

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 99 (1973)

Heft: 15

Artikel: Répartition spatiale et prévision en temps de retour de facteurs climatologiques en vue d'un dimensionnement des ouvrages d'aménagement des eaux: application aux précipitations journalières observées en Suisse romande

Autor: Musy, A.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-71690>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Répartition spatiale et prévision en temps de retour de facteurs climatologiques en vue d'un dimensionnement des ouvrages d'aménagement des eaux

Application aux précipitations journalières observées en Suisse romande

par A. MUSY, ingénieur du Génie rural EPFL, assistant à l'Institut de Génie rural de l'EPFL

1. Introduction

Le dimensionnement d'ouvrages d'aménagement des eaux doit répondre à certains critères de sécurité et d'économie. Il nécessite donc un judicieux calcul préalable, faisant intervenir des paramètres météorologiques souvent mal connus.

La précision numérique sur l'estimation de ces paramètres varie très fortement en fonction de la qualité des observations. Trop souvent, hélas, le peu d'information, résultant d'une observation de trop courte durée ou trop aléatoire, fausse singulièrement le calcul d'un ouvrage. L'ingénieur projeteur se voit alors contraint d'augmenter la sécurité de cet ouvrage, afin de se mettre à l'abri de toutes défaillances techniques qu'il pourrait craindre en raison du peu de données dont il disposait lors de l'établissement de son projet.

Le modèle présenté dans cette étude tente d'améliorer la qualité de ces paramètres climatologiques, notamment pluviométriques, en utilisant le maximum possible d'informations que l'on peut recueillir dans une région. Basé sur l'analyse statistique des pluies journalières, ce modèle permet de déterminer la précipitation maximale probable à craindre, en un endroit quelconque situé à l'intérieur d'un vaste périmètre d'observation.

La répartition spatiale de cette précipitation est réalisée par interpolation linéaire, en fonction de l'éloignement des postes d'observation, des paramètres statistiques représentant les phénomènes climatologiques observés. Cette manière de procéder peut paraître puérile aux yeux du météorologue qui refuse, avec raison, de considérer une variation linéaire dans l'espace de phénomènes climatologiques d'allure très complexe.

Il faut rappeler cependant que le but de cette étude est de préciser la valeur numérique de certains coefficients indispensables à tous dimensionnements d'ouvrages d'aménagement des eaux. Le modèle apporte donc à l'ingénieur projeteur une aide substantielle quant à l'estimation de ces paramètres qui exigerait en temps réel une observation de trop longue durée.

Enfin, le modèle est basé sur une analyse stochastique des phénomènes météorologiques. L'importance donnée dans cette étude à la statistique mathématique et descriptive peut étonner certains lecteurs sensibilisés par le caractère continu de l'évolution de ces phénomènes. Rappelons toutefois que seule l'analyse statistique permet une concentration de données représentatives et le calcul de divers facteurs probables en fonction des lois observées dans le passé. De plus, elle offre la possibilité d'estimer l'erreur de mesure ou de calcul que l'on peut craindre, notamment sur la détermination de la précipitation maximale probable de fréquence de retour connue.

2. Rappel de quelques définitions et formules de base

2.1 Pluviométrie générale

Soit x_i , la quantité de pluie tombée journalièrement en un endroit donné. On parle de :

2.1.1 *Module pluviométrique annuel (mensuel)* : la hauteur de la lame d'eau tombée annuellement (mensuellement) en mm.

$$P_A = \sum_{i=1}^{365} x_i \text{ en mm} \quad (\text{II.1.1})$$

$$P_m = \sum_{i=1}^{30} x_i \text{ en mm} \quad (\text{II.1.2})$$

2.1.2 *Fraction pluviométrique mensuelle* : le rapport entre les modules annuels et mensuels en ‰.

$$F_m = \frac{P_A}{P_m} \cdot 1000 \quad (\text{II.1.3})$$

Cette dernière valeur nous permet, d'une part, de comparer les stations climatologiques entre elles et, d'autre part, de mieux définir les régimes pluviométriques locaux.

Toutefois, le degré de dépendance entre différentes stations d'observation sera déterminé de manière plus précise en analysant les corrélations que l'on peut observer entre ces diverses stations.

2.1.3 Courbes isohètes

Courbes d'égale pluviosité (annuelle, mensuelle, averse, etc.) reportées sur une carte géographique.

2.1.4 Indice d'humidité

Rapport entre le module annuel et le module annuel moyen calculé sur plusieurs années. La valeur de ce coefficient nous donne une indication sur l'évolution générale de la pluviosité d'une année par rapport aux précédentes. Pour un climat humide, cet indice varie entre 0,6 et 1,6 et entre 0,4 et 2 pour les régions semi-arides.

2.1.5 Indice d'aridité

Proposé par de Martone, cet indice peut s'exprimer :

— soit annuellement par :

$$A_a = \frac{P_A}{T + 10} \quad (\text{II.1.4})$$

— soit mensuellement par :

$$A_m = \frac{12 \cdot P_m}{T + 10} \quad (\text{II.1.5})$$

avec : P_A = module pluviométrique annuel ;
 T = température moyenne annuelle en degré Celsius.

Ce coefficient essentiellement géographique permet de déceler les zones nécessitant un apport d'eau. Ainsi, par exemple, un indice d'aridité inférieur à 5 correspond à une zone quasi désertique. Lorsqu'il est compris entre 5 et 20, la région considérée doit être équipée pour une irrigation. Pour des valeurs supérieures à 20, ce facteur indique que les apports naturels d'eau suffisent à la croissance normale de la végétation. Remarquons cependant que l'analyse de cet indice d'aridité, calculé sur l'année, comporte certains risques si l'on omet de prendre parallèlement en considération les valeurs mensuelles de ce facteur : les variations saisonnières peuvent influencer, quelquefois, très fortement l'indice annuel.

2.2 Analyse des pluies

Soit τ la durée d'une pluie. On définit par :

2.2.1 *Intensité d'une pluie* : la hauteur de la lame d'eau (H) tombée sur une surface donnée par unité de temps.

$$i = \frac{H}{\tau} = \frac{\Delta h}{\Delta t} \text{ [mm/h]} \quad (\text{II.2.1})$$

Cette intensité joue un rôle capital en hydrologie des petits bassins. Elle définit complètement une précipitation lorsque le débit de cette dernière est connu. Plusieurs auteurs ont tenté de calculer cette intensité en fonction de la durée de la pluie. La formulation généralement admise est de la forme :

$$i = a \cdot t^b \quad (\text{II.2.2})$$

avec : i = intensité de la pluie en mm/h ;
 t = durée de la pluie en min ;
 a, b = constantes locales, dépendant généralement du lieu ($b < 0$).

En Suisse, Burkli et Ziegler (1878) ont démontré que le produit de cette intensité par la racine carrée de la durée de la précipitation est constante, c'est-à-dire :

$$i \cdot \sqrt{t} = \text{constante}$$

La constante revêt un caractère local et varie selon le lieu géographique de l'observation. Lors d'une étude sur le ruissellement, cette relation nous permet de déterminer le débit spécifique d'écoulement lorsque l'intensité critique d'une pluie de durée connue égale précisément la durée de ruissellement.

2.2.2 *Lois générales — fréquence critique* : les multiples observations effectuées jusqu'à ce jour ont permis de définir deux lois générales de la pluviosité. La première, appelée couramment « loi de dispersion de la pluie dans le temps » peut s'énoncer comme suit :

— la fréquence d'apparition d'une pluie donnée est d'autant plus faible que son intensité est forte.

Quant à la deuxième, elle affirme que :

— la pluie de fréquence d'apparition donnée a une intensité d'autant plus forte que sa durée est plus courte.

Lors d'un calcul de dimensionnement d'un ouvrage, il convient de tenir compte d'une hauteur pluviométrique donnée ayant une fréquence de retour connue. Cette fréquence critique varie selon la sécurité que l'on veut donner à l'ouvrage. Ainsi, choisir une fréquence de 10 ans, c'est admettre que, une année sur dix, le système de drainage sera peut-être submergé et ne répondra pas complètement aux exigences fixées. Le choix de cette périodicité critique dépend essentiellement des facteurs agro-économiques. Plusieurs auteurs (De Montmorin, Talbot, Metcalt, Eddy, etc.) proposent différentes formules pour déterminer l'intensité critique d'une pluie ayant une fréquence au dépassement donné. Ainsi, Talbot suggère :

$$i = \frac{a}{c + \tau} \quad (\text{II.2.3})$$

avec : τ = durée de la pluie en min ;
 i = intensité de la pluie en mm/h ;
 a, b = constantes (cf. tableau 1).

TABLEAU 1

Fréquence	i mm/h
6 mois	$\frac{500}{4 + \tau}$
1 an	$\frac{830}{5 + \tau}$
2 ans	$\frac{1400}{7 + \tau}$
5 ans	$\frac{2100}{9 + \tau}$
10 ans	$\frac{2590}{10 + \tau}$
20 ans	$\frac{2850}{10 + \tau}$
50 ans	$\frac{3220}{11 + \tau}$
80 ans (d'après Besson)	$\frac{7620}{34 + \tau}$

Extrait de : « Assainissement agricole », de Poirée et Ollier.

Toutefois la relation de Talbot : (II.2.3) ne semble plus convenir pour des durées de pluie dépassant 6 heures. Montana propose alors :

$$i = \frac{a}{\tau^b} \quad (\text{II.2.4})$$

$$0,3 \leq b \leq 0,8$$

Connaissant l'intensité de la pluie critique, on pourra alors calculer le débit caractéristique du réseau de drainage q_c par la relation :

$$q_c \text{ [l/s/ha]} = \frac{1}{0,36} (1-e) \cdot i \text{ [mm/h]} \quad (\text{II.2.5})$$

où : e = coefficient d'évaporation.

2.3 Répartition spatiale de la pluie

Nous n'avons considéré jusqu'à présent que la pluie ponctuelle, c'est-à-dire la quantité d'eau tombée en un point précis. Lors d'une étude de projet, les données météorologiques de la région intéressée doivent être extrapolées à partir de stations provisoirement mises en place. Il y a lieu alors d'étudier la dispersion de la pluie dans l'espace afin d'estimer la pluviosité moyenne du secteur en question.

Si S correspond à la superficie totale du bassin versant pour une période de récurrence donnée, on peut dire alors que l'intensité moyenne d'une pluie est d'autant plus faible que S est plus grand. En conséquence, il convient d'ajouter aux différentes formules établies, permettant de calculer l'intensité de la pluie, un facteur correctif tenant compte de cette dispersion de la précipitation dans l'espace. Puppini a réadapté la formule de Talbot en introduisant de nouveaux coefficients a' et b' , fonction de a , b et S . Ainsi, on a :

$$\begin{aligned} a' &= a \left[1 - 0,084 \left(\frac{S}{100} \right) + 0,007 \left(\frac{S}{100} \right)^2 \right] \\ b' &= b - 0,014 \left(\frac{S}{100} \right) \end{aligned} \quad S \text{ en km}^2 \quad (\text{II.2.6})$$

Les coefficients a et b de Talbot correspondant à des fréquences de retour choisies sont donnés dans le tableau 1. L'intensité d'une pluie dans une région déterminée se calculera par :

$$i = \frac{a'}{\tau^{b'}} \text{ [mm/h]} \quad (\text{II.2.7})$$

3. Analyse statistique

3.1 Définition des paramètres

Les hauteurs pluviométriques journalières observées sur un certain nombre d'années au droit d'une station météorologique fixe constituent un fichier de mesures assez considérable. Le traitement global de cette information s'avère particulièrement fastidieux et coûteux. Il serait souhaitable de condenser un peu cette information et de la remplacer par quelques caractéristiques bien choisies, à condition, toutefois, que ces dernières représentent la série chronologique de manière quasi exhaustive.

La statistique descriptive s'adapte parfaitement à ce type de problème. Elle définit certains paramètres types, analysant fidèlement le phénomène à étudier.

Pour une étude de prévision en temps de retour, une série d'observations peut être décrite statistiquement par trois types de caractéristiques :

— la moyenne ou tendance centrale (Moyenne, Médiane, Mode) ;

— la dispersion ou fluctuation autour de la moyenne (écart type, variance, moments centrés, quantiles) ;
— les caractéristiques de forme des courbes de fréquence des observations.
(Coefficients de Yule, Fischer, Pearson.)

Rappelons brièvement la définition des paramètres fondamentaux :

3.1.1 La moyenne arithmétique :

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (\text{III.1.1})$$

où : N = nombre total d'observation ;

x_i = hauteur de la précipitation journalière \equiv valeur observée.

Cette valeur moyenne (valeur centrale) d'une telle série chronologique varie avec la durée de l'observation et reste peu sensible aux fluctuations des valeurs observées. Binnie analysa les écarts du module annuel moyen considéré sur un certain nombre d'années par rapport à ce même paramètre calculé sur une longue période. Il trouva ainsi :

TABLEAU 2

Écarts observés entre les modules pluviométriques moyens calculés, suivant la longueur de la période de référence utilisée

Nombre d'années utilisées pour le calcul du module moyen	Ecart en % de la moyenne considérée par rapport à la moyenne sur une « longue période »	
	+	-
1	51,00	40,00
2	35,00	31,00
3	27,00	25,00
5	15,00	15,00
10	8,22	8,22
20	3,24	3,24
30	2,26	2,26

Extrait de : « Climatologie », de H. Grisolle.

On remarque, en analysant le tableau ci-dessus, que les écarts obtenus par rapport à la moyenne « longue durée » sont insignifiants à partir d'une période d'observation de 20 à 30 ans et que la variation de ceux-ci, pour une durée plus grande, n'est plus significative. Aussi, l'Organisation Météorologique Mondiale (OMM) a recommandé, au vu de ces résultats, de considérer une période trentenaire comme satisfaisante pour déterminer la moyenne des précipitations d'une station.

