

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 94 (1968)  
**Heft:** 3

**Artikel:** Répartition des fonctions thermodynamiques à la sortie d'une cheminée par vents calmes  
**Autor:** Krikorian, S.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-69624>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 30.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

$$\frac{D_{2x}}{\Delta_{1,2}} = \sin^2 \omega t \text{ et que } R_2^2 = \cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t = 1$$

La fonction aléatoire est donc prévisible à partir de deux valeurs antérieures seulement, les autres étant superflues. La réalisation de (10) sur une épreuve est une sinusoïde.

Selon les travaux et mesures effectués sur le continent sud-américain par les soins du Service météorologique argentin, la pression barométrique appartiendrait à ce type de fonction aléatoire.

### 5. Conclusions

Nous avons, le plus concrètement possible, expliqué les points essentiels et quelques exemples de l'Essai d'une axiomatique aléatoire, de Georges Dedebeant et qui constitue la base mathématique d'une théorie de la pré-

vision d'événements aléatoires et d'une mécanique statistique générale, puisqu'elle fait appel aux dépendances de probabilités (les mécaniques statistiques ne faisant appel, jusque-là, qu'aux probabilités indépendantes du calcul classique des probabilités sans hérédité dans le hasard).

Cet essai met en évidence une gamme continue de fonctions aléatoires :

- 1° totalement imprévisibles ;
- 2° partiellement prévisibles ;
- 3° entièrement prévisibles (c'est-à-dire dont on peut notamment définir les moments d'ordre 1 et 2).

Dans les cas 2° et 3° et grâce au développement des  $\frac{D}{\Delta}$  on peut, au lieu de calculer la valeur de la fonction à un instant déterminé futur, augmenter l'échéance de la prévision, avec la même précision (mesurée par l'écart-type), par la prévision d'une moyenne.

## RÉPARTITION DES FONCTIONS THERMODYNAMIQUES À LA SORTIE D'UNE CHEMINÉE PAR VENTS CALMES

par S. KRIKORIAN, ing. électricien EPUL

### I. Introduction

Le but de cette étude est de tracer une carte des fonctions thermodynamiques ( $T$ ,  $V$ ,  $P$ ) à la sortie d'une cheminée. Peu d'études ont été faites dans ce domaine pour un vent calme, aussi près que possible de la sortie de la cheminée.

Précisons que nous tiendrons compte dans ces mesures de l'échelle de turbulence qui, comme il sera expliqué plus loin, est différente selon que l'on travaille en soufflerie ou dans l'atmosphère.

Si toutes les expériences futures s'avèrent concluantes, cette méthode théorique pourra de même servir de base pour prévoir la carte thermodynamique dans l'espace entourant la cheminée (ou un tunnel), déjà au stade du projet. Ainsi, il sera possible d'en tirer des conclusions avant la construction de la cheminée.

### II. Généralités

Nous introduisons dès maintenant quelques définitions qui nous familiarisent avec les notions qui vont suivre :

#### 1. Vent calme

Nous entendons par vent calme, un vent dont la vitesse ne dépasse pas 0,30 m/s. La fumée s'élève verticalement à la sortie de la cheminée, et les feuilles des arbres sont immobiles.

#### 2. Echelle de turbulence

Si nous disposons d'un appareil de mesure (thermomètre par exemple) et que nous voulons connaître la température avec la précision de l'appareil pour un espace donné, cette mesure peut être satisfaisante dans certaines conditions mais erronée pour d'autres. En fait, la température dans cet espace n'est pas constante, elle

est variable, d'abord dans le temps, puis suivant des points géométriques répartis dans un espace plus petit. Ce que l'instrument donne n'est qu'une moyenne. La précision dépend donc de l'échelle à laquelle on veut considérer la température.

La notion d'échelle de turbulence nous permet de savoir si cette précision est suffisante ou non.

