

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 99 (1973)  
**Heft:** 12

**Artikel:** Etude de modèles réduits de structures en micro-béton armé:  
laboratoire des bétons et structures, Département Génie civil et  
urbanisme, Institut national des sciences appliquées de Lyon  
**Autor:** Tuset, J. / Pera, J. / Cubaud, J.-C.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-71676>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 29.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Etude de modèles réduits de structures en micro-béton armé

Laboratoire des bétons et structures, Département Génie civil et urbanisme,  
Institut national des sciences appliquées de Lyon

par J. TUSET, J. PERA et J.-C. CUBAUD

## Introduction

Pour vérifier de nouvelles méthodes de calcul et prévoir le comportement de structures réelles, il est nécessaire de procéder à de nombreux essais. Si les lois de la similitude s'appliquent, les essais peuvent être effectués sur des modèles. L'investissement en matériel est en effet sans commune mesure avec celui requis pour des essais en vraie grandeur.

Le but de cette étude est de savoir si le comportement de modèles en micro-béton armé donne une approche suffisante de celui des structures en béton armé.

L'intérêt de l'emploi du matériau « micro-béton » réside dans le fait que l'on prend en compte, dans les essais, l'hétérogénéité du matériau « béton » et du complexe acier-béton. En outre, de tels modèles permettent d'étudier les phénomènes de rupture, de fissuration, de déformation dans la phase fissurée, résultats qui ne pourraient pas être atteints avec un modèle constitué par un matériau homogène.

Après la définition des relations de similitude et de l'échelle de réduction, l'étude des matériaux est envisagée, de même que leurs compositions.

Les caractéristiques des matériaux durcis sont ensuite étudiées et comparées ; les aciers étant choisis et les phénomènes d'adhérence analysés, une poutre en béton armé et un modèle en micro-béton armé sont soumis à des charges homologues.

## 1. Rappels sur l'analyse dimensionnelle

### 1.1 Définition

L'analyse dimensionnelle est l'étude générale des équations décrivant des phénomènes naturels. Elle s'appuie sur la simple considération des dimensions composant chacune des grandeurs impliquées dans le phénomène étudié.

Par elle-même, elle fournit plutôt des relations qualitatives que quantitatives, mais combinée avec un procédé expérimental elle peut livrer des résultats quantitatifs et des équations générales très précises.

### 1.2 Théorie algébrique de l'analyse dimensionnelle [1]

Le théorème de Vaschy-Buckingham permet de mettre en évidence les produits sans dimension qui règlent la similitude. Il peut s'énoncer de la façon suivante :

« Toute relation dimensionnellement homogène entre  $n$  grandeurs physiques :

$$f(A, B, C, \dots N) = 0$$

entraîne l'existence d'une autre relation :

$$\varphi(\pi_1, \pi_2, \dots \pi_{n-p}) = 0$$

entre  $(n-p)$  grandeurs sans dimensions et qui sont des produits distincts de puissances des grandeurs  $A, B, \dots N$

de la forme :  $A^\alpha B^\beta \dots N^\nu p$  est l'ordre le plus élevé du déterminant non nul que contient la matrice dimensionnelle des grandeurs  $A, B, C \dots N$ . »

## 2. Etablissement des relations de similitude dans le domaine élastique linéaire [2]

### 2.1 Définition des grandeurs

Soit deux structures géométriquement semblables et soumises à l'action de charges homologues. Chaque structure est un système en équilibre, de forme donnée, avec un type de charge donné.

Les dimensions du système, comme les structures sont géométriquement semblables, sont alors déterminées par une longueur unique  $L$  ; les charges le sont, en vertu des hypothèses fondamentales de la Résistance des matériaux, à savoir :

- le principe de superposition des effets des forces ;
- le principe de Saint-Venant ;

par :

- une force unique  $F$  (qui peut être la charge totale) ;
- un moment unique  $M_t$  (représentant les divers moments pouvant être appliqués à la structure, mis à part ceux créés par  $F$ ).

Il faut aussi tenir compte du module d'élasticité  $E$  et du coefficient de Poisson  $\nu$  du matériau.

Toute composante de la contrainte en un point donné est définie par une équation dimensionnellement homogène de la forme :

$$\sigma = f(F, M_t, L, E, \nu)$$

De même, toute composante du déplacement en un point donné peut s'écrire :

$$u = f(F, M_t, L, E, \nu)$$

### 2.2 Recherche du nombre de produits sans dimension

Les grandeurs, en fonction de leur expression dimensionnelle, s'écrivent :

$$\begin{aligned} [F] &= [ML T^{-2}] \\ [M_t] &= [ML^2 T^{-2}] \\ [L] &= [L] \\ [E] &= [ML^{-1} T^{-2}] \\ [\nu] &= [1] \end{aligned}$$

La matrice dimensionnelle est :

$$\begin{array}{c} M \\ L \\ T \end{array} \left\| \begin{array}{ccccc} F & M_t & L & E & \nu \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & -2 & 0 & -2 & 0 \end{array} \right\|$$

Cette matrice est de rang 2.

D'après le théorème de Vaschy-Buckingham, il y a  $(5-2) = 3$  produits sans dimension.

Il faut remarquer que la variable  $v$  constitue à elle seule un produit sans dimension. Il reste alors deux produits sans dimension à trouver.