3.1.2.1 L'écart type ou écart quadrique moyen :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N n_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}{N}} \quad (\text{III.1.2})$$

où : x_i = valeur observée ;

\bar{x} = valeur moyenne des mesures ;

N = nombre d'observations ;

n_i = nombre de répétitions des x_i .

3.1.2.2 La variance :

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i (x_i - \bar{x})^2 \quad (\text{III.1.3})$$

3.1.2.3 Les moments centrés d'ordre r :

$$\mu_r = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N n_i (x_i - \bar{x})^r \quad (\text{III.1.4})$$

(Remarquons que la variance n'est rien d'autre que le moment centré de deuxième ordre.)

Cependant, la définition des moments par (III.1.4) n'est valable que si l'on connaît l'ensemble de la population, ce qui est rarement le cas. Aussi, est-il nécessaire d'estimer ces moments avec un échantillon réduit de la population totale. On parle alors de *moments estimés d'une population*, ou de moments sans biais.

Ceux-ci se calculent par :

$$\hat{\mu}_r = \frac{N}{N-1} \cdot \mu_r = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N n_i (x_i - \bar{x})^r \quad (\text{III.1.5})$$

La division par (N-1) a pour effet de corriger l'erreur systématique due au calcul des écarts par rapport à la moyenne *estimée* et non vraie de la population.

3.1.2.4 L'intervalle de variation ou étendue (range) :

$$w = x_{\max} - x_{\min} \quad (\text{III.1.6})$$

L'analyse de cette caractéristique doit être effectuée avec circonspection. En effet, ce coefficient peut nous donner une idée fautive de la dispersion, si par hasard les valeurs extrêmes sont douteuses. Par ailleurs, sa grandeur dépend de la taille de la population car plus le nombre d'observations est important plus forte est la probabilité d'obtenir des valeurs extraordinaires dans l'échantillon.

Afin de remédier à cet inconvénient, on définit volontiers en climatologie les *quantiles* ou *fractiles*. Il s'agit là de deux valeurs particulières de la variable observée telles que le pourcentage inférieur à la plus petite de ces deux valeurs soit égal au pourcentage des observations supérieures à la plus grande. Les quantiles les plus souvent calculés sont les quartiles, les quintiles, les déciles ou les perdeciles.

Ainsi, par exemple, parler du quartile inférieur Q_1 , c'est déterminer Q_1 de façon que le quart des observations comporte des valeurs inférieures à Q_1 . Le quartile supérieur Q_3 représente une valeur telle que le quart des observations soit supérieur à cette dernière grandeur.

L'*intervalle interquartile* ou *amplitude normale* $Q_3 - Q_1$ englobe alors le 50 % des observations.

3.1.2.5 Le coefficient de dispersion ou de variation :

$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \quad (\text{III.1.7})$$

avec σ = écart type de l'échantillon ;
 \bar{x} = moyenne de l'échantillon.

3.1.3.1 Les coefficients analysant la *symétrie* de la courbe des fréquences observées.

— le coefficient de Yulle :

$$S = \frac{(Q_3 - M) - (M - Q_1)}{(Q_3 - M) + (M - Q_1)} \quad (\text{III.1.8})$$

où Q_1 = quartile inférieur de la série observée ;
 Q_3 = quartile supérieur de la série observée ;
 M = médiane de la série observée ;

— le coefficient de Pearson :

$$S_1 = \frac{\bar{x} - M_0}{\sigma} \quad (\text{III.1.9})$$

avec \bar{x} = moyenne empirique de l'échantillon ;
 σ = écart type de l'échantillon ;
 M_0 = mode de l'échantillon ;
 S_1 varie entre -1 et +1 ;

lorsque $S_1 = 0$, la symétrie est parfaite ;

— le coefficient de Fischer :

$$C_s = \gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \sqrt{\beta_1} \quad (\text{III.1.10})$$

avec β_1 = coefficient de Pearson = $\frac{\mu_3^2}{\sigma^6}$

σ = écart type des observations ;
 μ_3 = moment centré du 3^e ordre calculé à partir des mesures.

Si : $\gamma_1 = 0$: la symétrie de la courbe de répartition des fréquences est parfaite ;

$\gamma_1 < 0$: la distribution observée s'étale vers les petites valeurs ;

$\gamma_1 > 0$: la distribution observée s'échelonne vers les valeurs plus grandes.

Le signe de γ_1 est celui que l'on obtient par la différence entre la moyenne et le mode ($\bar{x} - M_0$).

— Le coefficient Kelley :

$$C_1 = M - \frac{1}{2} (D_1 - D_9) \quad (\text{III.1.11})$$

où D_1 = premier décile de la série observée ;
 D_9 = neuvième décile de la série observée ;
 M = médiane de l'échantillon.

3.1.3.2 Les coefficients analysant l'*aplatissement* de la courbe des fréquences observées :

— le coefficient de Pearson :

$$C_a = \beta_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} \quad (\text{III.1.12})$$

avec σ = écart type de l'échantillon ;
 μ_4 = moment centré du quatrième ordre des valeurs observées ;

— le coefficient de Fischer :

$$\gamma_2 = \beta_2 - 3 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 \quad (\text{III.1.13})$$

Ces deux paramètres permettent d'analyser l'aplatissement du diagramme de répartition des fréquences par rapport à la courbe de distribution théorique de Gauss (courbe de distribution normale ou courbe mésocurtique).

Si :

$\gamma_2 = 0$: la distribution observée est aussi plate que la ($\beta_2 = 3$) distribution normale de même moyenne \bar{x} et de même variance σ^2 . $N(\bar{x} ; \sigma^2)$

$\gamma_2 > 0$: la distribution observée est plus pointue que la ($\beta_2 > 3$) $N(\bar{x} ; \sigma^2)$. On parle alors de courbe leptocurtique.

$\gamma_2 < 0$: la distribution observée est plus plate que la ($\beta_2 < 3$) $N(\bar{x} ; \sigma^2)$. La fonction obtenue est alors platicurtique.

— Le coefficient de Kelley :

$$C_2 = \frac{1}{2} \frac{Q_3 - Q_1}{D_9 - D_1} \quad (\text{III.1.14})$$

- où Q_1 = quartile inférieur de la série observée ;
- Q_3 = quartile supérieur de la série observée ;
- D_1 = premier décile de la série observée ;
- D_9 = neuvième décile de la série observée.

En résumé, si une courbe de fréquence observée correspond à une gaussienne, la représentation graphique des valeurs définies ci-dessus peut s'effectuer comme suit :

$$\text{Symétrie : } \begin{cases} \gamma_1 = 0 \\ S_1 = 0 \end{cases}$$

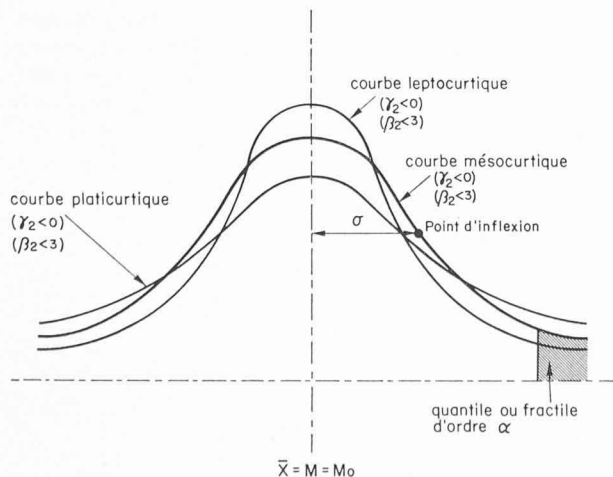


Figure 1

$$\text{Dissymétrie positive : } \begin{cases} \gamma_1 > 0 \\ (S_1 > 0) \end{cases}$$

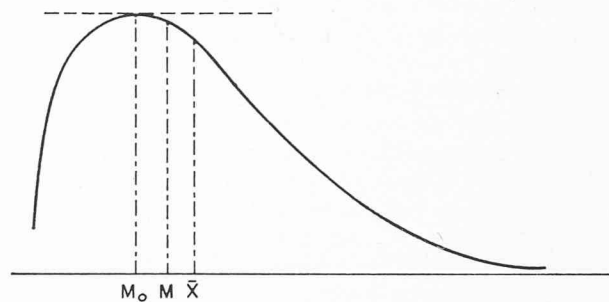


Figure 2

$$\text{Dissymétrie négative : } \begin{cases} \gamma_1 < 0 \\ (S_1 < 0) \end{cases}$$

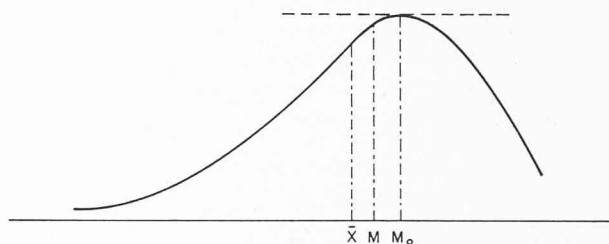


Figure 3

Dans la suite de notre étude, nous retiendrons comme coefficient de symétrie et d'aplatissement les coefficients de Fischer en raison d'une part de leurs importances, et d'autre part de leur commodité d'utilisation.

4. Distribution statistique des pluies ponctuelles

4.1 Hypothèse de base

Pour que la statistique décrive fidèlement la complexité d'un phénomène, il faudrait théoriquement analyser l'ensemble de sa population.

Toutefois, en climatologie, cette dernière n'est jamais connue, car les observations sont nécessairement limitées dans le temps. On assimile donc les mesures à un échantillon appartenant entièrement à une population fictive. Or, la théorie de l'échantillonnage implique une indépendance totale entre les individus qui constituent précisément l'échantillon. On suppose donc, a priori, que les observations effectuées sont indépendantes entre elles.

Cette manière de procéder conduit nécessairement à des hypothèses restrictives qui ne sont, hélas, pas toujours vérifiées. C'est pourquoi nous sommes contraints d'analyser séparément les divers types de corrélations rencontrés et de supputer l'influence qu'elles peuvent avoir sur le résultat. Ainsi donc, nous devons tenir compte :

— Des liaisons interannuelles

De nombreux chercheurs (Brückner, Shaw) ont essayé de déterminer les variations cycliques du module pluviométrique annuel en fonction des fluctuations de l'activité solaire. Les études entreprises sont très localisées et les observations réalisées dans certaines régions décèlent plusieurs zones dépourvues de synchronisme. Par ailleurs, la méthode de calcul actuellement utilisée pour définir les cycles et les périodes de récurrence peut entraîner des

conclusions erronées en introduisant des périodicités fictives (effets Stuski). Ainsi, et jusqu'à plus amples renseignements, nous admettrons l'indépendance des observations interannuelles entre elles.

— *Des variations saisonnières*

Selon le but que l'on se propose d'atteindre, l'analyse statistique peut prendre en considération des précipitations journalières ou des modules moyens annuels ou mensuels. Dans le premier cas, la méthode de calcul doit tenir compte de l'effet saisonnier sans quoi les résultats pourraient être entachés de grosses erreurs.

En effet, choisir la hauteur de précipitation d'un jour quelconque de l'année comme variable aléatoire, c'est admettre que les observations réalisées pendant l'année entière appartiennent toutes à la même population. Or, cette affirmation est manifestement fautive, surtout lorsqu'on essaie de constituer fictivement un échantillon vraisemblable pour une période donnée en considérant cette même population. Aussi, il est indispensable dans une telle étude de décomposer l'échantillonnage mois par mois ou saison par saison, si l'on veut prendre en considération toutes les nuances du phénomène à étudier.

— *De l'indépendance de la variable observée*

Nous avons vu précédemment que la théorie de l'échantillon est basée sur un critère d'indépendance entre les individus de la population. Or, en climatologie, cette indépendance est très discutable. En effet, nous ne pouvons pas affirmer, a priori, que la précipitation d'une durée quelconque n'a pas été influencée par divers phénomènes météorologiques antérieurs ou postérieurs à l'observation. En d'autres termes, il n'est guère possible dans notre cas d'appliquer un schéma analogue à celui de Bernoulli, utilisé en calcul de probabilité, où la composition de l'urne en boules blanches et en boules noires reste invariable; la boule extraite après chaque tirage étant remise dans l'urne.

En réalité, des liaisons de toutes sortes, dépendantes de l'évolution générale des conditions atmosphériques influencent directement les précipitations. Différentes études d'interactions ont été élaborées par plusieurs auteurs. S'agissant de la Suisse, l'Institut National de Météorologie recommande de prendre en considération, dans le calcul statistique, une période antérieure ou postérieure à la référence temporelle de base égale au tiers de cette dernière. Ainsi, par exemple, si l'analyse statistique est effectuée sur un intervalle de temps T_i (référence de base: un mois, une saison, une année), si T_{i-1} représente le même intervalle de temps précédent T_i et T_{i+1} , celui qui le suit immédiatement, on tiendra compte dans le calcul des valeurs correspondantes aux périodes: $(T_{i-1})/3 + T_i + (T_{i+1})/3$.

Fixons les idées en adoptant le mois d'avril comme référence de base. Les jours à considérer pour le calcul seront alors ceux d'avril naturellement plus les dix derniers jours de mars et les dix premiers jours de mai, et ceci pour chaque année d'observation.

Mathématiquement, ce principe revient à modifier un peu le schéma de Bernoulli. Polya a imaginé qu'après chaque tirage d'une boule, on remplace, dans l'urne, non seulement la boule tirée (blanche ou noire), mais encore en plus un certain nombre de fois μ de boules de la même couleur que cette dernière; soit au total $\mu + 1$ boules (remarquons que lorsque $\mu = 0$ on obtient le schéma de Bernoulli). Par ce biais, l'indépendance successive n'est plus réalisée; au contraire, le fait de réintroduire dans l'urne un nombre plus grand de boules d'une certaine cou-

leur augmente la probabilité pour le tirage suivant de retrouver une de ces boules. On simule en fait une sorte de « contagion », phénomène que l'on remarque très souvent en climatologie.