#### 3. Causes et propriétés de la turbulence

Les principales causes de la turbulence sont d'origine dynamique et thermique. La première catégorie est liée à la configuration du domaine dans lequel se déplace le fluide et la grandeur des variables mécaniques qui définissent son mouvement. La seconde met en jeu les gradients thermiques qui s'établissent localement et qui produisent des courants thermoconvectifs. Ces agitations se combinent et s'ajoutent au mouvement général du fluide.

Mentionnons aussi la non moins importante turbulence d'obstacle due à la présence des édifices et constructions aux alentours du gaz en mouvement. Mais l'on peut toujours tenir compte de cette turbulence par l'introduction de facteurs correctifs établis à la suite de mesures expérimentales.

Notons quelques propriétés intéressantes de la turbulence :

- 1) A l'observation, nous constatons que la turbulence est rotationnelle et dissipative. L'énergie mécanique est transformée en énergie interne. La transformation se fait par cascades d'énergie suivant une décomposition en tourbillons de plus en plus petits.
- 2) Le chemin parcouru par une particule du fluide est complètement aléatoire, mais il n'est donc pas nécessaire de déterminer ce mouvement si nous pouvons arriver autrement aux mêmes résultats. Avec une description statistique du champ des vitesses, nous avons les éléments de base nécessaires à l'élaboration d'une mécanique de la diffusion turbulente. Nous formons la fonction de corrélation des vitesses, et de là, à l'aide du théorème de Wiener-Khinchine, le spectre d'énergie.

#### 4. Champ des vitesses

Une description statistique entraîne l'introduction de vitesses moyennes :

$$\bar{v}_i = \frac{1}{T} \int_0^T v_i dt = \int_{-\infty}^{+\infty} v_i \cdot f(v_i) dv_i^*$$

où  $f(v_i)$  est une fonction de densité de probabilité.  $v_i$  est la vitesse instantanée.

Ce qui amène à définir une vitesse d'agitation :

$$u' = v - \bar{v}.$$

Autrement dit, pour un espace à trois dimensions, nous exprimons la vitesse vectorielle instantanée à l'aide de deux composantes :

$$\vec{v} = \vec{\bar{v}} + \vec{u'}.$$

Dans le cas de cette étude, nous nous contenterons d'étudier la composante selon l'axe vertical, en ayant toujours la possibilité de considérer ultérieurement les deux autres composantes de la vitesse.

#### 5. Fonction de corrélation et spectre d'énergie

Nous commençons donc par étudier une fonction scalaire d'une variable indépendante, qui est le temps. Le tout pouvant se généraliser pour d'autres variables et plusieurs dimensions.

Appelons  $u$  la vitesse d'agitation, et  $\beta(u, t)$  sa densité de probabilité. Le moment central d'ordre  $n$  s'écrit :

$$\bar{u}^n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u^n \beta(u, t) du. \quad (1)$$

Si la fonction aléatoire est stationnaire, il est indépendant du choix de l'origine du temps ; nous aurons :

$$\beta(u, t) = \beta(u);$$

$$\beta(u_1, u_2, t_1, t_2) = \beta(u_1, u_2, \tau); \quad \text{où } \tau = t_2 - t_1.$$

La covariance est le moment du plus petit ordre de deux fonctions  $u$  et  $v$ , soit :  $\overline{uv}$ .

L'autocorrélation est fonction du temps, soit :

$$\overline{u(t_1) u(t_2)}.$$

Pour un processus stationnaire, nous aurons donc :

$$\overline{u(t_1) \cdot u(t_2)} = \bar{u}^2 \cdot \rho(t_2 - t_1). \quad (2)$$

$\rho$  est la fonction d'autocorrélation.

Pour le cas du mouvement du gaz à la sortie de la cheminée, nous pouvons considérer les hypothèses suivantes :

- 1) Stationnarité.
- 2) Symétrie de  $\rho(t)$ , soit :  $\rho(t) = \rho(-t)$ .
- 3) Les vitesses ont des valeurs réelles, ce qui permet de mettre le théorème de Wiener-Khintchine sous sa forme simplifiée.
- 4)  $\bar{u}^2 = \text{constante}$ .