### 2.3 Calcul des produits sans dimension

Les produits cherchés sont de la forme :

$$P = F^\alpha \cdot M_t^\beta \cdot L^\gamma \cdot E^\delta \cdot v^\epsilon$$

soit, en fonction des variables dimensionnelles fondamentales :

$$P = (ML T^{-2})^\alpha \cdot (ML^2 T^{-2})^\beta \cdot (L)^\gamma \cdot (ML^{-1} T^{-2})^\delta \cdot (1)^\epsilon$$

$$P = M^{(\alpha+\beta+\delta)} \cdot L^{(\alpha+2\beta+\gamma-\delta)} \cdot T^{(-2\alpha-2\beta-2\delta)} \quad (1)$$

Comme un produit  $P$  est sans dimension, il doit être de la forme :

$$P = M^0 L^0 T^0 \quad (2)$$

soit, en identifiant les expressions (1) et (2) :

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \delta = 0 \\ \alpha + 2\beta + \gamma - \delta = 0 \\ -2\alpha - 2\beta - 2\delta = 0 \end{cases}$$

Deux équations sont liées entre elles, et trois produits sans dimension sont à trouver.

La relation  $\sigma = f(F, M_t, L, E, v)$  peut se mettre sous la forme :

$$\pi = f_1(\pi_1, \pi_2, v)$$

#### 2.3.1 Recherche des produits relatifs aux contraintes

Le système de 3 équations à 4 inconnues, comme la première et la troisième ligne sont liées, est un système indéterminé d'ordre 2, avec un nombre infini de solutions.

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \delta = 0 \\ \alpha + 2\beta + \gamma - \delta = 0 \end{cases}$$

Si  $\alpha$  et  $\beta$  prennent une valeur arbitraire,  $\gamma$  et  $\delta$  sont alors les inconnues :

$$1^\circ \alpha = 1, \beta = 0$$

Le système devient :

$$\begin{cases} 1 + \delta = 0 \\ 1 + \gamma - \delta = 0 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} \gamma = -2 \\ \delta = -1 \end{cases}$$

d'où le produit sans dimension :

$$\pi_1 = FL^{-2} E^{-1} = \frac{F}{EL^2}$$

$$2^\circ \alpha = -1, \beta = 1$$

Le système devient :

$$\begin{cases} \delta = 0 \\ 1 + \gamma - \delta = 0 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} \alpha = -1 \\ \delta = 0 \end{cases}$$

d'où le produit sans dimension :

$$\pi_2 = F^{-1} \cdot M_t \cdot L^{-1} = \frac{M_t}{FL}$$

Toute autre combinaison de valeurs arbitraires donne ces deux solutions.

Nous pouvons donc écrire :

$$\pi = f_1\left(\frac{F}{EL^2}, \frac{M_t}{FL}, v\right)$$

Si  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  est une équation dimensionnellement homogène et si  $y$  est dimensionné, il existe un produit des puissances des variables  $x$  qui a la même dimension que  $y$ .

De ce théorème, il résulte qu'une équation dimensionnellement homogène de la forme  $\sigma = f(F, M_t, L, E, v)$  peut se mettre sous la forme :  $\pi = f_1(F, M_t, L, E, v)$  et où  $\pi$  est un nombre sans dimension. Pour trouver  $\pi$ , il suffit de diviser  $\sigma$  par un produit de variables qui a la même dimension que  $\sigma$ ; l'expression la plus simple est :

$$\sigma = \frac{F}{L^2}$$

d'où

$$\pi = \frac{\sigma}{\frac{F}{L^2}}$$

Nous arrivons ainsi à l'expression finale :

$$\frac{\sigma}{F/L^2} = f_1\left(\frac{F}{EL^2}, \frac{M_t}{FL}, v\right)$$

#### 2.3.2 Recherche des produits relatifs aux déplacements

De la même façon, nous démontrons que :

$$\frac{u}{F/EL} = f_2\left(\frac{F}{EL^2}, \frac{M_t}{FL}, v\right)$$

### 2.4 Etablissement des relations de similitude

C'est l'égalité des produits sans dimension  $\pi_1$  et  $\pi_2$ , sur le modèle et le prototype, qui conduit à l'établissement de ces relations.

#### 2.4.1 Echelles à considérer

Elles sont consignées dans le tableau ci-dessous, l'indice  $m$  est relatif au modèle et l'indice  $p$  à l'ouvrage réel ou prototype.

Variables	Echelles
Longueurs	$\frac{1}{[L]} = \frac{L_m}{L_p}$
Forces	$\frac{1}{[F]} = \frac{F_m}{F_p}$
Moments	$\frac{1}{[M_t]} = \frac{M_{tm}}{M_{tp}}$
Modules d'élasticité	$\frac{1}{[E]} = \frac{E_m}{E_p}$
Coefficients de Poisson	$\frac{1}{[v]} = \frac{v_m}{v_p}$
Contraintes	$\frac{1}{[\sigma]} = \frac{\sigma_m}{\sigma_p}$
Déformations unitaires	$\frac{1}{[\varepsilon]} = \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_p}$
Déplacements	$\frac{1}{[u]} = \frac{u_m}{u_p}$

### 2.4.2 Relations entre les différentes échelles

En écrivant que :

- $\pi_1$  modèle =  $\pi_1$  prototype
- $\pi_2$  modèle =  $\pi_2$  prototype
- $\pi$  modèle =  $\pi$  prototype

nous arrivons aux relations :