En résumé, nous admettons, dans la présente étude, les hypothèses suivantes :

- liaisons interannuelles nulles ;
- découpage de la statistique par intervalle de temps inférieur à l'année afin d'éviter l'effet saisonnier ;
- interactions des périodes antérieures ou postérieures à l'intervalle d'observation calculées selon la méthode préconisée par l'Institut National Suisse de Météorologie, à savoir :

$$(T_{i-1})/3 + T_i + (T_{i+1})/3 = T = \text{période de référence.}$$

4.2 *Distribution statistique des pluies journalières*

Avant d'entreprendre tout calcul, il convient, en premier lieu, de définir quantitativement la notion de pluie. Au niveau de l'observation, cette distinction n'est pas effectuée et la quantité d'eau mesurée peut aussi bien provenir d'une précipitation que d'une condensation locale et particulière ou d'une rosée.

La notion de pluie nulle est assez difficile à préciser et reste malgré tout très subjective. Dans certains pays, on ne prend en considération comme précipitation que les mesures correspondant à des hauteurs d'eau supérieures à 0,1 mm. En ce qui nous concerne, nous admettons, à l'instar de l'Institut National Suisse de Météorologie, un niveau de définition de 0,3 mm d'eau (ou 3 dl/m²). Ce seuil correspond à la hauteur d'eau maximale que l'on peut observer dans un pluviographe par le simple effet de la rosée, sans qu'il y ait pour autant une chute d'eau proprement dite.

Rappelons encore que les calculs qui suivent portent sur des observations journalières. On suppose donc que la totalité des mesures prises en considération appartiennent toutes à la même population. En conséquence, les hypothèses restrictives ci-dessus doivent être appliquées dans leur ensemble.

Nous allons en premier lieu déterminer le polygone de fréquence à partir des observations réalisées. Ce graphique se détermine comme suit :

Les données pluviométriques sont préalablement groupées par classes de largeur choisie Δ . La fréquence observée sera alors égale au rapport entre le nombre de précipitations dénombrées dans la classe n° i et le nombre total des jours de pluie.

Si : N = nombre total des jours de pluie ;
 n_k = nombre de précipitations x_i telles que :

$$\{ x_i \} \in \Delta_K ;$$

alors :

$$(IV.2.1) \quad f_K = \frac{n_K}{N} \cdot 100 \quad \text{fréquence observée de la classe } K \text{ en } \%$$

En représentant sur un graphique les fréquences ainsi calculées en ordonnée et les largeurs de classe Δ en

abscisse, on obtiendra alors le diagramme des fréquences observées.

L'allure générale de ce diagramme varie naturellement avec l'intervalle de classe choisi. Un Δ trop grand fausserait la ligne directrice de la courbe et atténuerait par trop les valeurs extrêmes tandis qu'une largeur de classe trop restreinte détaillerait exagérément le phénomène et lui enlèverait son caractère « d'ensemble ». Dans les deux cas, l'ajustement mathématique d'une courbe théorique quelconque sur ce polygone des fréquences se révélerait assez ardu. Sturges a établi une règle empirique définissant en fonction de l'effectif N des individus d'une série statistique, le nombre minimum de classes en lesquelles on peut grouper les observations sans trop perdre d'information. Cette relation peut s'exprimer par :

$$k = 1 + \frac{10}{3} \log_{10} N \quad (\text{IV.2.2})$$

où : N = nombre total des observations.

Le calcul de la largeur de la classe optimale Δ découle alors directement des formules (IV.2.2) et (III.1.6), à savoir :

$$\Delta = \left| \frac{w}{k} \right| \quad (\text{IV.2.3})$$

S'agissant de la répartition des fréquences des pluies journalières, nous avons tenté plusieurs essais pour diverses grandeurs de Δ (1,5 et 10 mm). Au vu des résultats obtenus, nous pouvons conclure que :

lorsque $\Delta = 10$ mm, la largeur choisie est trop grande ; le nombre nécessairement restreint de classes ne permet pas, à quelques rares exceptions près, le calcul du test d'ajustement d'une fonction théorique sur la distribution observée ;

lorsque $\Delta = 1$ mm, le nombre effectif de classes dépasse largement celui déterminé par la règle de Sturges ; la classification est par conséquent trop détaillée ; l'information supplémentaire que l'on retire reste très minime et nécessite un calcul laborieux ;

lorsque $\Delta = 5$ mm, soit pour les stations de plaine ou de montagne, la correspondance entre le nombre de classes déterminé par la formule de Sturges ou empiriquement se révèle concluante.

Aussi retiendrons-nous cette largeur de classe $\Delta = 5$ mm pour nos calculs ultérieurs.

4.3 Ajustement d'une fonction théorique sur le polygone des fréquences observées

La deuxième étape de calcul consiste à remplacer l'histogramme observé par une fonction continue mathématiquement définie. Les avantages de cette méthode sont évidents :

- une seule courbe théorique permet la description générale d'un phénomène d'allure complexe ;
- la recherche d'une valeur spécifique correspondant à une fréquence donnée se simplifie singulièrement ;
- le modèle mathématique permet une extrapolation dans le temps ;

- la substitution du polygone des fréquences observées par une fonction d'équation connue permet la simulation du phénomène et peut présenter un intérêt certain dans la prévision météorologique.

Toutefois, il faut considérer ce dernier point avec circonspection ; les conditions d'ajustement doivent être, dans ce cas, clairement définies et la représentativité de l'échantillon appartenant à la même population doit faire l'objet d'une étude approfondie. De toute évidence, pour que l'ajustement ait sa raison d'être, il faut que les observations portent sur une période assez longue : la durée minimale considérée dans cette étude est de 30 ans.

4.3.1 Critères et lois d'ajustement

Une distribution statistique à un seul caractère définit, de manière générale, la correspondance existant entre les modalités d'un aspect qualitatif (variable) et les fréquences des phénomènes qui leur correspondent. On établit donc une relation pour chaque individu d'une population ou d'un échantillon représentatif, liant respectivement la valeur numérique de celui-ci à sa fréquence d'apparition. Il convient de distinguer ce type de distribution et les distributions théoriques ou « loi de probabilité » pouvant être utilisées pour représenter analytiquement le phénomène observé.

S'agissant de l'ajustement numérique d'une courbe théorique sur l'histogramme des fréquences observées, l'asymétrie de la distribution statistique dirige notre choix dans la « bibliothèque » des fonctions mathématiques à prendre en considération. C'est la raison pour laquelle nous avons tenté cet ajustement avec :

Distributions continues	}	la distribution de K. Pearson, type III
		» gamma incomplète
		» négative exponentielle
		» normale
		» log-normale (loi de Gibrat ou de Galton-Alister)
		» de « renouvellement » (loi des fuites)
Distributions discrètes	}	» Gumbel
		la distribution de Poisson
		» binomiale (ou de Bernoulli)

La liste de ces distributions statistiques théoriques ne saurait être exhaustive. Cependant, le programme de calcul établi permet d'introduire sans difficulté d'autres fonctions si les conditions climatologiques l'exigent. On trouvera en annexe un rappel de la formulation mathématique de chacune de ces distributions.

4.4 Contrôle et test d'ajustement

Le choix de ces lois statistiques théoriques étant effectué, il convient ensuite de tenter l'ajustement mathématique de ces différentes courbes sur le polygone des fréquences observées. Cette étape de calcul nécessite naturellement un contrôle afin de déterminer la fonction offrant le maximum de fidélité dans la représentation du phénomène observé.

En fait, il s'agit d'analyser la validité de l'hypothèse suivante : « La distribution théorique choisie représente-t-elle de manière suffisante le phénomène observé ? »

En ce qui nous concerne, on examinera si, de manière générale, la distribution statistique correspond à peu près

à une fonction mathématique choisie préalablement sans analyser séparément les différents paramètres qui la définissent. On parle alors d'une *hypothèse non paramétrique*.

Plusieurs tests d'hypothèses peuvent être pris en considération. Nous avons retenu celui de Pearson ; test basé sur la distribution de la variable aléatoire X^2 . Il peut se présenter dans la forme suivante :

Soit une série d'observations réparties entre différentes classes : C_1, C_2, \dots, C_K et O_1, O_2, \dots, O_K le nombre d'individus par classe.

Soit A_1, A_2, \dots, A_K , les effectifs théoriques pour la distribution ajustée. Alors, la quantité :

$$p = \sum_{i=1}^K \frac{O_i - A_i}{A_i} \quad (\text{IV.2.4})$$

est distribuée approximativement comme la variable aléatoire X^2 avec un nombre de degrés de liberté égal à :

$$v = k - 1 - \lambda \quad (\text{IV.2.5})$$

où k = nombre maximal de classes ;

λ = nombre de paramètres nécessaires à l'ajustement de la courbe théorique.

Rappelons brièvement la fonction de fréquence de la variable aléatoire X^2 :

$$K_n(X^2) dX^2 = \frac{1}{(2)^{n/2} \cdot \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \cdot e^{-\frac{1}{2}(X^2)} \cdot X^{v/2-1} dX^2 \quad (\text{IV.2.6})$$

avec v = nombre de degrés de liberté ;

$\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)$ = fonction gamma de paramètre $\frac{v}{2}$
(cf. annexe 1)

Toutefois, lorsque les fréquences correspondantes à une ou plusieurs classes sont très petites (événement rare), l'hypothèse admise que la distribution de la variable P suit une loi de X^2 n'est plus valable. Aussi, est-il nécessaire pour ces fréquences infimes de grouper plusieurs classes aux effectifs restreints afin d'étudier la qualité de l'ajustement entre les distributions théoriques et expérimentales.

Par ailleurs, pour ces échantillons de taille donnée, le nombre de degrés de liberté est naturellement inférieur au nombre de classes k . Cependant, si la largeur des classes A est grande (donc k petit) et si un regroupement de classe s'avère nécessaire pour le calcul du test de X^2 , la valeur de v peut être nulle, voire négative. Il va sans dire que, dans ce cas, le calcul du test ne peut être réalisé. Nous remarquons par ce biais une influence directe du choix de la largeur de classe A d'une série d'observations sur l'ajustement d'une fonction de régression.

4.5 Résultats obtenus

Les calculs d'ajustement des fonctions de fréquence théorique sur l'histogramme des observations ont été conduits pour plusieurs stations, situées soit en plaine,

soit en zone de montagne. Les résultats obtenus permettent de préciser la nature des équations théoriques et de justifier ce choix. Plusieurs remarques peuvent être dégagées de ces résultats :

— Le nombre d'années nécessaires à l'analyse statistique d'une série d'observations pluviométriques est au minimum de 30 ans. Une série plus courte conduirait vraisemblablement à des résultats erronés. Remarquons cependant que la précision des paramètres estimés à partir d'observations réalisées augmente en fonction du nombre de valeurs prises en considération (donc du nombre d'années).

— Lorsque la variable aléatoire correspond à une hauteur pluviométrique *journalière* quelconque, la période à prendre en considération pour le calcul doit être inférieure à l'année. On évite par ce moyen l'influence de l'effet saisonnier sur l'ajustement mathématique de la fonction de fréquence.

— Le calcul du diagramme des fréquences observées (histogramme) doit être entrepris avec une largeur de classe A de 5 mm. Un A trop grand rendrait très problématique le test de l'ajustement d'une fonction théorique sur la distribution statistique. Une largeur de classe inférieure à cette borne de 5 mm développerait inutilement le calcul sans améliorer notablement les résultats.

— Parmi les différentes fonctions de distribution théorique choisies, les lois de K. Pearson (Pearson III et γ incomplète) et la distribution négative exponentielle décrivent au mieux l'allure générale de la répartition des fréquences observées pour les stations étudiées. Aussi, nous retiendrons ces deux types de distributions théoriques pour déterminer la précipitation maximale probable de temps de retour connu.

— Le degré de l'ajustement d'une courbe théorique testant la fidélité du modèle varie selon la période d'observation et la situation géographique de la station considérée.

— Le contrôle de la qualité de cet ajustement est réalisé par le test du X^2 de Pearson. La probabilité de confiance obtenue n'est certes pas toujours très élevée. Ceci provient surtout du fait que le test du X^2 tient peu compte des valeurs observées correspondant à de faibles fréquences en raison de la réunion des classes (cf. 4.4).

— L'analyse des coefficients de Fischer laisse entrevoir :

— une certaine *asymétrie* du diagramme de fréquence ($\gamma_1 > 0$) et un étalement de la distribution statistique observée vers les grandes valeurs de la variable aléatoire ;

— un *aplatissement* négatif sensible ($\gamma_2 > 0$), courbe leptocurtique) par rapport à la gaussienne de même moyenne et de même écart type.

La mise en équation de l'histogramme observé facilite considérablement le calcul d'un paramètre de la fonction lorsque les autres sont connus. Ainsi, le calcul de la précipitation maximale probable correspondant à une certaine période de retour se détermine de la façon suivante :

— connaissant la moyenne \bar{x} et les moments d'ordre 2 et 3 de la série statistique, on évalue numériquement les paramètres correspondant aux lois de distribution retenues (Pearson, gamma, et négative exponentielle) ;

— on calcule ensuite la fréquence au dépassement pour une période de retour choisie.