\* Le principe d'ergodicité est admis.

De plus, nous aurons toujours l'inégalité suivante :

$$|\rho(t)| < (0) = 1.$$

d'autre part

$$\bar{u}^2 \rho(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} dF(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} \Phi(\omega) d\omega \quad (3)$$

où

$\Phi(\omega)$  : spectre de densité d'énergie ;

$F(\omega)$  : spectre d'énergie ;

$\omega$  : pulsation des tourbillons.

L'hypothèse 3) ne permettant pas d'avoir des parties imaginaires, et vu la symétrie du spectre, le développement en cosinus donne : \*

$$\bar{u}^2 \rho(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \omega t \cdot \Phi(\omega) d\omega = 2 \int_0^{+\infty} \cos \omega t \cdot \Phi(\omega) d\omega. \quad (4)$$

### III. Méthode de calcul

Il apparaît de cette étude que la fonction d'autocorrélation doit nous conduire à établir le spectre d'énergie, qui sera la base de notre raisonnement. En effet, le spectre d'énergie est un scalaire, ce qui facilite l'établissement des bilans énergétiques par de simples sommations algébriques. L'étude énergétique du système expliquera tous les effets produits et fera apparaître la bande de fréquence pour laquelle l'énergie est importante, voire maximum. De même, les équations exprimant la diffusion turbulente sont fonction de cette énergie, ce qui nous amène aux principales fonctions thermodynamiques.

Commençons par relever les composantes verticales des vitesses, durant une période de temps  $T$ , à l'aide d'un anémomètre placé à l'exutoire par un vent naturel calme. Les vitesses enregistrées tiennent compte du jet sortant de la cheminée et de l'effet des perturbations du vent. C'est donc un état final qu'on enregistre et nous verrons son utilité.

Nous avons décomposé cette vitesse suivant :

$$v = \bar{v} + u \quad \text{où : } \bar{v} \text{ est la vitesse moyenne, } u \text{ la vitesse d'agitation.}$$

$u$  étant une fonction aléatoire, entraîne que  $v$  aussi est aléatoire. Formons donc :

$$r(\tau) \cong \frac{1}{T} \int_0^T v(t_1) \cdot v(t_2) \cdot dt. \quad (5)$$

De là, nous pouvons passer au spectre d'énergie, qui exprimera l'énergie totale en cause, c'est-à-dire de la vitesse moyenne ainsi que de la vitesse d'agitation, de la vitesse du jet et de celle du vent. Cependant, la théorie de la diffusion turbulente tient compte seulement de la vitesse d'agitation et du spectre qui en résulte :

$$\rho(\tau) \cong \frac{1}{T} \int_0^T u(t_1) \cdot u(t_2) \cdot dt \quad (6)$$

et  $(\tau)$   $\rho$  est différente de  $r(\tau)$ . Il s'agit donc d'établir la loi de passage

\* Voir, pour plus amples détails, Lumley and Panafsky : *The structure of atmospheric turbulence*.