Forces  $\cdot \frac{1}{[F]} = \frac{1}{[E]} \cdot \frac{1}{[L]^2}$

Moments  $\frac{1}{[M_i]} = \frac{1}{[F]} \cdot \frac{1}{[L]}$

Contraintes  $\cdot \frac{1}{[\sigma]} = \frac{1}{[E]}$

Déplacements  $\cdot \frac{1}{[u]} = \frac{1}{[F]} \cdot [E] \cdot [L] = \frac{1}{[\sigma]} \cdot [E] \cdot \frac{1}{[L]} = \frac{1}{[L]}$

D'autre part, nous avons :

$$\frac{1}{[\varepsilon]} = \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_p} = \frac{\sigma_m}{E_m} \cdot \frac{E_p}{\sigma_p} = \frac{\sigma_m}{\sigma_p} \cdot \frac{E_p}{E_m} = \frac{1}{[\sigma]} \cdot [E]$$

or,  $\frac{1}{[\sigma]} = \frac{1}{[E]}$

d'où :  $\frac{1}{[\varepsilon]} = 1$ , c'est-à-dire que les déformations

unitaires du modèle et du prototype sont identiques.

La condition du respect d'une même similitude des déformations suivant deux directions perpendiculaires oblige à choisir, pour le modèle, un matériau dont le coefficient de Poisson est identique à celui du prototype.

Soit  $\frac{1}{[\nu]} = 1$ .

Ceci est valable pour le béton et le micro-béton, dont les coefficients de Poisson varient entre 0,10 et 0,20 et pour lesquels nous prenons une valeur moyenne  $\nu = 0,15$ .

### 3. Relations de similitude, hors du domaine d'élasticité linéaire [3]

Plaçons-nous hors du domaine d'élasticité linéaire, mais sans atteindre toutefois le domaine de plasticité.

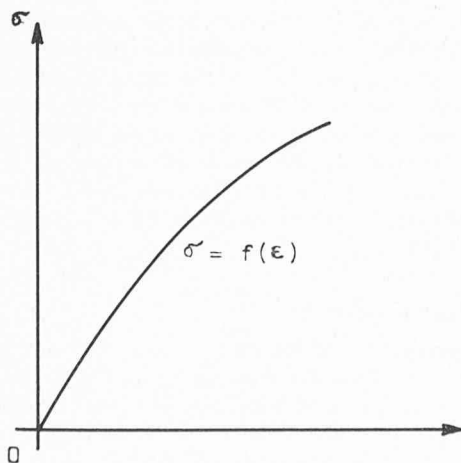


Fig. 1.

Quand le matériau du prototype admet un diagramme contraintes-déformations du type de la figure 1, le diagramme correspondant du matériau du modèle peut en être déduit par une double transformation (figure 2).

Un point quelconque  $P$  du diagramme prototype correspond à un point  $M$  du diagramme modèle par une multiplication de son ordonnée par un facteur  $\frac{1}{\gamma}$  et de son abscisse par un autre facteur  $\frac{1}{\beta}$ , soit :

$$\begin{cases} Om_1 = OP_1 \cdot \frac{1}{\gamma} \\ Om_2 = OP_2 \cdot \frac{1}{\beta} \end{cases} \text{ avec } \beta \text{ et } \gamma \geq 1$$

Les modules d'élasticité, déterminés en chaque point des diagrammes obtenus sous sollicitations uniaxiales peuvent, être exprimées pour le prototype et le modèle par :

$$E_p = \frac{d\sigma_p}{d\varepsilon_p}$$

$$E_m = \frac{d\sigma_m}{d\varepsilon_m}$$

Ils sont liés, en deux points homologues de ces diagrammes, par la relation :

$$\frac{[E]}{1} = \frac{E_m}{E_p} = \frac{d\sigma_m}{d\varepsilon_m} \cdot \frac{d\varepsilon_p}{d\sigma_p} = \frac{d\sigma_m}{d\sigma_p} \cdot \frac{d\varepsilon_p}{d\varepsilon_m} = \frac{1}{\gamma} \cdot \beta = \frac{\beta}{\gamma}$$

Les coefficients de Poisson sont supposés égaux :

$$\nu_m = \nu_p$$

Les autres relations de similitude s'écrivent :

$$\frac{1}{[\sigma]} = \frac{\sigma_m}{\sigma_p} = \frac{1}{\gamma}$$

$$\frac{1}{[\varepsilon]} = \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_p} = \frac{1}{\beta}$$

$$\frac{1}{[u]} = \frac{u_m}{u_p} = \frac{1}{[L]}$$

$$\frac{1}{[F]} = \frac{1}{[L^2]\gamma}$$

• Cas particulier :  $\frac{1}{\beta} = 1$ .

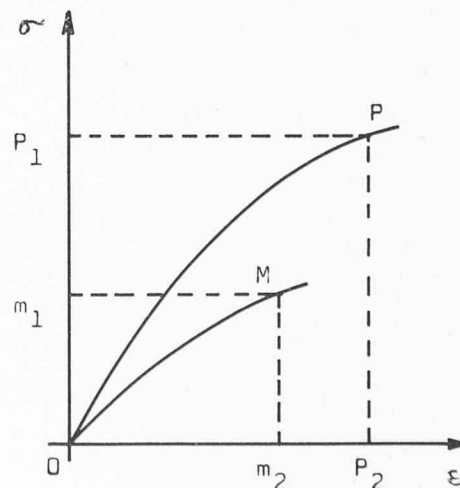


Fig. 2.

Ceci correspond au cas où le modèle présente les mêmes déformations relatives que le prototype, pour des contraintes homologues.