Si X = temps de retour en année, la fréquence F sera alors égale à :

$$F(X) = 1 - \frac{1}{X} \quad (\text{IV.2.7})$$

Cependant, il y a lieu de tenir compte

d'une part, que le nombre de valeurs considéré (NV) est plus grand que le nombre d'années (NA)

$$\Rightarrow F^* = F \frac{NV}{NA} \quad (\text{IV.2.8})$$

et d'autre part, que les mesures sont tronquées vers le bas.

$$\Rightarrow F^* = e^{(\Phi-1)} \quad (\text{IV.2.9})$$

(Φ = la fréquence vraie).

On tire alors, de (IV.2.7), (IV.2.8), (IV.2.9), la valeur de Φ par :

$$\Phi = 1 - \frac{NA}{NV} \cdot \ln \left(\frac{X}{X-1} \right) \quad (\text{IV.2.10})$$

— on détermine enfin la grandeur de la variable correspondant à la fréquence $F(X)$ à l'aide des équations mathématiques des distributions retenues.

Cette dernière étape nécessite un calcul par itération. En effet, nous devons déterminer la borne supérieure de l'intégrale de la fonction de fréquence puisque l'on connaît à la fois l'équation de la courbe et la valeur numérique de cette intégrale.

Développons ce calcul pour la distribution gamma. La fonction de fréquence de cette loi est donnée par (cf. annexe A 1) :

$$f(x) = \frac{\lambda^p}{\Gamma(p)} \cdot e^{-\lambda x} \cdot x^{p-1} dx$$

Sa fonction de distribution s'écrit alors :

$$F(X) = \frac{\lambda^p}{\Gamma(p)} \int_0^X e^{-\lambda \tau} \tau^{p-1} d\tau \quad (\text{IV.2.11})$$

Par (IV.2.10), $P = F(X)$ est entièrement connu. Il faut alors déterminer X de façon que la valeur de l'intégrale (IV.2.11) soit égale à P .

Plusieurs méthodes de résolution numérique peuvent être prises en considération.

L'ensemble des calculs étant effectué par un ordinateur, nous avons adopté une méthode itérative, rapidement convergente pour la détermination de cette borne. L'organigramme suivant en explique la marche à suivre :

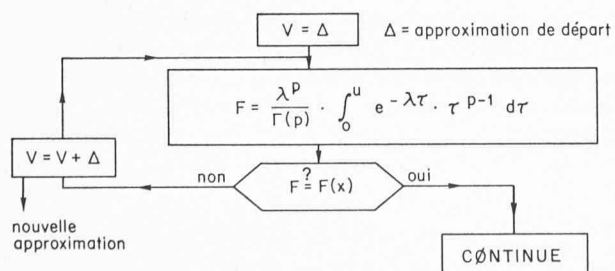


Figure 4

La valeur numérique de F étant très voisine de 1, nous avons été contraint de transformer quelque peu l'équation (IV.2.11), ceci afin de pouvoir aisément calculer des valeurs de la courbe $F(X)$ dans sa partie asymptotique. L'annexe 2 développe les calculs relatifs à la distribution de Pearson III et gamma.

Afin de contrôler l'exactitude de nos conclusions précédentes, à savoir que seules les lois de Pearson (gamma) et la fonction négative exponentielle représentent valablement la distribution statistique observée, nous avons calculé, pour les différentes périodes de retour, les précipitations probables correspondantes. Par la suite, nous avons vérifié ces résultats en les comparant avec les observations réalisées à la station de Lausanne (33 ans) et de Genève (64 ans).

L'analyse des résultats obtenus montre une supériorité évidente de la fonction de distribution de Pearson (gamma) par rapport à la loi négative exponentielle dans la représentativité du phénomène étudié.

Aussi, retiendrons-nous ce type de distribution dans la suite de nos calculs, notamment pour déterminer la pluie maximale probable de période de retour choisie. Relevons encore que l'ajustement des paramètres de cette loi est immédiat et ne dépend que de la moyenne, de l'écart type (distribution gamma) et du moment de troisième ordre (distribution Pearson III) de la série de mesures (cf. annexe A 1).

5. Répartition spatiale de la pluviométrie

5.1 Homogénéisation des observations

Les caractéristiques météorologiques d'une région peuvent être déterminées à partir des observations climatologiques de plusieurs stations de référence environnantes. Cependant, avant d'analyser ces différentes séries d'observations, il convient de s'assurer d'une certaine unité dans les séries statistiques enregistrées. En d'autres termes, il est nécessaire de définir quelques critères de comparaison au niveau des mesures et de corriger, s'il y a lieu, certaines d'entre elles, afin de rendre possible une extrapolation spatiale. On réalise ainsi une homogénéisation des observations.

Cette correction est souvent nécessaire si l'on considère de longues séries de mesures. Il est en effet assez rare de trouver dans une région déterminée plusieurs stations de base où les observations ont été entreprises sur la même période.

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour tester l'homogénéité d'une série statistique. En météorologie, on emploie fréquemment la méthode des différences pour la température et la pression ou encore celle des quotients pour les précipitations et l'insolation. On emploie également un procédé graphique, donnant immédiatement un résultat provisoire quant à l'homogénéité entre deux stations (méthode des doubles cumulés, écarts cumulés, moyenne mobile, corrélation, etc.). Enfin, une série de tests basés sur certains paramètres statistiques permet de déterminer directement les correspondances effectives entre deux populations observées (test d'Helmert, d'Abbe, de Wilks, de Wilcoxon, de Conrad, etc.). Nous ne les développerons pas dans cette étude en raison de leur diversité et nous renvoyons le lecteur intéressé aux ouvrages spécialisés cités en annexe bibliographique.

La statistique descriptive nous permet également d'analyser la dépendance existant entre deux séries chronolo-

giques. Introduite par Fischer, cette méthode est basée sur l'étude de la dispersion, par le biais des variances, des distributions calculées. Toutefois, son emploi est conditionné par une hypothèse importante qui n'est malheureusement pas toujours vérifiée en pratique, à savoir :

— les séries d'observations doivent être normalement distribuées.

Pour la pluviométrie, nous avons vu que cette hypothèse est très restrictive, étant donné que seuls les modules annuels ou mensuels obéissent à peu près à ce type de distribution. Ainsi, nous n'appliquerons pas cette méthode dans cette étude et nous la réserverons pour analyser d'autres paramètres climatologiques tels que température, humidité, etc.

S'agissant de la longueur de la période d'observation, l'homogénéisation entre stations peut se réaliser par plusieurs procédés, tous basés sur les corrélations calculées entre les différentes stations. Cependant, avant d'entreprendre un tel calcul, il convient de s'assurer de son utilité, car il ne s'avère pas toujours indispensable suivant le but recherché.

En ce qui nous concerne, nous aimerions déterminer la pluie maximale probable de fréquence de retour connue ; grandeur fonction de la précipitation journalière observée sur un certain nombre d'années. La durée des observations effectuées doit être supérieure à un minimum acceptable (<20 ans), sans quoi le peu d'information résultante fausserait par trop les résultats. Aussi, dans ce cas précis, il est inutile de corriger les séries observées pour homogénéiser la période de mesures.

En effet, le calcul de cette précipitation remarquable n'est fonction que de la moyenne et des moments du second et du troisième ordre de la série statistique et de la loi de distribution retenue. Or, ces trois paramètres estimés initialement à partir d'un certain nombre d'individus constituant l'échantillon varient faiblement pour une augmentation sensible de ce dernier. Ainsi donc, il suffit de ne prendre en considération que les stations où la longueur de la période d'observation correspond à un minimum fixé, en excluant d'emblée toutes les stations n'obéissant pas à ce critère. Rappelons également que la précision des paramètres estimés augmente en fonction du nombre d'années prises en considération.

En revanche, si l'on désire obtenir un réseau de courbes isohyètes dans une certaine région, il est alors souhaitable d'utiliser au maximum toutes les informations disponibles. Dans ce cas, l'homogénéisation entre stations s'avère nécessaire, voire indispensable.

5.2 Répartition spatiale

Nous n'avons considéré dans nos calculs précédents que des précipitations ponctuelles. Cependant, lors d'une étude de dimensionnement d'un ouvrage, l'ingénieur-projeteur doit connaître la répartition *moyenne* de cette pluviométrie sur une surface S donnée.

Cette pluviosité moyenne peut se calculer à partir de la relation :

$$\bar{p} = \frac{1}{S} \cdot \iint_S p \cdot dx \cdot dy \quad (\text{V.2.1})$$

où p = hauteur pluviométrique ponctuelle sur dx
 \bar{p} = hauteur pluviométrique moyenne sur S .

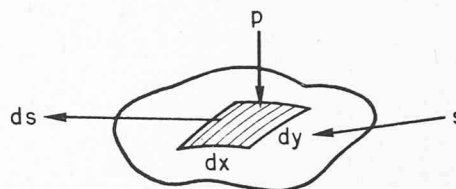


Figure 5

Pratiquement, le calcul de cette double intégrale peut s'approximer par plusieurs méthodes tenant compte du nombre d'appareils de mesures et de leur répartition géographique sur la surface étudiée.

La détermination de \bar{p} peut s'effectuer par exemple soit par :

- une double intégration du réseau d'isohyètes de la surface considérée par planimétrie ;
- en moyennant les hauteurs pluviométriques mesurées ; dans ce cas, la répartition des appareils doit être la plus uniforme possible ;
- en moyennant pondéralement les précipitations, si la répartition des pluviomètres n'est pas homogène ; le coefficient de poids dépend alors directement des surfaces de Thiessen ou encore du relief, de l'allure de l'averse, etc.

Enfin, d'autres méthodes peuvent être encore utilisées pour définir la pluviosité moyenne d'un bassin. Aux USA, plusieurs bureaux appliquent la théorie basée sur la relation surface/hauteur de fréquence ; théorie élaborée à partir de celle des « stations-années ». Les résultats obtenus par cette méthode ne concordent pas toujours.

En France, la méthodologie diffère encore. Celle-ci est basée sur la recherche de la pluie moyenne sur une surface donnée de même probabilité que celle tombée en un point arbitraire appartenant à cette surface. On définit ainsi un coefficient d'abattement :

$$K = \frac{P_m}{P}$$

égal au rapport entre la pluie moyenne sur une surface donnée et la pluie ponctuelle de même fréquence. En considérant K et P comme deux variables aléatoires distribuées selon certaines lois de probabilité, la valeur de P_m sera égale au produit de deux variables aléatoires. Le couple (K, P) est distribué selon une certaine loi, dépendante des lois marginales de K et P et de la nature du degré de liaison entre ces deux paramètres. Cette méthode suppose que la distribution statistique de K et de P soit indépendante du lieu.

Toutes ces techniques de calcul présentent des avantages et des inconvénients. La précision obtenue sur les résultats est quelquefois sujette à discussion. C'est pourquoi nous ne nous attarderons pas sur ce chapitre et nous y reviendrons plus loin, en développant une autre méthode de calcul à la fois plus simple et plus efficace.

5.3 Variation en fonction de l'altitude

Dans nos calculs précédents, nous n'avons jamais tenu compte, de manière explicite, de l'altitude de la station

d'observation. Ce paramètre n'est certes pas négligeable et influence directement les facteurs climatologiques, a fortiori pluviométriques.

Plusieurs auteurs ont tenté d'établir diverses formules liant fonctionnellement la hauteur pluviométrique à l'altitude. Il s'agit en général de relations empiriques, établies à partir d'observations locales. C'est la raison pour laquelle il faut être très circonspect dans l'emploi de ces formules ; les paramètres observés étant souvent liés à la géographie, donc peu sujets à une extrapolation valable. Il convient alors, dans la mesure du possible, de vérifier ces relations théoriques notamment en réajustant les coefficients pour la zone étudiée.

Les mesures entreprises décèlent une augmentation de la pluviosité en fonction de l'altitude jusqu'à un certain optimum appelé *optimum pluvial*. Benevent a montré par exemple que cet optimum se situait aux environs de :

- 2000 m dans les Préalpes,
- 2500 m dans les massifs centraux alpins,
- 2500-3000 m dans les hautes régions alpestres.

Par ailleurs, Serra a montré que lorsque les stations pluviométriques sont soumises simultanément à l'influence des mêmes fronts pluvieux, les précipitations croissent *linéairement* avec l'altitude. Le gradient trouvé en France est de 55 m par 100 m de dénivelé. Primault a obtenu des résultats similaires en Suisse, notamment dans la région du Jura vaudois. Les droites calculées sont présentées en annexe 4. Remarquons que le modèle proposé permettra de vérifier cette linéarité en choisissant judicieusement les stations à étudier.

6. Triangulation spatiale « climatologique »

6.1 Principe de calcul

6.1.1 Méthodologie

En consultant une carte géographique à petite échelle, on recense les stations météorologiques où les observations de divers facteurs climatologiques s'effectuent régulièrement depuis une certaine durée. Après avoir signalé ces stations de base sur une carte ad hoc, on réunit graphiquement ces points par des droites. On forme ainsi une chaîne de triangles élémentaires.

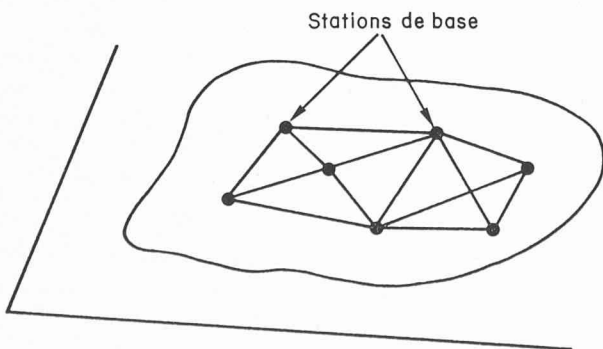


Figure 6

Au droit de chaque station de base, on calcule :

- les différents paramètres statistiques pour chaque série d'observations ;

- le polygone des fréquences observées ;
- l'ajustement sur ce polygone d'une distribution statistique théorique ;
- les paramètres d'ajustement qui correspondent à la distribution théorique retenue.

