{U}'_2 e^{-j\delta_0}}{\bar{Z}_{01} \bar{Z}'_{02} - \bar{Z}'_\mu'^2};$$

$$\bar{P}_2 = \frac{\bar{Z}_{01} |\bar{U}'_2|^2 - \bar{Z}'_\mu \bar{U}'_2 \bar{U}_1 e^{+j\delta_0}}{\bar{Z}'_{02} \bar{Z}_{01} - \bar{Z}'_\mu'^2}.$$

$$(9 b) \quad \bar{P}_1 = \frac{\bar{Z}'_{02} |\bar{U}_1|^2 + \bar{Z}'_\mu \bar{U}_1 \bar{U}'_2 e^{-j\delta_0}}{\bar{Z}_{01} \bar{Z}'_{02} - |\bar{Z}'_\mu|^2};$$

$$\bar{P}_2 = \frac{\bar{Z}_{01} |\bar{U}'_2|^2 + \bar{Z}'_\mu \bar{U}'_2 \bar{U}_1 e^{-j\delta_0}}{\bar{Z}'_{02} \bar{Z}_{01} - |\bar{Z}'_\mu|^2}.$$

Les deux modes de fonctionnement étudiés sont donc chacun régis par quatre équations (8) et (9) liant les sept variables

$$\bar{P}_1 \quad \bar{P}_2 \quad \bar{I}_1 \quad \bar{I}'_2 \quad \bar{U}_1 \quad \bar{U}'_2 \quad e^{j\delta_0}$$

Il y a donc  $2^{1/2}$  degrés de liberté complexes (et non 3, car  $\delta_0$  est a priori réel). Il est possible d'exprimer les quatre variables  $\bar{P}_1$ ,  $\bar{P}_2$ ,  $\bar{I}_1$ ,  $\bar{I}'_2$  en fonction des trois autres ou de leurs combinaisons.

#### Caractéristiques de fonctionnement

Il sera intéressant d'étudier les  $\bar{P}$  et  $\bar{I}$  en fonction des composantes des  $\bar{U}$  et de  $e^{j\delta_0}$ . Mettons en évidence les arguments  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  :

$$(10 a) \quad \bar{P}_1 = \frac{\bar{Z}'_{02} U_1^2 - \bar{Z}'_\mu U_1 U_2 e^{j(\alpha_1 - \alpha_2 - \delta_0)}}{\bar{Z}_{01} \bar{Z}'_{02} - \bar{Z}'_\mu'^2};$$

$$\bar{P}_2 = \frac{\bar{Z}_{01} U_2'^2 - \bar{Z}'_\mu U_2 U_1 e^{-j(\alpha_1 - \alpha_2 - \delta_0)}}{\bar{Z}'_{02} \bar{Z}_{01} - \bar{Z}'_\mu'^2}.$$

$$(10 b) \quad \bar{P}_1 = \frac{\bar{Z}'_{02} U_1^2 + \bar{Z}'_\mu U_1 U_2 e^{j(\alpha_1 + \alpha_2 - \delta_0)}}{\bar{Z}_{01} \bar{Z}'_{02} - |\bar{Z}'_\mu|^2};$$

$$\bar{P}_2 = \frac{\bar{Z}_{01} U_2'^2 + \bar{Z}'_\mu U_2 U_1 e^{j(\alpha_1 + \alpha_2 - \delta_0)}}{\bar{Z}'_{02} \bar{Z}_{01} - |\bar{Z}'_\mu|^2}.$$

On voit que de leur détermination ne dépend que le choix de l'origine de  $\delta_0$ , que nous fixerons dès maintenant sur la base de  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ , ce qui revient à remplacer  $\bar{U}_1$  et  $\bar{U}'_2$  par leurs modules  $U_1$  et  $U_2$  dans les équations (8) et (9). Dans le plan complexe, le lieu du courant entrant dans une phase, en fonction du décalage angulaire  $\delta_0$ , est un cercle, dont le centre a un module proportionnel à la tension aux bornes de l'enroulement envisagé, et dont le rayon varie comme la tension aux bornes de l'autre. La puissance correspondante se déplace aussi sur un cercle, pour lequel le module du centre est proportionnel au carré de la tension envisagée, et le rayon, au produit des deux tensions. De ces considérations géométriques résulte le fait que, pour des tensions données, dans les deux modes de fonctionnement, la machine peut décrocher, c'est-à-dire que la puissance active passe, pour un certain  $\delta_0$ , par un maximum, au-delà duquel l'équilibre de couples antagonistes n'est plus réalisable.

#### Conclusions

Cette étude nous a montré des analogies remarquables entre les fonctionnements en transformateur à champ tournant et au double du synchronisme, dans le cas d'une machine idéale. Une étude envisageant l'influence des harmoniques serait incomparablement plus vaste. Elle nous semble pourtant indispensable : en effet, lors

des quelques essais que nous avons faits en laboratoire, si d'une part les valeurs mesurées en fonctionnement au double du synchronisme correspondaient assez bien à celles déduites des mesures faites à l'arrêt, d'autre part nous nous sommes heurtés à des phénomènes parasites lors de la «synchronisation» de la machine: calage à des vitesses angulaires  $\omega$  et environ  $\frac{4}{3}\omega$ , au lieu de  $2\omega$ . Nous pensons que ces phénomènes sont dus à la présence et au couplage d'harmoniques.