Les relations deviennent :

$$\begin{aligned} \cdot \frac{1}{[E]} &= \frac{1}{\gamma} \\ \cdot \frac{1}{[\sigma]} &= \frac{1}{[E]} \\ \cdot \frac{1}{[\varepsilon]} &= 1 \\ \cdot \frac{1}{[u]} &= \frac{1}{[L]} \\ \cdot \frac{1}{[F]} &= \frac{1}{[E]} \cdot \frac{1}{[L]^2} \end{aligned}$$

Les relations de similitude vues lors de l'étude du domaine élastique sont encore valables dans ce cas, en chaque point et non plus globalement, car le rapport  $\frac{1}{\gamma}$  change au fur et à mesure de l'évolution des déformations.

#### 4. Relations de similitude dans le domaine plastique

D'après la théorie de la plasticité de Hencky-von Mises, la relation générale contrainte-déformation d'un matériau, sous charge croissant progressivement, est déterminée par le diagramme de traction (ou compression) dans le domaine élastique et la valeur du coefficient de Poisson.

Ainsi, pour des matériaux ayant le même type de relation contrainte-déformation (comme le béton et le micro-béton) il n'y a pas de différence entre matériau élastique et matériau plastique dans l'étude d'un problème par analyse dimensionnelle.

Ce qui s'exprime encore ainsi [2] :

« Si les dimensions linéaires d'une structure sont multipliées par un nombre  $k$ , les forces appliquées sont multipliées par  $k^2$  et si les moments sont multipliés par le nombre  $k^3$ , les déformations sont multipliées par le nombre  $k$  et les contraintes sont inchangées. »

#### 5. Choix de l'échelle de réduction

##### 5.1 Prototype à étudier

Il s'agit d'une poutre à section rectangulaire de dimensions :

- longueur : 300 cm
- hauteur : 25 cm
- largeur : 15 cm

##### 5.2 Choix de l'échelle — Détermination du modèle

La préoccupation majeure, lors du choix de l'échelle de réduction, doit être de satisfaire à toutes les conditions qu'exige une étude de similitude ; notamment, il faut vérifier :

- que le prototype et le modèle sont dans les mêmes conditions de service ;
- que la réduction linéaire peut s'appliquer à tous les constituants ;
- les conditions sur le ferraillage.

Le choix a été fait d'après certaines remarques de M. Roll [4].

L'échelle de réduction a été prise égale à  $\frac{1}{5}$ , ce qui donne un diamètre de 5 mm pour le plus gros granulats du micro-béton. Cette taille répond aux exigences de mise en place et est imposée par la plus petite dimension du modèle.

##### 5.3 Conséquences

Le plus gros granulats du béton a donc 25 mm de diamètre.

Le fait de fixer l'échelle des longueurs  $\frac{1}{L}$  détermine la plupart des autres échelles, à savoir celles des déformations, des déplacements globaux, des surfaces et des volumes.

#### 6. Etude des matériaux

Nous nous sommes efforcés de réaliser un micro-béton dont la courbe granulométrique est affine de celle du béton. Afin de comparer les propriétés des bétons et des micro-bétons, nous avons adopté les mêmes dimensions pour les éprouvettes d'essais.

La méthode de composition du béton et du micro-béton est celle de M. G. Dreux [5] [6].

##### 6.1 Composition des bétons et micro-bétons

Elle est résumée sur la figure 3.

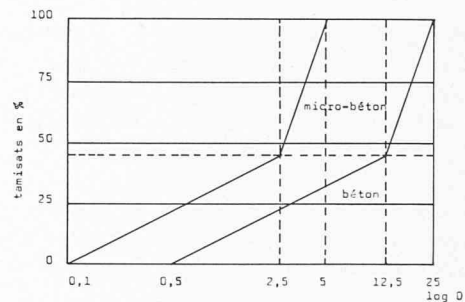


Fig. 3. — Composition du béton et du micro-béton.

*Remarque :* Elle concerne l'étendue du domaine granulométrique du béton. La courbe ne commence qu'à 0,5 mm, alors qu'elle aurait dû, selon M. Dreux, débuter à 0,1 mm.

Mais il est une règle à laquelle nous devons obéir et qui est celle de l'affinité des courbes granulométriques ; en effet, comme toutes les dimensions linéaires du modèle et du prototype doivent être dans le même rapport (l'échelle de réduction choisie), il en est de même des constituants du béton. L'utilisation de grains de sable de 0,1 mm pour le micro-béton entraîne l'emploi de grains de sable de 0,5 mm pour le béton.

##### 6.2 Mise en œuvre

Le ressuage du micro-béton est plus important que celui du béton ; son ouvrabilité est inférieure à celle déterminée théoriquement. Il demande donc plus d'eau que le béton pour obtenir la même ouvrabilité.

La vibration du micro-béton est plus longue que celle du béton et l'air occlus plus difficilement éliminable.

### 6.3 Essais

#### 6.3.1 Compression

Cet essai a été réalisé conformément à la norme NFP 18-406 sur des éprouvettes cylindriques d'éclatement 2.

#### 6.3.2 Traction par flexion

Cet essai a été réalisé conformément aux normes NFP 18-401 et NFP 18-407. Les éprouvettes ont pour dimensions  $7 \times 7 \times 28$  cm.

#### 6.3.3 Mesures du modèle d'élasticité

Ces mesures ont été faites en même temps que les essais de compression et de traction, à savoir :

- lors des essais de compression, par le collage de jauges de contraintes reliées à un pont de mesure ;
- lors des essais de traction par flexion, par l'adjonction à l'éprouvette prismatique de deux micromesureurs SOLEX.