On localise par la suite la région à étudier à l'intérieur d'un triangle formé par trois stations de base ayant le même type de distribution statistique. On interpole linéairement à l'intérieur de ce triangle les paramètres d'ajustement de cette fonction mathématique. Fort de ces nouveaux coefficients, on calcule enfin, à l'aide de la distribution théorique retenue, la hauteur pluviométrique de fréquence au dépassement choisi correspondant à une période de retour donnée.

6.1.2 Hypothèses

La méthode proposée nécessite cependant les hypothèses suivantes :

- La série de mesures pour chaque station de base est homogène. Par ailleurs, la période d'observations doit être supérieure à un minimum d'années (> 20 ans).
- A l'intérieur d'un triangle choisi, on suppose l'isotropisme de la pluie, c'est-à-dire un type de répartition statistique identique en chaque point du terrain. Seuls les coefficients de cette distribution statistique varient linéairement en fonction de la position plane du point considéré. Cette hypothèse est d'autant plus vérifiée que la surface du triangle est petite.
- La variation d'un paramètre climatologique, tel que la pluviométrie ou la température en fonction de l'altitude n'est pas explicite. On en tient compte implicitement dans le calcul lors de l'interpolation linéaire des divers coefficients d'ajustement.

La première hypothèse est très facilement vérifiable par un calcul préalable. Quant à la troisième, la méthode proposée ne fait pas intervenir explicitement l'altitude de la station calculée ; les paramètres des stations de base étant nécessairement fonction de la cote géographique du lieu d'observation.

6.1.3 Aperçu théorique

Soit : S_i ; S_j ; S_k les stations de base de coordonnées planes $(x_i ; y_i)$; $(x_j ; y_j)$; $(x_k ; y_k)$ délimitant le triangle i, j, k à l'intérieur duquel nous voulons calculer en un point P de coordonnées planes x, y la hauteur pluviométrique probable P correspondant à une fréquence au dépassement F .

A chaque station de base S , les calculs effectués à partir des observations réalisées ont montré que le type de distribution théorique ajustée sur l'histogramme des fréquences comportait 2 à 3 paramètres ($m ; \sigma ; \mu_3$). Nous avons ainsi les correspondances :

$$\begin{aligned} S_i (x_i ; y_i) &\longrightarrow m_i ; \sigma_i ; \mu_{3_i} \quad \text{ou : } z_{i,n} \\ S_j (x_j ; y_j) &\longrightarrow m_j ; \sigma_j ; \mu_{3_j} \quad \text{ou : } z_{j,n} \\ S_k (x_k ; y_k) &\longrightarrow m_k ; \sigma_k ; \mu_{3_k} \quad \text{ou : } z_{k,n} \end{aligned}$$

$n = 1, 2, 3$

Il faut alors calculer en un point $P(x, y)$ les grandeurs m_p , σ_p et μ_{3_p} par interpolation linéaire à partir des paramètres liés aux trois stations de base S_n ($n = 1, 3$).

En chaque point S_n ($n = 1, 3$) de coordonnées $x_n; y_n$ on reporte sur un axe OZ perpendiculaire au plan OXY la grandeur z_n du paramètre calculé en S_n . Nous trouvons ainsi trois nouveaux sommets S'_n ($n = 1, 3$) formant un plan π' :

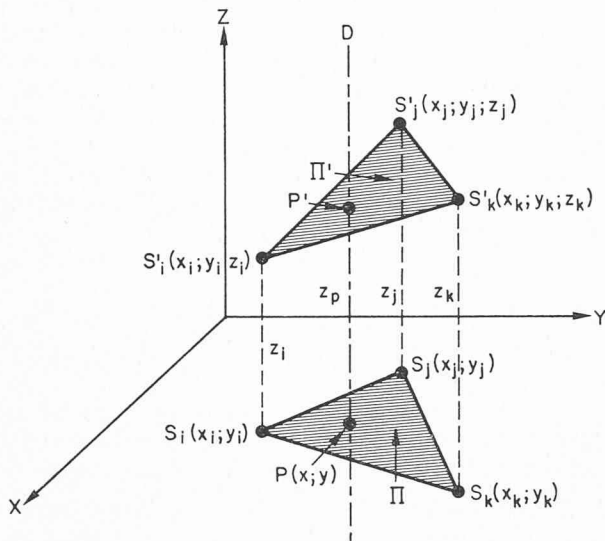


Figure 7

On cherche ensuite dans cet espace tridimensionnel l'équation du plan π' passant par les trois points $S'_i; S'_j; S'_k$. Enfin, il reste à calculer l'intersection de la droite D passant par le point P et parallèle à l'axe OZ avec ce plan π' . La cote ainsi obtenue z_p (distance entre les plans π et π' en P) correspond à la valeur du paramètre interpolé.

Les calculs se présentent de la manière suivante :

— pour l'estimation de m_p :

à $S_i(x_i; y_i)$ il correspond la valeur m_i
 $S_j(x_j; y_j)$ » » m_j
 $S_k(x_k; y_k)$ » » m_k

L'équation du plan passant par les points S'_i, S'_j, S'_k de coordonnées : $(x_i; y_i; z_i = m_i); (x_j; y_j; z_j = m_j); (x_k; y_k; z_k = m_k)$ s'écrit alors :

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_i & y_i & z_i & 1 \\ x_j & y_j & z_j & 1 \\ x_k & y_k & z_k & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{VI.1.1})$$

Le calcul de ce déterminant, la réduction des termes effectuée, nous amène à l'équation du plan cherché, équation de la forme :

$$\boxed{ax + by + cz + d = 0} \quad (\text{VI.1.2})$$

où a, b, c, d correspondent aux mineurs des termes de la première ligne du déterminant, à savoir :

$$a = \begin{vmatrix} y_i & z_i & 1 \\ y_j & z_j & 1 \\ y_k & z_k & 1 \end{vmatrix} \quad b = - \begin{vmatrix} x_i & z_i & 1 \\ x_j & z_j & 1 \\ x_k & z_k & 1 \end{vmatrix}$$

$$c = \begin{vmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{vmatrix} \quad d = - \begin{vmatrix} x_i & y_i & z_i \\ x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \end{vmatrix}$$

En explicitant (IV.2.2) par rapport à z , on obtient :

$$\boxed{z = -\frac{1}{c} \{ ax + by + d \}} \quad (\text{VI.1.3})$$

Il suffit alors de remplacer les valeurs x et y par celles de x_p et y_p dans (IV.2.3) pour calculer z_p . On réalise ainsi l'intersection du plan π' et de la droite D . La valeur z_p obtenue par :

$$\boxed{z_p = -\frac{1}{c} \{ a x_p + b y_p + d \}} \quad (\text{VI.1.4})$$

correspond alors à la cote du point P , c'est-à-dire à la valeur du paramètre interpolé à partir des m_i, m_j et m_k .

Le calcul de σ_p et μ_{3p} est analogue à celui de m_p , à condition toutefois de faire correspondre aux z_i , respectivement les σ_i et les μ_{3i} des stations de base choisies.

Les valeurs des paramètres m_p, σ_p et μ_{3p} étant définies, il ne nous reste plus qu'à déterminer à partir de ces grandeurs la hauteur pluviométrique probable P correspondant à une fréquence au dépassement F (cf. chap. 4, § 4.5).

6.1.4 Remarques

Cette méthode paraît à première vue longue et compliquée. Toutefois, si l'on rationalise le calcul, celui-ci se simplifie singulièrement. En premier lieu, il convient de déterminer les caractéristiques statistiques d'une série de mesures, le polygone des fréquences observées (histogramme) et l'ajustement d'une distribution théorique de fréquence sur ce polygone.

Cette suite d'opérations ne peut se réaliser qu'à l'aide d'un ordinateur de moyenne à grande capacité, car les séries statistiques constituent un fichier énorme de mesures, surtout lorsque la période d'observation est de longue durée (≥ 60 ans).

Ces différentes grandeurs étant déterminées une seule fois, il ne reste plus qu'à interpoler, sur le triangle choisi, les paramètres désirés. Le calcul d'un déterminant du quatrième ordre peut très bien s'effectuer manuellement ou automatiquement à l'aide d'une machine de table.

Enfin, la dernière étape nous amène au calcul de la borne supérieure d'une intégrale définie correspondant à une fonction de fréquence donnée. Là encore, ce calcul peut se réaliser soit à la main par tâtonnement avec une table, soit à l'aide d'un petit calculateur (type Hewlett-Packard, Olivetti, Wang, etc.).

En résumé, si l'on connaît la valeur numérique des paramètres statistiques inhérents à chaque poste d'observation, le calcul de la précipitation maximale probable nécessite deux types d'opérations arithmétiques :

- le calcul d'un déterminant d'ordre 2, 3 ou 4 ;
- la recherche d'une borne d'intégrale.

Remarquons encore que, pour respecter l'hypothèse d'homogénéité ou d'isotropisme, il n'est pas toujours possible de délimiter la zone étudiée dans un triangle de base. Cependant, la méthode de calcul proposée s'adapte très bien à d'autres types de polygones qui peuvent dégénérer en une droite ou en un point.

6.2 Sensibilité du modèle

La méthode que nous venons de décrire doit être nécessairement contrôlée et vérifiée. En premier lieu, nous devons nous assurer que le calcul de cette précipitation remarquable soit correctement effectué.

Il suffit, à l'intérieur d'un triangle délimité par trois points de base, de déterminer la valeur effective d'un paramètre pour une des trois stations de base, considérée cette fois-ci comme inconnue. Ceci revient à poser :

$$P(x; y) = S_i(x_i; y_i) \quad (\text{VI.2.1})$$

La valeur du paramètre $z_p = z_i$ ainsi déterminée doit alors correspondre, aux erreurs d'arrondi près, au paramètre calculé à partir des observations.

Il est nécessaire, par la suite, de connaître la fiabilité du modèle, c'est-à-dire la confiance qu'on peut lui accorder quant aux résultats. On parle alors de sensibilité du modèle, variant naturellement en fonction de l'éloignement des sommets du triangle et des conditions topographiques de la zone considérée (donc en fonction de l'isotropisme supposé).

Le contrôle de cette sensibilité est simple. Il suffit de considérer, à l'intérieur d'un triangle choisi, une station de base où des observations de longue durée ont été conduites, comme point inconnu. On détermine ainsi, par le calcul et pour cette station, la hauteur de la précipitation maximale à craindre correspondant à une période de récurrence donnée. Nous serons donc en possession de deux valeurs de cette précipitation exceptionnelle, l'une déterminée par le modèle théorique, l'autre observée et contrôlée sur le terrain. L'analyse des écarts entre ces deux grandeurs permettra justement d'accepter ou de rejeter les stations prises en considération dans le modèle et d'établir un réseau de triangulation optimale pour l'estimation de ce paramètre.

Il convient enfin de préciser l'écart toléré entre la valeur de cette précipitation ainsi calculée et sa valeur réelle. Nous devons donc déterminer l'intervalle de confiance Δ de cette grandeur.

En supposant la loi théorique de répartition des fréquences connue, la vraie valeur $x(T)$ correspondant à un temps de retour T se calcule par :

$$x(T) = \bar{x}^* + S \cdot \Phi(T) \quad (\text{VI.2.2})$$

où : \bar{x}^* = moyenne vraie de la loi théorique retenue ;
 S = écart type vrai de la loi théorique retenue = $\sqrt{\mu_2^*}$;
 $\Phi(T)$ = facteur de fréquence de la distribution considérée ;
 T = temps de retour choisi en année.

Nous devons alors calculer l'écart type $\hat{\sigma}$ de cette vraie valeur $x(T)$. En considérant les lois « gamma » et Pearson III, le facteur $\Phi(T)$ s'exprime par :

$$\Phi(T) = \frac{u(T) - \bar{u}}{\sigma_u} \quad (\text{VI.2.3})$$

avec : $u(T)$ = variable réduite de la distribution considérée ;

\bar{u} = moyenne de la variable réduite ;

σ_u = écart type de la variable réduite.