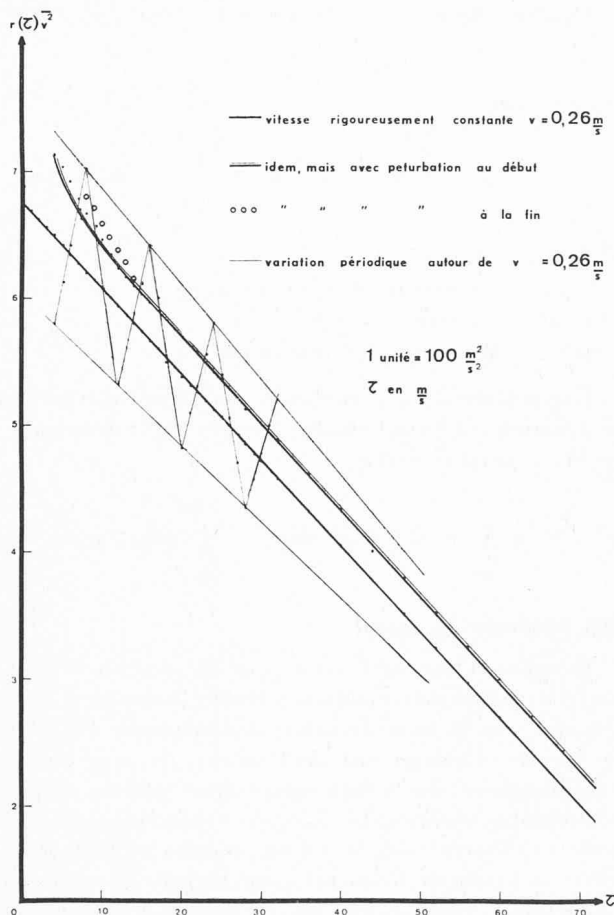


Fig. 1.

$$\begin{aligned}
 r(\tau) &\cong \frac{1}{T} \int_0^T v(t_1) \cdot v(t_2) dt = \\
 &= \frac{1}{T} \int_0^T (\bar{v}(t_1) + u(t_1)) \cdot (\bar{v}(t_2) + u(t_2)) dt = \\
 &= \frac{1}{T} \int_0^T u(t_1) u(t_2) dt + \frac{1}{T} \int_0^T \bar{v}(t_1) u(t_2) dt + \\
 &+ \frac{1}{T} \int_0^T \bar{v}(t_2) u(t_1) dt + \frac{1}{T} \int_0^T \bar{v}(t_1) \bar{v}(t_2) dt
 \end{aligned}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned}
 r(\tau) &= \rho(\tau) + \frac{\bar{v}(t_1)}{T} \int_0^T u(t_2) dt + \frac{\bar{v}(t_2)}{T} \int_0^T u(t_1) dt + \\
 &+ \frac{1}{T} \int_0^T \bar{v}(t_2) \bar{v}(t_1) dt.
 \end{aligned}$$

Nous pouvons donc passer d'une fonction à l'autre, ainsi que d'un spectre à l'autre sans difficultés, vu que nous pouvons aussi facilement programmer cette relation de passage à l'aide de la calculatrice IBM.

Ceci nous mène à la conclusion suivante :

— Les vitesses mesurées tiennent compte de tous les phénomènes turbulents et nous conduisent à ce

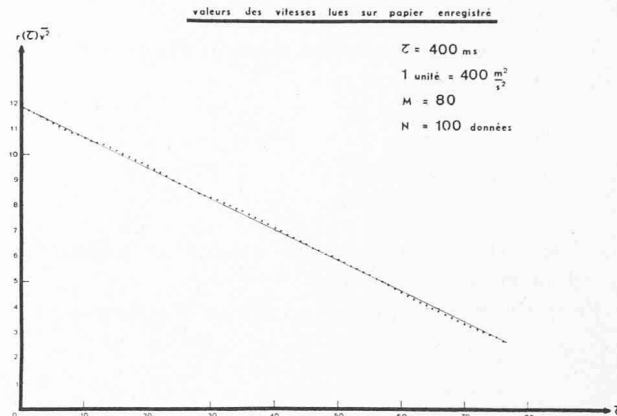


Fig. 2.

que nous appellerons le spectre total d'énergie. Toutes les causes de turbulence sont représentées dans ce spectre d'énergie.

Le problème maintenant est de savoir si une simple addition des vitesses-vent et des vitesses-cheminée mesurées séparément donne le même spectre d'énergie. Il faut donc vérifier que l'addition des effets du vent et de la cheminée répond bien au phénomène physique qui se produit.

Si la somme de ces deux vitesses redonne le même spectre d'énergie, nous sommes en droit de le supposer. Sinon, sans expliquer physiquement le phénomène, nous introduirons un facteur correcteur qui nous fournit le même spectre d'énergie.