#### 6.3.4 Adhérence

Nous avons mesuré la force d'extraction d'une barre lisse de 10 mm de diamètre ancrée de 14 cm dans un cube en béton de 14 cm d'arête.

### 6.4 Caractéristiques mécaniques des matériaux

#### 6.4.1 Résistance à la compression

La résistance en compression du béton est supérieure d'environ 1,5 fois à celle du micro-béton, pour un même dosage en ciment et pour des granulats de même origine (fig. 4).

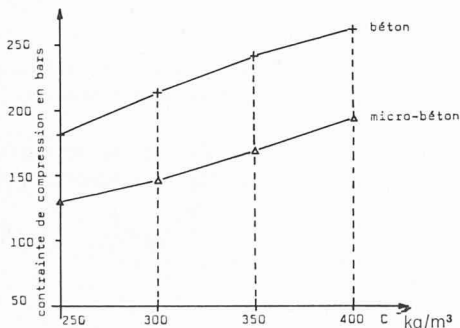


Fig. 4. — Variation de  $\sigma'_c$  avec le dosage en ciment.

La dispersion des essais est plus importante pour le micro-béton comme l'indique le tableau ci-dessous :

Dosage en ciment $kg/m^3$	Dispersion %	
	Béton	Micro-béton
250	4,5	7,8
300	4,75	6,4
350	3	5,3
400	3,6	4,5

#### 6.4.2 Résistance à la traction

Le rapport des résistances à dosage égal en ciment est moins élevé qu'en compression ; il est de l'ordre de 1,1 (fig. 5).

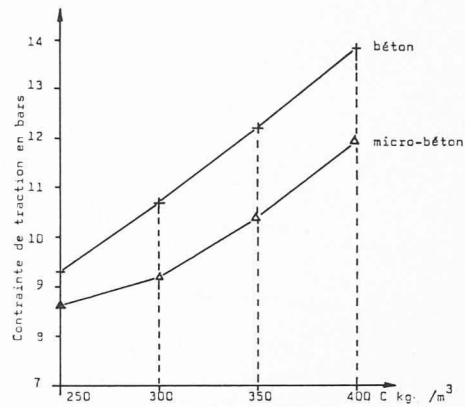


Fig. 5. — Variation de  $\sigma'_7$  avec le dosage en ciment.

A résistance en compression égale, et jusqu'à 200 bars, la résistance en traction du micro-béton est plus forte que celle du béton (fig. 6).

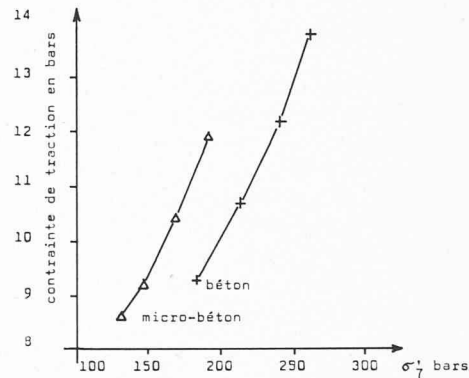


Fig. 6. — Relation entre  $\sigma'_7$  et  $\sigma'_c$ .

#### 6.4.3 Module d'élasticité

Le module d'élasticité du béton est plus élevé que celui du micro-béton. Nous en déduisons qu'à contrainte égale les déformations relatives sous charge du micro-béton sont plus élevées que celles du béton.

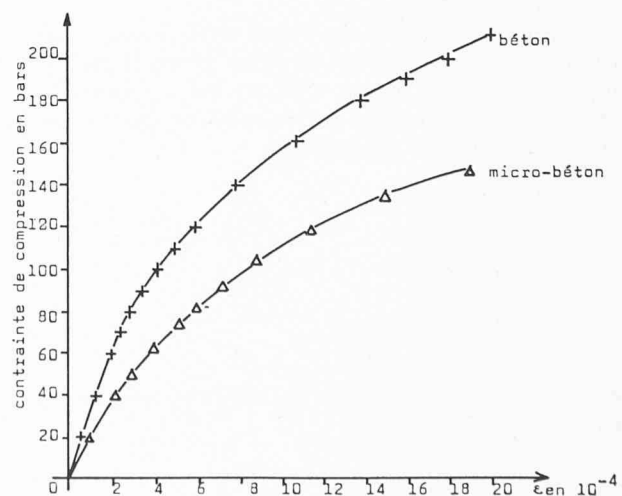


Fig. 7. — Diagrammes contraintes-déformations pour  $C = 400$   $kg/m^3$ .

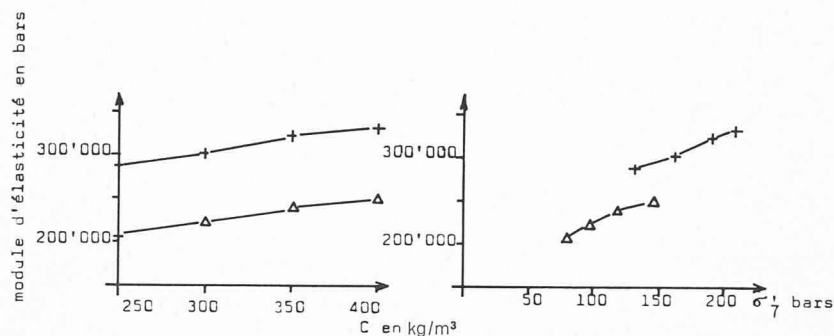


Fig. 8. — Relation entre  $E$  et  $C$ .

Fig. 9. — Relation entre  $E$  et  $\sigma'_y$ .