Ainsi, pour la loi « gamma », on obtient (cf. annexes A 1 et A 2) :

$$\left. \begin{aligned} u(T) &= \frac{x-x_0}{\rho} \\ \bar{u} = \lambda &= \frac{1}{c_v^2} = \frac{\bar{x}^2}{\sigma^2} \\ \sigma_u &= \sqrt{\lambda} = \frac{1}{c_v} = \frac{\bar{x}}{\sigma} \end{aligned} \right\} \text{(VI.2.4)} \quad \begin{aligned} \text{où : } & \left\{ \begin{aligned} x_0 &= \text{paramètre de position} \\ & \text{(} x_0 \text{ peut être nul)} \\ \rho &= \frac{\sigma^2}{\bar{x}} = \sigma \cdot C_v \\ C_v &= \text{coefficient de variation} \\ & \text{(cf. III.1.7)} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Pour la loi de Pearson III (cf. annexes A 1 et A 2) :

$$\left. \begin{aligned} u(T) &= \frac{x-M_0}{a} \\ \bar{u} &= \frac{1}{p-1} = \frac{C_s^2}{4-C_s^2} \\ \sigma_u &= \frac{2 C_s}{4-C_s^2} \end{aligned} \right\} \text{(VI.2.5)} \quad \begin{aligned} \text{où : } & \left\{ \begin{aligned} M_0 &= \text{mode de l'échantillon} \\ C_s &= \text{coefficient de symétrie} \\ & \text{(cf. III.1.10)} \\ a &= \frac{4-C_s^2}{2 C_s} \cdot \sigma \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Les facteurs de fréquences pour ces deux lois s'écrivent alors :

— pour la loi « gamma » :

$$\Phi(T) = u(T) \cdot C_v - \frac{1}{C_v} \quad (\text{VI.2.6})$$

— pour la loi de Pearson III :

$$\Phi(T) = \frac{4-C_s^2}{2 C_s} \cdot u(T) - \frac{C_s}{2} \quad (\text{VI.2.7})$$

Ainsi, la valeur $x(T)$ calculée pour ces deux lois s'exprime par :

$$x(T) = \bar{x}^* + S \cdot \Phi(T, C_s) \quad (\text{VI.2.8})$$

L'écart type $\hat{\sigma}_{x(T)}$ de $x(T)$ se détermine alors en calculant l'expression :

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_H^2 &= \sigma_{\bar{x}^*}^2 \left(\frac{\partial H}{\partial \bar{x}^*} \right)^2 + \sigma_{\mu_2}^2 \left(\frac{\partial H}{\partial \mu_2} \right)^2 + \sigma_{\mu_3}^2 \left(\frac{\partial H}{\partial \mu_3} \right)^2 + \\ &+ 2 \mu_{11}(\bar{x}^*; \mu_2) \frac{\partial H}{\partial \bar{x}^*} \cdot \frac{\partial H}{\partial \mu_2} + 2 \mu_{11}(\mu_2; \mu_3) \cdot \frac{\partial H}{\partial \mu_2} \cdot \frac{\partial H}{\partial \mu_3} + \\ &+ 2 \mu_{11}(\bar{x}^*; \mu_3) \frac{\partial H}{\partial \bar{x}^*} \cdot \frac{\partial H}{\partial \mu_3} \end{aligned} \quad (\text{VI.2.9})$$

avec : $H = \bar{x}^* + \Phi(T, C_s) \cdot \sqrt{\mu_2}$;

μ_i = moment d'ordre i de la distribution choisie ;

μ_{ii} = covariance des paramètres considérés.

Ainsi, en développant les calculs, on obtient :

— pour la loi « gamma » (deux paramètres, $\rightarrow \mu_3 = 0$)

$$\hat{\sigma}_{x(T)}^2 = \frac{\sigma^2}{N} \left[(1 + K(T) \cdot C_v)^2 + \frac{1}{2} (1 + C_v^2) \cdot \left(K(T) + C_v \frac{dK(T)}{dC_v} \right)^2 \right] \quad (\text{VI.2.10})$$

où : $\frac{dK(T)}{dC_v} = \frac{u(T)}{2} + C_v \frac{du}{dC_v} + \frac{1}{2 C_v^2}$

u étant solution de : $\left(1 - \frac{1}{T}\right) = \frac{1}{\Gamma(\lambda)} \cdot \int_0^u t^{\lambda-1} e^{-t} dt$

$$\lambda = \frac{1}{C_v^2}$$

— pour la loi de Pearson III :

$$\hat{\sigma}_{x(T)}^2 = \frac{\sigma^2}{N} \left[\left(1 + \frac{4 + 3C_s^2}{8} \alpha_1^2 + \alpha_1 C_s\right) + \frac{3}{2} \left(5C_s^4 + 15C_s^2 + 4\right) \alpha_2^2 + 3C_s^2 \alpha_2 + 3C_s (2 + C_s^2) \alpha_1 \alpha_2 \right] \quad (\text{VI.2.11})$$

avec :

$$\alpha_1 = -u C_s - \frac{3}{2} C_s^2 \frac{du}{dC_s} - \frac{8}{C_s} \quad (\text{VI.2.12})$$

$$\alpha_2 = \frac{u}{2} + \frac{1}{2} C_s \frac{du}{dC_s} + \frac{2}{C_s^2}$$

u étant défini ci-dessus.

Les formules se compliquent singulièrement en raison de la dépendance de $\Phi(T)$ par rapport à C_s . S'agissant de la loi de Pearson III, Kaczmarek a tabulé le facteur multiplicatif de $\frac{\sigma^2}{N}$ pour certaines périodes de retour : il trouve ainsi :

$$\hat{\sigma}_{x(T)}^2 = \frac{\sigma^2}{N} \cdot \left[A^2(T, C_s) \right] \quad (\text{VI.2.13})$$

où $A(T_1 C_s)$ est donné dans le tableau ci-après :

%	0,1	1,0	5,0	10	25	50
T	1000	100	20	10	4	2
C_s						
0,0	4,370	2,626	1,689	1,380	1,122	1,065
0,2	4,930	2,995	1,883	1,504	1,171	1,072
0,4	5,693	3,440	2,095	1,631	1,217	1,088
0,6	6,629	3,948	2,317	1,753	1,265	1,111
0,8	7,731	4,514	2,548	1,872	1,314	1,143
1,0	8,985	5,124	2,779	1,986	1,371	1,189
1,2	10,402	5,779	3,012	2,097	1,429	1,245
1,4	11,990	6,469	3,240	2,199	1,509	1,311
1,6	13,754	7,185	3,459	2,295	1,590	1,380
1,8	15,704	7,912	3,667	2,390	1,685	1,439
2,0	17,839	8,640	3,857	2,486	1,784	1,492
2,2	20,170	9,358	4,031	2,586	1,886	1,523
2,4	22,730	10,043	4,186	2,669	1,997	1,509
2,6	25,528	10,685	4,317	2,838	2,065	1,446
2,8	28,542	11,273	4,439	2,992	2,092	1,330
3,0	31,858	11,782	4,544	3,194	2,126	1,094

$A(T, C_s)$

L'écart type $\hat{\sigma}$ de la valeur calculée $x_{(T)}$ étant ainsi connue, il ne nous reste plus qu'à déterminer l'intervalle de confiance Δ pour une certaine probabilité $x\%$ de cette grandeur. On trouve ainsi :

$$\begin{aligned} \text{pour une probabilité à } 50\% : \Delta^2 &= 0,6 \cdot \hat{\sigma}_{x(T)}^2 \\ 80\% : \Delta^2 &= 1,28 \cdot \hat{\sigma}_{x(T)}^2 \\ 95\% : \Delta^2 &= 2 \cdot \hat{\sigma}_{x(T)}^2 \\ 99\% : \Delta^2 &= 3 \cdot \hat{\sigma}_{x(T)}^2 \end{aligned} \quad (\text{VI.2.14})$$

Δ = intervalle de confiance de la valeur calculée.

6.3 Généralisation du processus de calcul

Nous n'avons considéré jusqu'à présent que la hauteur pluviométrique journalière comme observation météorologique. La méthode présentée peut aisément s'extrapoler à d'autres paramètres, notamment pour les modules pluviométriques mensuels ou annuels, ou pour d'autres facteurs climatologiques. Si le calcul de la pluviosité moyenne journalière intervient directement dans le dimensionnement d'un ouvrage, l'influence de l'évapotranspiration (ETp), par exemple, doit être également pris en considération. Or, ce facteur est fonction de la température moyenne, de l'humidité relative moyenne et de l'insolation solaire ou rayonnement circum global.

A l'instar de la pluviométrie, toutes ces grandeurs sont ponctuelles. La valeur numérique de l'ETp dans un périmètre donné peut alors être déterminée par une interpolation linéaire similaire à celle appliquée à la pluviométrie.

Cependant, il n'est pas nécessaire cette fois-ci de rechercher l'allure des courbes de distribution de tous ces paramètres. Nous n'avons besoin que des valeurs moyennes mensuelles de température, d'humidité et d'insolation pour calculer l'ETp. Aussi, la statistique ne portera que sur l'évapotranspiration déterminée à chaque station de base, paramètre défini à partir d'autres facteurs climatologiques également mesurés au droit de ces mêmes stations.

Nous voyons dès lors que la méthode présentée peut être facilement généralisée, sans augmenter pour autant le volume des calculs. Il suffira alors d'associer à chacune des stations de base le plus grand nombre possible de paramètres observés. On constituera ainsi une « banque de données » ou un fichier numérique pour chaque station que l'on pourra consulter aisément lors d'un dimensionnement d'un ouvrage.

7. Analyse des résultats et conclusion

Nous avons pris en considération, dans nos divers calculs, les observations inhérentes à 27 stations de base réparties en Suisse romande (cf. annexe 3). La longueur de la période de mesure varie selon les stations entre 30 et 68 ans.

A chaque poste d'observation, nous avons déterminé les paramètres statistiques caractéristiques et les distributions représentant au mieux les séries chronologiques observées. S'agissant de la répartition des fréquences des pluies journalières, la loi théorique de distribution retenue est celle de gamma à deux ou trois paramètres (rappelons que la distribution de Pearson III est identique à la loi gamma à trois paramètres). L'ajustement de cette courbe théorique a été effectuée sur un histogramme déterminé à partir d'une largeur de classe de 5 mm.

Le principe de la « triangulation spatiale climatologique » a été testé avec succès en plusieurs endroits du réseau. Cependant, les calculs relatifs à la détermination d'une configuration optimale de stations de base n'ont pas été exécutés en raison du volume considérable de calculs numériques que cette analyse exige.

En ce qui concerne la précipitation maximale probable, les écarts obtenus entre les valeurs observées et calculées restent très minimes et varient en fonction des stations de base choisies. Une meilleure estimation quant au choix de ces stations pourrait être envisagée en effectuant des corrélations simples, voire même multiples entre chaque poste d'observation. L'analyse du coefficient de corrélation totale permettrait alors d'éliminer les stations présentant peu d'intérêt dans l'estimation de ce paramètre.

Ce modèle mathématique peut être adapté à d'autres facteurs climatologiques (température, humidité, évaporation, etc.). Il est à la base d'un modèle plus général, simulant les divers processus d'écoulement de l'eau superficielle et souterraine. Dans ce contexte, il permet d'estimer le volume d'eau de pluie que le sol devra éliminer soit par ruissellement, soit par drainage. Aussi, la précision avec laquelle il détermine cette grandeur est amplement suffisante comparativement à d'autres facteurs très complexes pris en considération dans une telle étude. Cependant, nous osons affirmer que l'application de la présente méthodologie, notamment dans la détermination de la pluie maximale probable, offre une plus grande fiabilité dans les résultats que toutes autres méthodes numériques classiques. Un simple calcul d'erreur confirmerait ces assertions.

ANNEXE 1

Rappel de la formulation mathématique des distributions considérées

A. Distributions continues

1. La distribution de K. Pearson

Pearson a déterminé différentes lois qui se déduisent toutes de l'équation différentielle suivante :

$$\frac{1}{f(x)} \cdot \frac{df(x)}{dx} = \frac{x+a}{b_0 + b_1x + b_2x^2} \quad (\text{A.1.1})$$

où $f(x)$ représente la fonction de densité de probabilité ; a, b_0, b_1, b_2 étant des paramètres.

En intégrant (A.1.1), on trouve :

$$f(x) = e^{-\int_{-\infty}^x \frac{\tau+a}{b_0 + b_1\tau + b_2\tau^2} d\tau} \quad (\text{A.1.2})$$

Les douze lois de Pearson se déterminent alors pour certaines valeurs particulières des coefficients suivants :

$$\alpha_1 = \frac{\mu_3^2}{\sigma^6} = C_s^2 \quad (\text{cf. III.1.10})$$

$$\alpha_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} = C_a^2 \quad (\text{cf. III.1.12})$$

$$\alpha_3 = \frac{\alpha_1(\alpha_2 + 3)^2}{4(4\alpha_3 - 3\alpha_1)(2\alpha_2 - 3\alpha_1 - 6)}$$

Ainsi, lorsque $\alpha_3 = \infty$, c'est-à-dire lorsque $2\alpha_2 = 3\alpha_1 + 6$, nous obtenons la fonction de fréquence de la III^e loi de Pearson.

$$f(x) = c \left(1 + \frac{x}{b}\right)^a \cdot e^{-\frac{ax}{b}} dx \quad (\text{A.1.3})$$

avec :

$$\begin{aligned} a &= \frac{4}{\alpha_1} - 1 = \frac{4}{C_s^2} - 1 \\ b &= \frac{a}{2} \cdot \frac{\mu_3}{\mu_2} \\ c &= \frac{a^{a+1}}{b \cdot e^a \cdot \Gamma(a+1)} \end{aligned} \quad (\text{A.1.4})$$

$\Gamma(a+1)$ n'est rien d'autre que la fonction gamma de première espèce, à savoir :

$$\Gamma(p) = \int_0^{\infty} e^{-x} \cdot x^{p-1} dx \quad (\text{A.1.5})$$

$p > 0$

L'ajustement des paramètres de cette distribution se déduit immédiatement de (A.1.4).

2. La distribution gamma incomplète

La densité de probabilité de cette distribution se calcule par :

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda x} x^{p-1}}{\Gamma(p)} \cdot \lambda^p \cdot dx \quad (\text{A.1.6})$$

$\Gamma(p)$ est donné par (A.1.5).

La moyenne \bar{x} et l'écart type σ sont liés aux paramètres λ et p de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{p}{\lambda} \\ \sigma^2 &= \frac{p}{\lambda^2} \end{aligned}$$

Ainsi, l'ajustement de ces paramètres se déduit immédiatement, à savoir :

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\bar{x}}{\sigma^2} \\ p &= \frac{\bar{x}^2}{\sigma^2} \end{aligned} \quad (\text{A.1.7})$$

3. La distribution négative exponentielle

$$f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda x} dx \quad \text{pour : } 0 \leq x \leq \infty \quad (\text{A.1.8})$$

avec $\lambda =$ constante positive.

Les caractéristiques de cette fonction de densité se calculent par :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{\lambda} \\ \sigma^2 &= \frac{1}{\lambda^2} \\ M &= \frac{0,693}{\lambda} \end{aligned}$$

Ainsi, l'ajustement des paramètres s'effectue à l'aide de la relation :

$$\lambda = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\bar{x}} + \frac{1}{\sigma} \right) = \frac{\bar{x} + \sigma}{2\bar{x}\sigma} \quad (\text{A.1.9})$$

4. La distribution normale

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \bar{x}}{\sigma} \right)^2} dx \quad (\text{A.1.10})$$

avec : $\bar{x} =$ moyenne de l'échantillon ;
 $\sigma =$ écart type de l'échantillon.