Nous pensons donc que, si un jour la machine double-synchrone prend un intérêt industriel, il sera nécessaire

d'étudier à fond les divergences que peuvent introduire les harmoniques entre les essais sous les deux modes de fonctionnement envisagés. Si ces divergences s'avéraient obligatoirement négligeables, on aurait alors la possibilité de faire à l'arrêt tous les essais électriques d'une machine donnée. On conçoit aisément les avantages d'une telle possibilité.

#### BIBLIOGRAPHIE

EL MAGHRABI: *Allgemeine Theorie der Doppelt-gespeisten Synchronmaschine.*

## INFLUENCE DU MODULE D'ÉLASTICITÉ DU ROCHER SUR LE COMPORTEMENT DES BARRAGES-VOÛTES OU BARRAGES EN COUPOLE

J. P. STUCKY, professeur à l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne

### 1. Préambule

Ce que l'on convient d'appeler *module d'élasticité du rocher de fondation*, mais qui est en réalité un module apparent de déformation de l'ensemble des masses rocheuses (ni parfaitement élastiques ni isotropes) sur lesquelles s'appuie le barrage, constitue l'un des nombreux facteurs qui conditionnent le comportement d'un barrage-voûte. Même aujourd'hui sa valeur est encore difficile à déterminer: l'observation des barrages en exploitation montre qu'elle peut atteindre le double des valeurs déterminées par les reconnaissances classiques *in situ* au moyen de vérins ou par la mise en pression de galeries d'essai. En revanche, deux processus d'études intéressants se sont développés au cours de ces dernières années, qui permettent de résoudre, non pas un cas particulier, mais toute une gamme de cas, basés sur des hypothèses aussi variées qu'on le désire. Il s'agit tout d'abord de l'emploi de *calculatrices électroniques*, qui assurent la rentabilité de calculs très compliqués sans augmenter le délai imparti à l'ingénieur pour l'ensemble des études, puis des *essais sur modèles réduits*. Les résultats obtenus par cette double recherche justifient pleinement l'importance attachée de nos jours à l'influence du module d'élasticité des appuis rocheux sur les déformations et surtout sur les efforts et les contraintes régnant dans un barrage-voûte. A vrai dire, il ne s'agit pas tant de l'élasticité de la roche elle-même que de son *rapport* avec l'élasticité de l'ouvrage, elle-même assez difficile à prévoir à l'avance à une si grande échelle.

### 2. Particularités du calcul des barrages-voûtes, du point de vue de la déformation des appuis rocheux

Parmi les cas de charge usuels auxquels un barrage est soumis, poussée hydrostatique, poids propre, variations de température, effet d'une déformation de la vallée sous la poussée du lac, tremblement de terre, nous examinerons les deux premiers, qui sont prépondérants. Un procédé de calcul classique consiste à ad-

mettre que l'ouvrage est découpé en un certain nombre de tranches horizontales, les arcs, et de tranches verticales, les murs. Si ces tranches verticales sont, de plus, bombées vers l'amont, comme c'est le cas de la plupart des barrages-voûtes, l'ouvrage travaille comme une véritable coupole. Cependant, la courbure dans le plan vertical ne peut souvent pas être choisie arbitrairement. Elle dépend des conditions d'appui, l'essentiel étant en effet de rechercher les *meilleurs appuis possibles*, mais non pas les courbures les plus spectaculaires. C'est ce qui explique la différence de courbure des murs des deux barrages de Limmern et de Curnera examinés dans cette étude (voir fig. 3). La *poussée hydrostatique* est répartie entre ces deux systèmes porteurs, de manière à obtenir une concordance aussi parfaite que possible des déformations aux points de croisement des arcs et des murs. Cet ajustement se fait pour les déformations radiales, les plus grandes, mais aussi pour les déformations tangentielles et angulaires, de moindre importance. Une fois posées les équations de déformation, qui font intervenir le rapport des modules d'élasticité du rocher et du béton,  $n = E_r : E_b$ , il n'est pas beaucoup plus

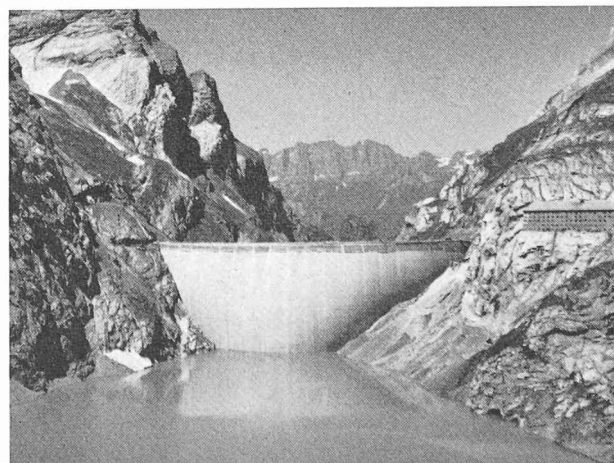


Fig. 1. — Barrage de Limmern. (Photo Schönwetter, Glaris)