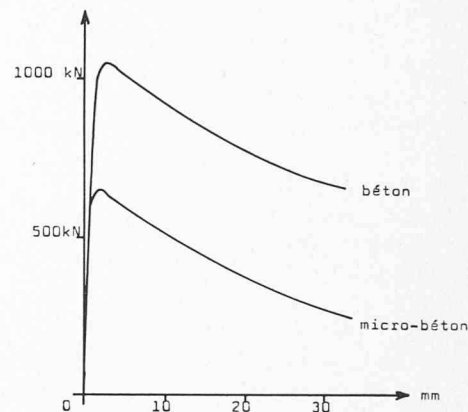


Fig. 10. — Courbes effort d'arrachement-déplacement.

Dans le domaine élastique, le rapport des modules d'élasticité  $E$  micro-béton/ $E$  béton varie autour de 0,75 en fonction du dosage en ciment et autour de 0,85 en fonction de la résistance en compression à sept jours.

Au-delà de la phase élastique, les diagrammes contraintes déformations sont homologues dans une homothétie dont le rapport est à déterminer en chaque point. Les modules sécants, à la rupture, sont d'autant plus petits que les granulats sont petits. Pour un même dosage en ciment, le rapport des modules est sensiblement le même que dans le domaine élastique (fig. 7, 8, 9).

#### 6.4.4 Adhérence

L'allure des courbes effort d'arrachement-déplacement est représentée sur la figure 10.

Les contraintes d'adhérence du micro-béton sont plus faibles que celles du béton.

#### 6.5 Aciers

Le choix des aciers pour une étude de modèle réduit en micro-béton armé est directement lié aux caractéristiques du micro-béton et du béton que l'on veut étudier.

L'ensemble « aire de béton comprimé » et « aire d'acier tendu » forme un système élastique et doit donc répondre aux mêmes règles de contraintes-déformations.

Roll a indiqué [4] :

« Comme la rupture du béton armé dépend surtout des propriétés mécaniques du béton et de l'acier, il est souhaitable que le facteur d'échelle des contraintes,  $S_\sigma$ , soit le même pour le béton et l'acier ainsi que pour le micro-béton et pour l'acier du modèle :

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{pb}}{\sigma_{mb}} = \frac{\sigma_{pa}}{\sigma_{ma}}$$

avec :  $p$  : prototype  
 $m$  : modèle  
 $b$  : béton  
 $a$  : acier

de même, le facteur d'échelle des déformations doit être le même :

$$S_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{pb}}{\varepsilon_{mb}} = \frac{\varepsilon_{pa}}{\varepsilon_{ma}}$$

Nous avons choisi des aciers de même nuance et n'avons pas de ce fait répondu à ces règles. En effet, les

poutres étant amenées à rupture par éclatement du béton comprimé, les contraintes de rupture de l'acier ne sont jamais atteintes. Le facteur d'échelle des contraintes n'est pas respecté et les limites d'élasticité des aciers peuvent être dans une certaine mesure quelconques.

## 7. Essais de poutres

Des essais en flexion circulaire de modèles de poutres de section rectangulaire à l'échelle  $1/5$  ont été effectués en vue de comparer leur comportement à celui de prototypes. A chaque prototype, nous avons fait correspondre trois modèles.

### 7.1 Confection des poutres

Le moule du prototype est métallique. Les modèles sont coulés dans des moules en plexiglas, ce qui présente trois avantages principaux :

- la transparence du matériau permet une bonne visualisation lors de la mise en place des armatures et du micro-béton ;
- le micro-béton n'adhère pas aux parois ;
- l'étanchéité du moule est très bonne.

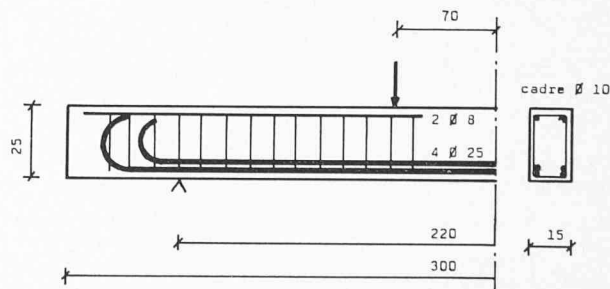
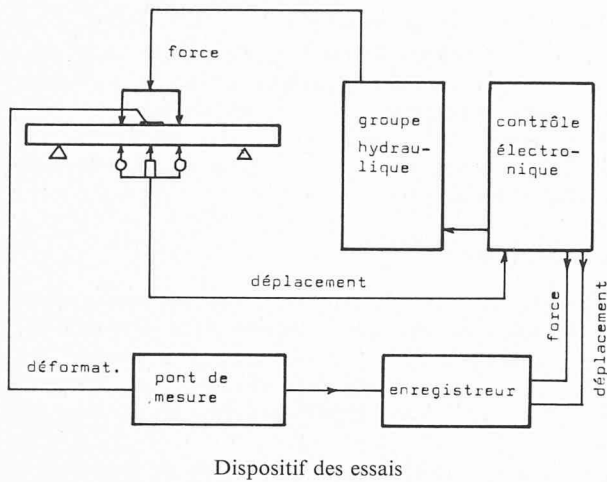


Fig. 11. — Schéma du ferrailage du prototype.

La mise en place du micro-béton s'est avérée assez délicate. La vibration des modèles et du prototype s'est faite sur table vibrante.

### 7.2 Dispositifs d'essais

Tous les essais sont effectués à sept jours. La montée en charge est asservie en fonction du déplacement. Les flèches



au centre sont mesurées à l'aide de comparateurs et de capteurs inductifs et les déformations avec des jauges électriques.