5. La loi log-normale (loi de Gibrat ou encore de Galton-Alistair)

Cette distribution est analogue à la loi normale lorsque l'on prend en considération le logarithme de la variable aléatoire ($x > 0$). En utilisant les logarithmes décimaux, cette loi peut s'écrire par :

$$f(x) = \frac{\log_{10}(e)}{x} \cdot \frac{1}{\sigma^* \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\log_{10}(x) - \bar{x}^*}{\sigma^*} \right)^2} dx \quad (\text{A.1.11})$$

avec : $\bar{x}^* = E[\log_{10}(x)]$ espérance mathématique du logarithme de la variable aléatoire ;

$\sigma^{*2} = V[\log_{10}(x)]$ variance du logarithme de la variable aléatoire.

Là encore, l'ajustement des paramètres \bar{x} et σ sur les caractéristiques de la distribution théorique considérée s'effectue sans changement préalable de variables. Cependant, il faut prendre garde au fait que :

$$E[\log_{10}(x)] \neq \log_{10}(E[x])$$

il en va de même pour l'écart type.

6. La loi des « fuites » (du renouvellement)

Cette loi peu connue tire son nom de son utilisation, car elle décrit de manière assez fidèle la distribution des débits

de fuites des joints dans les conduites de gaz. Son application en pluviométrie a été réalisée, en France, au Laboratoire national de l'Hydraulique avec succès. Son équation, déterminée à partir de la théorie du renouvellement, s'exprime par :

$$f(z) = e^{-\frac{t}{\mu} - \rho z} \cdot \sqrt{\frac{\rho t}{\mu \cdot z}} \cdot I_1 \left[2 \sqrt{\frac{\rho \cdot t \cdot z}{\mu}} \right] dz \quad (\text{A.1.12})$$

où : $I_1 =$ fonction de Bessel modifiée de première espèce ;
avec :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{\rho \cdot \mu} \\ \sigma^2 &= \frac{2}{\mu \cdot \rho^2} \end{aligned} \quad (\text{A.1.13})$$

t étant la période au cours de laquelle la pluie totale a été enregistrée.

Les valeurs d'ajustement des paramètres ρ et μ sont très facilement calculées à partir de (A.1.13). On obtiendra ainsi :

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{2\bar{x}}{\sigma^2} \\ \mu &= \frac{\sigma^2}{2\bar{x}^2} \end{aligned} \quad (\text{A.1.14})$$

7. La distribution de Gumbel

Il s'agit là d'une loi particulière, appelée loi des extrêmes décrivant l'allure d'une courbe de fréquence définie à partir des valeurs minimales ou maximales d'un échantillon. Sa densité de probabilité s'écrit par :

$$f(x) = \frac{1}{c} \cdot e^{-\frac{x+a}{c}} \cdot e^{-\frac{x+a}{c}} dx \quad (\text{A.1.15})$$

où :

$$\begin{aligned} c &= \frac{\sqrt{6}}{\Pi} \cdot \sigma \\ a &= E \cdot c - \bar{x} \end{aligned} \quad (\text{A.1.16})$$

$E =$ constante d'Euler
 $= 0,5772157...$

B. Distributions discrètes

8. La loi de Poisson

$$f(x) = \text{Prob}(X = x) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^x}{x!} \quad (\text{A.1.17})$$

où : $\lambda =$ constante positive.

Les caractéristiques principales de cette distribution se présentent comme suit :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \lambda \\ \sigma^2 &= \lambda & M_0 &= \text{mode} \\ \lambda - 1 &< M_0 < \lambda \end{aligned}$$

L'ajustement du paramètre λ s'effectue à l'aide de la relation :

$$\lambda = \frac{\bar{x} + \sigma^2}{2} \quad (\text{A.1.18})$$

La détermination de la valeur de la fonction $f(x)$ nécessite un calcul par récurrence.

Pour $0 \leq x \leq 24$ on utilise l'équation :

$$f(x) = e^{-\lambda} \cdot \lambda^x$$

Pour $x \geq 25$ on procède par récurrence, à savoir :

$$f(x) = \frac{\lambda}{x} \cdot f(x-1)$$

9. La loi binominale (ou de Bernoulli)

$$f(x) = C_n^x \cdot p^x \cdot q^{n-x} = \frac{n!}{x! (n-x)!} p^x q^{n-x} \quad (\text{A.1.19})$$

avec : $p + q = 1$

$$\bar{x} = n \cdot p$$

$$\sigma^2 = n \cdot p \cdot q = np(1-p)$$

L'ajustement des paramètres sur cette distribution est réalisé par :

$$\begin{aligned} n &= \frac{\bar{x}^2}{\bar{x} - \sigma^2} \\ p &= \frac{\bar{x}}{n} \\ q &= 1 - p \end{aligned} \quad (\text{A.1.20})$$

ANNEXE 2

Quelques considérations sur les lois de Pearson III et gamma incomplète

A. Distribution « gamma » (deux paramètres)

La fonction de distribution de cette loi s'écrit :

$$F(x_1) = \int_0^{x_1} \frac{e^{-\lambda x} \cdot x^{p-1}}{\Gamma(p)} \lambda^p dx \quad (\text{A.1.6})$$

ou encore :

$$F(x_1) = \int_0^{x_1} \frac{e^{-u} \cdot u^{(\gamma-1)}}{\Gamma(\gamma)} \cdot du \quad (\text{A.2.1})$$

avec :

$$\gamma = p$$

$$u = \lambda x \rightarrow du = \lambda dx$$

La recherche de la borne x de cette intégrale pour une valeur particulière de $F(x)$ pose certain problème numérique lorsque $F(x)$ est très grand (0,9-0,999). Le calcul de la fonction inverse n'est plus aussi aisé à effectuer dans la partie asymptotique de la courbe, car les divers processus d'analyse classique ne s'appliquent plus en raison d'instabilité numérique. Aussi sommes-nous contraints de développer certains calculs afin de transformer quelque peu l'équation de cette fonction pour la rendre numériquement intégrable.

Dans l'équation (A.2.1), la variable μ n'est rien d'autre que la variable réduite de la distribution gamma, à savoir :

$$\mu = \frac{x - x_0}{\rho} \quad (\text{A.2.2})$$

En considérant $x_0 = 0$ (paramètre de position nul \rightarrow loi à 2 paramètres), les moments de cette distribution s'expriment par :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \gamma \cdot \rho \\ \sigma &= \rho \cdot \sqrt{\gamma} \\ \mu_3 &= 2 \gamma \cdot \rho^3 \end{aligned} \quad (\text{A.2.3})$$

On peut alors écrire :

$$c_v = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\gamma} \cdot \rho}{\gamma \cdot \rho} = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}$$

et :

$$c_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{2 \cdot \gamma \cdot \rho^3}{\rho^3 \cdot \gamma^{3/2}} = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{\gamma}}$$

De (A.2.3), on tire :

$$\rho = \frac{\bar{x}}{\gamma} = \frac{\sigma}{\sqrt{\gamma}} = \sigma \cdot c_v = \frac{\sigma^2}{\bar{x}}$$

d'où :

$$\frac{x}{\rho} = \frac{x}{\bar{x}} \cdot \frac{\bar{x}}{\rho} = \frac{x}{\bar{x}} \cdot \frac{\bar{x}}{\sigma \cdot c_v} = \frac{x}{\bar{x}} \cdot \frac{1}{c_v^2}$$

En résumé, on obtient :

$$\begin{aligned} C_v &= \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \\ C_s &= 2 C_v \\ \frac{x}{\rho} &= \frac{x}{\bar{x}} \cdot \frac{1}{C_v^2} \end{aligned} \quad (\text{A.2.4})$$

Si $\alpha = \frac{1}{\Gamma(\gamma)}$, A.2.1 s'écrit en tenant compte de A.2.4 :

$$F(x_1) = \int_0^{x_1} \alpha \left(\frac{x}{\bar{x}} \cdot \frac{1}{C_v^2} \right)^{\gamma-1} \cdot e^{-\frac{x}{\bar{x}} \cdot \frac{1}{C_v^2}} \cdot \frac{1}{x \cdot C_v^2} dx \quad (\text{A.2.5})$$

Posons :

$$y = \frac{x}{\bar{x}}$$

d'où, pour :

$$x = x_1 \rightarrow y_1 = \frac{x_1}{\bar{x}}$$

et (A.2.5) devient :

$$F(y_1) = \alpha \int_0^{y_1} y^{\gamma-1} \cdot \left(\frac{1}{C_v}\right)^{\gamma-1} \cdot e^{-\frac{y}{C_v}} \cdot \frac{1}{C_v} dy$$

En effectuant un nouveau changement de variable :

$$t = \frac{y}{C_v} \rightarrow t_1 = \frac{y_1}{C_v} = \frac{x_1}{x} \cdot \frac{1}{C_v^2}$$

on trouve :

$$F(t_1) = \alpha \int_0^{t_1} t^{\gamma-1} e^{-t} dt$$

Mais :

$$e^{-t} = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{t^i}{i!}$$

et :

$$F(t_1) = F(x_1) = \alpha \int_0^{t_1} t^{\gamma-1} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{t^i}{i!} dt$$

$$\rightarrow \boxed{F(x_1) = \alpha \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^{t_1} (-1)^i \cdot \frac{t^{\gamma-1+i}}{i!} dt} \quad (\text{A.2.6})$$

En intégrant A.2.6, on obtient :

$$P = F(x_1) = \alpha \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{t_1^{\gamma+i}}{(\gamma+i) \cdot i!} \Bigg|_0^{t_1}$$

$$\rightarrow \boxed{P = \alpha \cdot t_1^{\gamma} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{t_1^i}{i! (\gamma+i)}} \quad (\text{A.2.7})$$

avec :

$$\boxed{\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{\Gamma(\gamma)} \\ \gamma &= \frac{1}{C_v^2} = \frac{1}{\sigma^2} \\ t_1 &= \frac{x_1}{x} \cdot \frac{1}{C_v^2} \end{aligned}} \quad (\text{A.2.8})$$

Connaissant P (cf. chap. 4.3), les formules (A.2.7) et (A.2.8) permettent alors de déterminer la valeur de x_1 par itération. Le développement de la série e^{-t} est arrêté dès que :

$$\left| \frac{t_1^i}{i! (\gamma+i)} \right| < 10^{-5}$$

B. Distribution de Pearson III

La fonction de fréquence de cette distribution s'écrit :

$$\boxed{f(y) = p_0 \cdot e^{-\frac{c \cdot y}{a}} \cdot \left(1 + \frac{y}{a}\right)^c \cdot dy} \quad (\text{A.2.9})$$

avec :

$$\boxed{\begin{aligned} P_0 &= \frac{e^{-c} \cdot C^{C+1}}{\Gamma(C+1) \cdot a} \\ y &= x - M_0 \end{aligned}} \quad (\text{A.2.10})$$

$M_0 =$ mode de la série.

La loi est donc à 3 paramètres (M_0, C, a).

Considérons la fonction de fréquence en variable réduite de la distribution gamma :

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{\Gamma(\gamma)} u^{\gamma-1} e^{-u} du} \quad (\text{A.2.11}) \equiv (\text{A.2.1})$$

avec :

$$u = \frac{x-x_0}{\rho}; \quad x_0 \neq 0$$

(Remarquons que la loi gamma est également à trois paramètres : γ, x_0, ρ .)

Effectuons le changement de variable suivant

$$\boxed{\begin{aligned} \gamma &= C + 1 \\ \rho &= a/C \\ x_0 &= M_0 - a \end{aligned}} \quad (\text{A.2.12})$$

(A.2.11) s'écrit alors :

$$f(u) = \frac{1}{\Gamma(C+1)} u^C \cdot e^{-u} du$$

En tenant compte de (A.2.2), on peut écrire :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{\Gamma(C+1)} \cdot \left(\frac{x-x_0}{\rho}\right)^C \cdot e^{-\frac{x-x_0}{\rho}} \cdot \frac{1}{\rho} dx \\ &= \frac{1}{\Gamma(C+1)} \cdot \left(\frac{x-(M_0-a)}{a/C}\right)^C \cdot e^{-\frac{x-(M_0-a)}{a/C}} \cdot \frac{C}{a} dx \end{aligned}$$

Mais de (A.2.10) on a :

$$y = x - M_0$$

d'où :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{\Gamma(C+1)} \cdot \left(\frac{y+a}{a/C}\right)^C \cdot e^{-\frac{y+a}{a/C}} \cdot \frac{C}{a} dx \\ &= \frac{1}{\Gamma(C+1)} \cdot \left(1 + \frac{y}{a}\right)^C \cdot C^C \cdot e^{-\frac{cy}{a} - c} \cdot \frac{C}{a} dx \\ &= \frac{1}{\Gamma(C+1)} \left(1 + \frac{y}{a}\right)^C \cdot C^{C+1} \cdot e^{-\frac{cy}{a}} \cdot e^{-c} \cdot \frac{1}{a} \cdot dx \end{aligned}$$

et finalement :

$$f(x) = \frac{e^{-c} \cdot C^{c+1}}{\Gamma(c+1) \cdot a} \left(1 + \frac{y}{a}\right)^c \cdot e^{-\frac{cy}{a}} dx \quad (\text{A.2.13})$$

On remarque dès lors que l'équation (A.2.13) n'est rien d'autre que la fonction de fréquence de la distribution de Pearson, type III (cf. (A.2.9), (A.2.10)).