Cette méthode pratique nous permet de mesurer séparément les vitesses à la sortie de la cheminée et les vitesses de vents types et de prévoir quel en sera l'effet sur le comportement du jet. Nous avons ainsi tous les éléments nécessaires (avant même la construction de la cheminée) pour appliquer la théorie de la diffusion turbulente.

Nous pouvons par la suite généraliser le cas et considérer la vitesse vectoriellement (somme vectorielle) ou tenir compte des trois composantes. Mentionnons que les calculs sont simplifiés avec la calculatrice électronique.

#### IV. Appareils de mesure

##### 1. Conditions des mesures

Nous avons expliqué le lien existant entre la précision de l'appareil et l'échelle de turbulence. Signalons qu'une turbulence aérologique crée des tourbillons de l'ordre du décimètre allant jusqu'à des dizaines de mètres. Tandis que les tourbillons créés par une turbulence en soufflerie sont de quelques millimètres et ne dépassent guère le décimètre. Comme c'est la turbulence aérologique qui nous intéresse, il suffit de prendre un instrument qui mesure les fluctuations aérologiques. Avec un instrument plus précis, nous aurons une fonction de corrélation différente. C'est à nous de formuler l'ordre de grandeur des perturbations, et on utilisera des appareils de plus en plus précis pour des vents de plus en plus faibles.

D'autre part, vu que la turbulence dans la cheminée n'est pas aérologique, les perturbations faibles

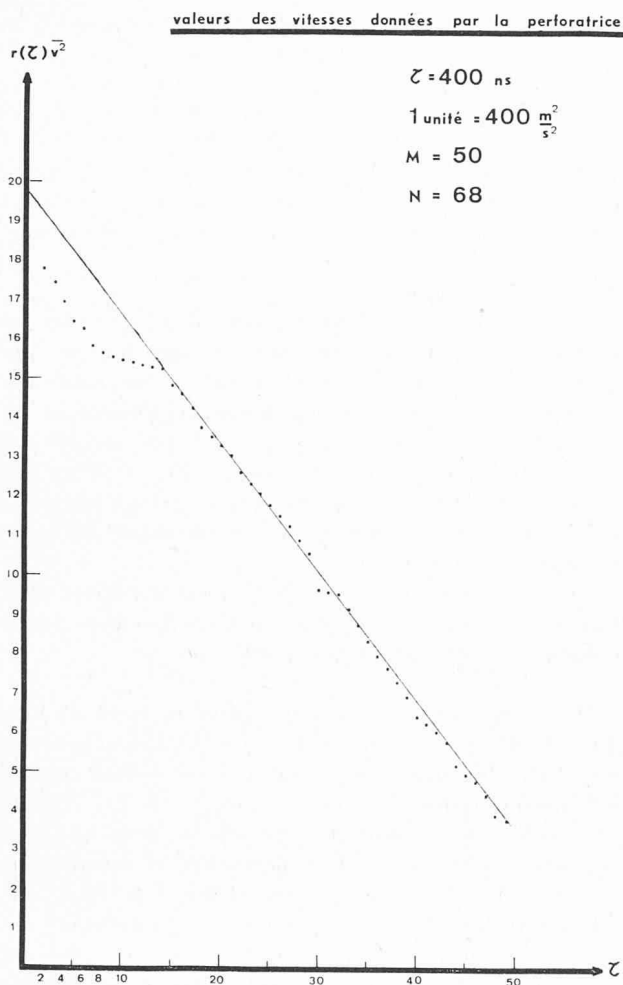


Fig. 3.

ne sont pas enregistrées et la vitesse varie plus ou moins.

## 2. Instruments

Les mesures de vitesses ont été faites avec l'anémomètre NEZ, qui donne une bonne précision pour ces échelles de turbulence. Il a l'avantage d'être très adaptable. Nous pouvons l'utiliser avec des petites hélices qui réduisent la dimension du volume d'épreuve considéré et qui présentent une très faible inertie. La vitesse est proportionnelle aux impulsions causées par la rotation de l'hélice et qui sont enregistrées sur bande magnétique.