### 7.3 Résultats des essais

#### 7.3.1 Vérification des relations de similitude

##### 7.3.1.1 Relation charge-flèche

Cette relation est sans doute l'élément de comparaison le plus significatif. Afin de faire les comparaisons, nous multiplions les flèches des modèles par 5 et les forces correspondantes par 25.

Si nous avons le même matériau, les courbes seraient exactement superposables. En réalité, les modules d'élasticité sont différents et il faut en tenir compte par l'intermédiaire du coefficient de correction  $\frac{1}{[E]}$ . En mesurant les modules d'élasticité point par point, on remarque que le rapport des modules d'élasticité  $\frac{1}{[E]} = \frac{E \text{ micro-béton}}{E \text{ béton}}$  oscille autour de la valeur moyenne  $\frac{1}{[E]} = 0,81$ . C'est celle que nous avons adoptée dans la suite des calculs.

Nous devons vérifier la relation :

$$\frac{1}{[F]} = \frac{1}{[E]} \cdot \frac{1}{[L]^2}; \text{ or } \frac{1}{[L]} = \frac{1}{[u]} \text{ donc : } \frac{1}{[F]} = \frac{1}{[E]} \cdot \frac{1}{[u]^2}.$$

Le problème est donc de choisir le déplacement global  $u$  pour pouvoir vérifier certaines relations de similitude.

Le seul déplacement mesuré est la flèche et nous pouvons choisir ce déplacement. En effet, la flèche due aux charges appliquées en dehors du poids propre, s'écrit  $f = \frac{-x p l^3}{y EI}$  soit dimensionnellement :

$$[f] = \frac{[F] [L]^3}{[E] [L]^4} = \frac{[F]}{[E] [L]} = [L]$$

Dans la relation  $\frac{1}{[F]} = \frac{1}{[E]} \cdot \frac{1}{[L]^2} = \frac{1}{[E]} \cdot \frac{1}{[u]^2}$ , l'échelle  $\frac{1}{[E]}$  est donnée expérimentalement  $\left[ \frac{1}{[E]} = 0,81 \right]$ , l'échelle des longueurs (ou des flèches) est choisie a priori  $\left[ \frac{1}{[L]} = \frac{1}{5} \right]$  et seule l'échelle des forces est mesurée.

A flèches correspondantes, les charges doivent vérifier la relation :

$$\frac{1}{[F]} = \frac{F_m}{F_p} = \frac{1}{[E]} \cdot \frac{1}{[L]^2} = 0,81 \cdot \frac{1}{25} \text{ avec } 5 u_m = u_p$$

c'est-à-dire :

$$25 F_m = 0,81 F_p$$

Les résultats expérimentaux sont reportés sur les courbes de la figure 12.

##### 7.3.1.2 Vérification de la relation $\frac{1}{[\varepsilon]}$

En compression, les déformations relatives du béton ont été directement mesurées lors des essais et enregistrées avec les flèches correspondantes.

D'après la loi de Hooke,  $\sigma = E\varepsilon$ ; au point de vue dimensionnel :

$$[\sigma] = \frac{[F]}{[L]^2} \text{ soit } [E] = \frac{[F]}{[L]^2} \text{ d'où : } \frac{1}{[F]} = \frac{1}{[E]} \cdot \frac{1}{[L]^2} \cdot \frac{1}{[\varepsilon]}$$

ou  $\frac{1}{[\varepsilon]} = 1$ ; c'est-à-dire qu'à déformations égales ( $\varepsilon_m = \varepsilon_p$ ), nous devons vérifier :

$$\frac{1}{[F]} = \frac{1}{[E]} \cdot \frac{1}{[L]^2} \text{ soit } \frac{F_m}{F_p} = 0,81 \cdot \frac{1}{25}$$

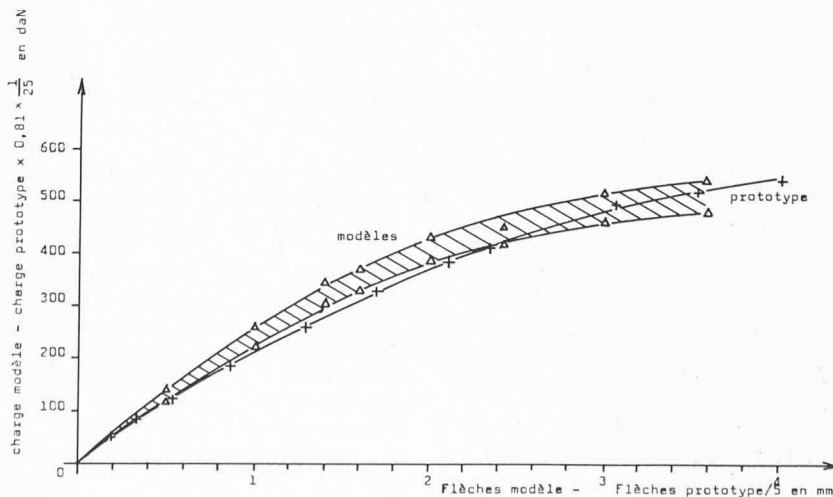


Fig. 12. — Vérification de la relation charge-flèche.