Aussi, on en déduit que :

$$\begin{aligned} \text{La distribution gamma à trois paramètres } (\gamma, x_0, \rho) \text{ est strictement identique à la distribution de Pearson, type III, lorsque :} \\ \gamma = C + 1 \\ \rho = a/C \\ x_0 = M_0 - a \end{aligned} \quad (\text{A.2.14})$$

La loi de Pearson est donc un cas particulier de la distribution gamma incomplète. En considérant (A.1.4), on trouve :

$$\begin{aligned} C = \frac{4}{C_s^2} - 1 \\ a = \frac{C}{2} \cdot \frac{\mu_3}{\mu_2} = \frac{C}{2} \cdot \sigma \cdot C_s \end{aligned} \quad (\text{A.2.15})$$

Le mode M_0 de la variable réduite de Pearson III ($u = \frac{x - M_0}{a}$) est égal à :

$$M_0 = \bar{x} - a\bar{u} = \bar{x} - \frac{\sigma \cdot C_s}{2} \quad (\text{A.2.16})$$

Les paramètres relatifs à la distribution Pearson III et gamma se déduisent donc à partir de (A.2.15) et (A.2.16), à savoir :

$$\begin{aligned} \gamma = \frac{4}{C_s^2} \\ \rho = \frac{\sigma \cdot C_s}{2} \\ x_0 = \bar{x} - \frac{2\sigma}{C_s} \end{aligned} \quad (\text{A.2.17})$$

avec :

$$C_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$$

Si $x_0 = 0$, on trouve de (A.2.17) :

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{C_s} = 0$$

$$\rightarrow C_s = 2 \frac{\sigma}{\bar{x}} = 2 C_v \quad (\text{A.2.18})$$

Ainsi :

pour $C_s = 2 C_v$, la loi de Pearson III se réduit à une loi gamma à deux paramètres.

A l'instar de la distribution gamma, le calcul numérique de la fonction inverse de la distribution de Pearson III n'est pas très aisé à effectuer pour de grandes valeurs de l'intégrale (0,9-0,999). Nous sommes donc contraints d'adapter l'équation de la fonction de fréquence de cette distribution à ce calcul.

Nous avons démontré (A.2.14) que lorsque :

$$\begin{aligned} \gamma = C + 1 \\ \rho = a/C \\ x_0 = M_0 - a \end{aligned}$$

la fonction de distribution de la loi de Pearson III pouvait s'écrire :

$$F(x_1) = \int_0^{x_1} \frac{1}{\Gamma(\gamma)} \cdot u^{\gamma-1} \cdot e^{-u} du \quad (\text{A.2.20}) \equiv (\text{A.2.1})$$

avec :

$$u = \frac{x - x_0}{\rho}$$

Or, cette équation peut également se mettre sous la forme suivante (cf. Annexe 2.) :

$$F(x_1) = \frac{1}{\Gamma(\gamma)} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \cdot \frac{\tau^{\gamma+i}}{i!(\gamma+i)} \quad (\text{A.2.21}) \equiv (\text{A.2.7})$$

Il suffit donc, pour la loi de Pearson III, de calculer γ , ρ et x_0 par (A.2.12) avec :

$$\begin{aligned} C = \frac{4}{C_s^2} - 1 \\ a = \frac{C}{2} \cdot \frac{\mu_3}{\sigma^2} \\ M_0 = \bar{x} - a/C \end{aligned} \quad (\text{A.2.22})$$

$$\text{et : } F(x_1) = \frac{1}{\Gamma(\gamma)} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{\tau^{\gamma+i}}{i!(\gamma+i)} \quad (\text{A.2.23})$$

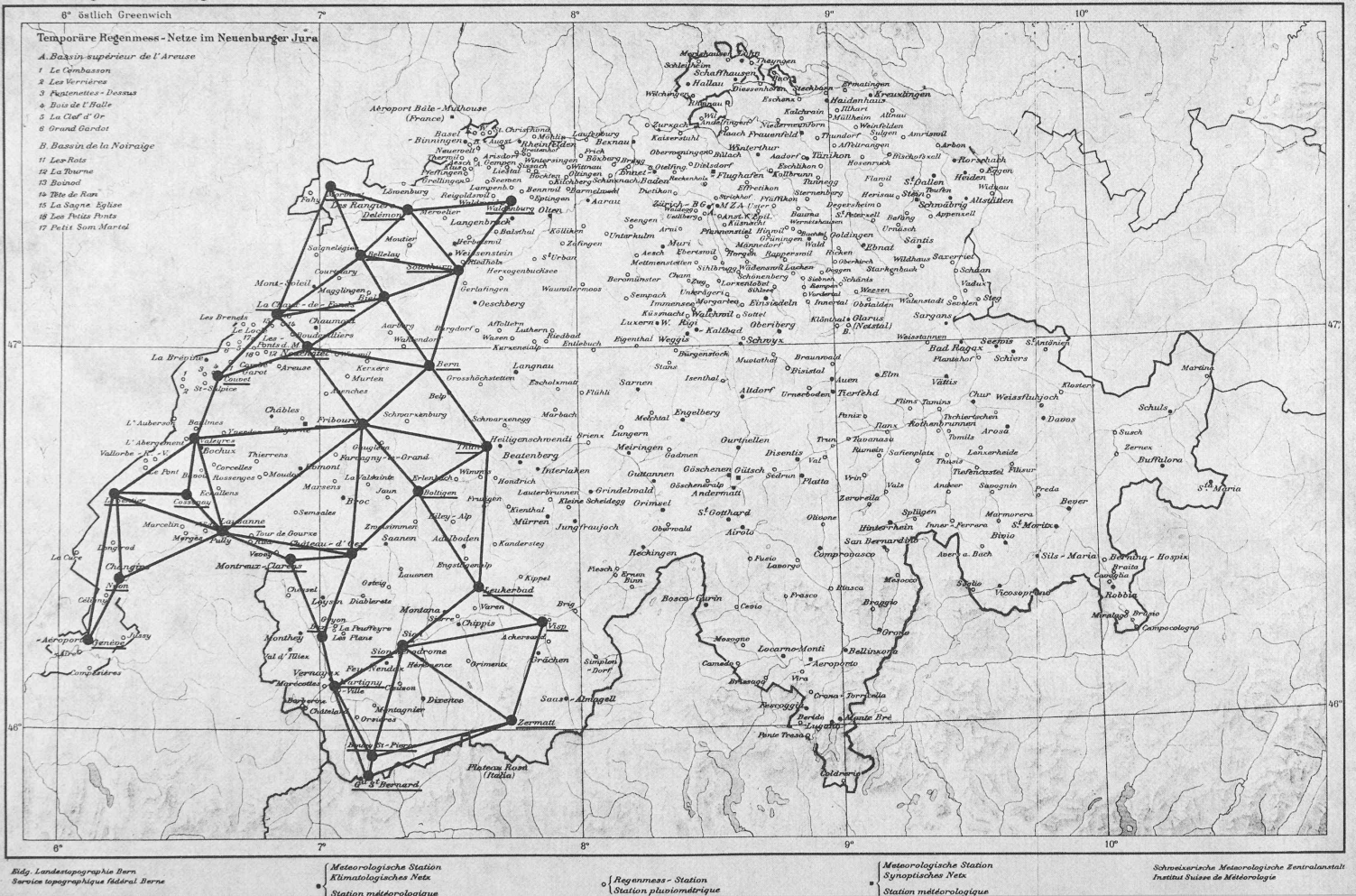
avec :

$$\tau = \frac{x_1 - x_0}{\rho}$$

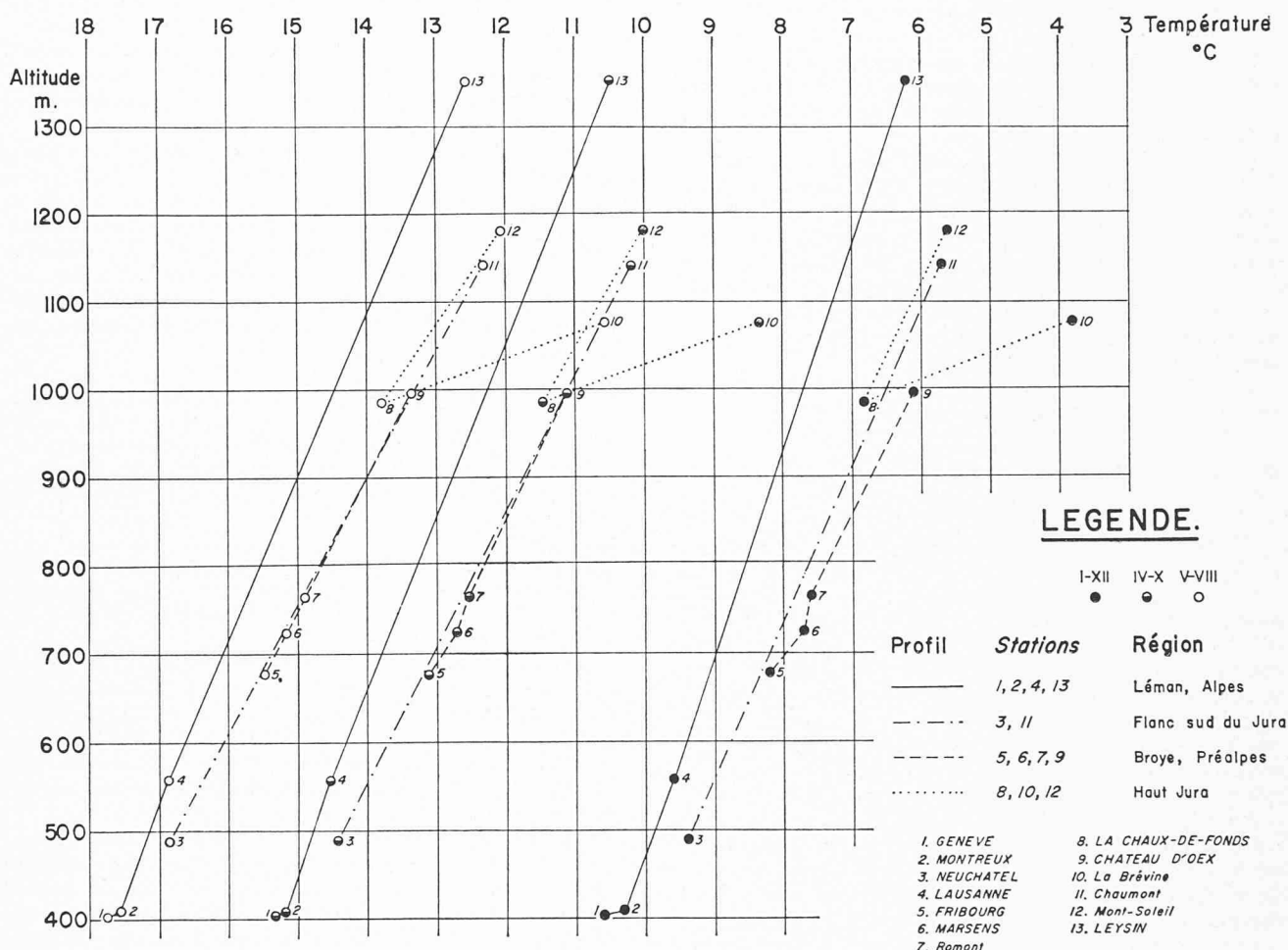
Meteorologische und Regenmess-Stationen der Schweiz

1969/70

Stations météorologiques et pluviométriques de la Suisse



ANNEXE 4 : Températures en fonction de l'altitude. Moyenne 1931-1960.
Extrait de : *Etude méso-climatique du canton de Vaud*, de B. PRIMAULT.



BIBLIOGRAPHIE

BACHMANN, W. K. : *Cours de statistique et méthode des moindres carrés pour ingénieurs ruraux et géomètres*. EPF Lausanne, 1967.

BERNIER, J. et FANDEUX, D. : *Théorie du renouvellement. Application à l'étude statistique des précipitations mensuelles*. « Revue de statistique appliquée », 1970, vol. XVIII, n° 2.

BOWERS, C. E., PABST, A. F. et LARSON, S. P. : *Computer Program for Statistical Analysis of Annual Flood Data by the Log-Pearson. Type III, Method. WRRC*, juin 1971.

CASTANY, G. : *Traité pratique des eaux souterraines*. Dunod, Paris, 1967.

CRAMER, H. : *Mathematical Methods of Statistics*. Princeton University Press, 1945.

GRISOLLET, H., GUILMET, B. et ARLÉMY, R. : *Climatologie, méthodes et pratiques*. Gauthier-Villars et C^{ie}, Paris, 1962.

LOTTNES, P. R. et COOLEY, W. W. : *Introduction to Statistical Procedures with Computer Exercises*. John Wiley and Sons Inc., New-York, London.

MONJALLON, A. : *Eléments de statistique mathématique*. Librairie Vuibert, Paris, 1968.

MORICE, E. : *Dictionnaire de statistique*. Dunod, Paris, 1968.

NEMEC, J. : *Engineering Hydrology*. Mc Graw-Hill, London.

PENNINGTON, R. H. : *Introductory Computer Methods and Numerical Analysis*. The Macmillan Company, New York.

PRIMAULT, M. B. : *Etude méso-climatique du canton de Vaud*. Office cantonal vaudois de l'urbanisme.

RÉMÉNIÉRAS, G. : *Hydrologie de l'ingénieur*. Eyrolles, 1965.

ROCHE, M. : *Interprétation et utilisation des données hydrologiques*. Paris, 1966.

ROCHE, M. : *Hydrologie de surface*. Gauthier-Villars, Paris, 1963.

VEN TE CHOW : *Handbook of Applied Hydrology*. Mc Graw-Hill, 1964.

Adresse de l'auteur :
A. Musy
Institut de génie rural
En Bassenges
1024 Ecublens