Le dépouillement des données se fait avec un dispositif d'enregistrement numérique dont la perforatrice sort avec un code IBM sur ruban perforé.

Notons que nous pouvons utiliser toutes sortes d'anémomètres à sortie électrique avec ce dispositif qui peut aussi échantillonner les vitesses.

## V. Discussion des résultats obtenus

Les courbes ci-contre sont des fonctions d'autocorrélation des vitesses  $v$  et  $u$  à la sortie d'un tuyau simulant une cheminée. Les vitesses sont donc indépendantes de l'action du vent.

1. Sur le premier diagramme (fig. 1), nous avons tracé des courbes obtenues à l'aide de données hypothétiques. Nous vérifions par exemple que si

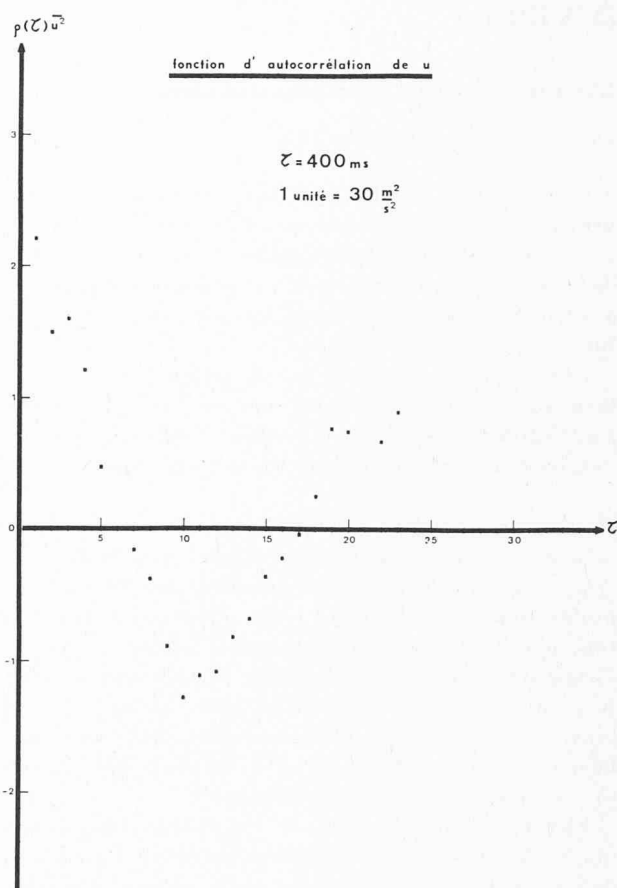


Fig. 4.

la vitesse du vent est rigoureusement constante, l'autocorrélation est linéaire.

D'autres données, exprimant divers types de variations, ont montré que la courbe d'autocorrélation devait tendre vers une asymptote parallèle à la droite précédente. Nous dirons donc :

— L'autocorrélation de la vitesse moyenne du fluide donne la direction de l'asymptote à une distance fonction de l'amplitude des perturbations.

2. Les deuxième (fig. 2) et troisième (fig. 3) diagrammes montrent les mesures faites avec des vitesses mesurées avec l'anémomètre. Une présente la précision de l'enregistreur graphique, l'autre la précision du dispositif d'enregistrement numérique, qui peut être passablement amélioré.
3. La courbe d'autocorrélation de la vitesse :  $u = v - \bar{v}$  est la fig. 4.

## VI. Conclusions

Il faudra donc vérifier expérimentalement dans plusieurs cas pratiques la théorie exposée ici. Ce qui nous permettra aussi de connaître entre quelles limites cette méthode est satisfaisante.

Lausanne, le 6 décembre 1967.

## BIBLIOGRAPHIE

- LUMLEY and PANOFKY : *The structure of atmospheric turbulence*.  
 F. PASQUILL : *Atmospheric diffusion*.  
 Thèse de M. le professeur BAATARD : *Structure générale d'une mécanique de la diffusion*.