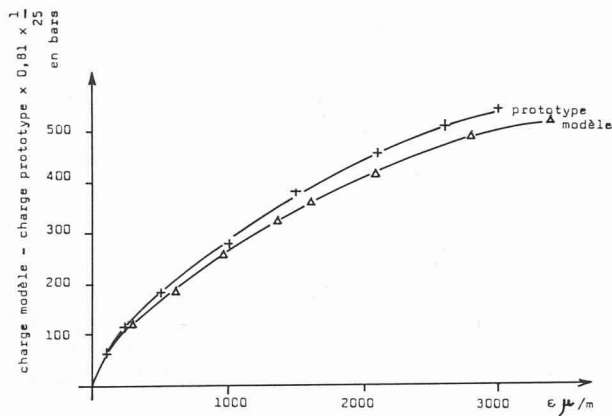


Fig. 13. — Vérification de la relation  $\frac{1}{[\varepsilon]} = 1$ .

soit :

$$F_m = 0,81 \cdot \frac{F_p}{25}$$

C'est cette relation que nous avons représentée sur la figure 13.

La relation  $\frac{1}{[\varepsilon]} = 1$  est bien vérifiée dans le domaine élastique ( $\varepsilon < 10/100$ ) ; nous pouvons donc conclure, qu'en phase élastique, le béton et le micro-béton ont un comportement analogue.

### 7.3.1.3 Vérification de la similitude des charges de rupture

La charge de rupture moyenne des modèles a été de 520 daN. La rupture du prototype s'est produite pour une charge de 17 000 daN. Le rapport des modules sécants à rupture est  $\frac{1}{[E]} = 0,79$ .

De la relation  $\frac{1}{[F]} = \frac{1}{[E]} \cdot \frac{1}{[L]^2}$ , on tire  $\frac{F_m}{F_p} = 0,79 \cdot \frac{1}{25}$

$$\text{soit : } F_p = \frac{25 F_m}{0,79} = \frac{25 \times 520}{0,79} = 16\,450 \text{ daN,}$$

ce qui nous donne une approximation d'environ 3 % sur la charge réelle de rupture du prototype.

### 7.3.2 Etude de la fissuration

Le développement des fissures s'est opéré de la même façon dans les modèles et dans le prototype. Le nombre des fissures a été plus faible dans les modèles.

Le rapport des espacements moyens des fissures a été de 4,6, ce qui donne une approximation de 8 % sur le résultat théorique.

## 8. Conclusion

Les résultats obtenus sont dans l'ensemble encourageants et tendent à prouver que la théorie de la similitude peut être appliquée aux structures en micro-béton armé.

Quelques points particuliers de l'étude soulèvent des problèmes qui seront approfondis lors de travaux ultérieurs.

En premier lieu, le choix de l'échelle de réduction est assez arbitraire, et il faudrait faire varier ce facteur afin de tenir compte de possibles « effets d'échelle » risquant d'avoir une influence sur les résultats obtenus.

D'autre part, il faudrait changer la nuance des aciers et utiliser des barres à haute adhérence pour vérifier les phénomènes de fissuration.

L'utilisation de structures en micro-béton armé permet, en multipliant le nombre d'essais, d'avoir une bonne approximation sur le comportement de structure en vraie grandeur.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] N. M. DEHOUSSE et R. ARNOULD : *Les modèles réduits de structures en génie civil*. Dunod 1971.
- [2] H. L. LANGHAAR : *Analyse dimensionnelle et théorie des maquettes*. Dunod 1956.
- [3] CH. BONVALET : *Les applications de la similitude physique à l'étude des structures en génie civil*. Collection de l'ANRT. Editeurs Eyrolles — Gauthier Villars 1971.
- [4] F. ROLL : *Materials for the Structural Models*. Journal of the Structural Division, Vol. 94. Juin 1968.
- [5] G. DREUX : *Guide pratique du béton*. Société de diffusion des techniques du bâtiment et des travaux publics. 1970.
- [6] F. GORISSE : *Etude des micro-bétons pour modèles de structures*. Annales de l'ITBTP. Mars 1972.

Adresse des auteurs :

INSA — Institut national des sciences appliquées de Lyon,  
Dépt Génie civil et urbanisme,  
Laboratoire des bétons et structures,  
20, av. Albert-Einstein,  
69 Villeurbanne (France).

## Bibliographie

**Le guide international des machines**, (39<sup>e</sup> édition). — Un volume de 1010 pages. Prix Fr. s./DM 25.— chez l'éditeur : Hugo Buchser S. A., Département Editions techniques, 4, Tour-de-l'Île, Case Stand 402, CH-1211 Genève 11 (Suisse).

Fidèle à sa formule consacrée, qui est celle d'un ouvrage de documentation spécialisé, le *guide international des Machines*, Appareils, Outils, Electronique vient de paraître en sa 39<sup>e</sup> édition annuelle.

Celle-ci indique les fabricants et fournisseurs, classés par produits, à savoir : Machines de précision — appareils, instruments, outils — produits de la mécanique de précision — installations et matériel électro-techniques — fournisseurs de l'industrie atomique.

Notons encore la subdivision des machines de précision selon le mode consacré en machines travaillant par enlèvement de métal, par déformation, machines diverses ou spéciales.

L'édition 1973 apporte à nouveau la documentation technique détaillée sur les machines à commande numérique ainsi que sur les divers dispositifs qui s'y rapportent. Cette section — imprimée sur pages roses — est unique en son genre, car elle donne la possibilité d'obtenir de précieux renseignements sur cet équipement ultra-moderne aujourd'hui de plus en plus demandé.

Les milieux professionnels et les acheteurs dans le monde entier consultent régulièrement cet ouvrage avec profit, dont une nouvelle édition est entièrement mise à jour chaque année.