

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 99 (1973)  
**Heft:** 3

**Artikel:** A propos du calcul de systèmes surdéterminés en hyperstatique  
**Autor:** Ansermet, A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-71643>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 14.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Les grands sapins qui environnent et parsèment le complexe fournissent un élément de contraste bienvenu.

La construction est caractérisée par la rationalisation des divers éléments, de module constant, mais organisés et arrangés avec souplesse. Une charpente métallique, à laquelle s'accrochent des dalles de béton armé, en forme la structure porteuse. Des panneaux préfabriqués constituent les allèges et les parties pleines. Tous les vitrages sont en verre isolant Thermopan avec menuiserie métallique aluminium. Des faux plafonds permettent l'accès aux installations diverses, assurent la mobilité de l'aménagement intérieur, ainsi que les adaptations inévitables que l'équipement des divers locaux, notamment des laboratoires, ne peut manquer de requérir dans l'avenir. De plus, ils assurent à un haut degré l'insonorisation des locaux.

L'équipement des salles, qu'elles soient destinées à des enseignements ordinaires ou spécialisés, a été étudié pour répondre aux exigences futures aussi bien qu'actuelles.

Il en va de même pour l'équipement audio-visuel comprenant un studio central d'enregistrement et de diffusion, capable de fournir des documents originaux en télévision, enregistrements sonores, bandes pour laboratoire de langues, diapositives pour les enseignements les plus divers, etc. Un circuit fermé de télévision permet de diffuser un programme dans tous les locaux. L'air pulsé et humidifié réparti dans tout le bâtiment améliore dans une large mesure les conditions physiques de l'enseignement.

C'est en pensant constamment aux étudiants et au corps enseignant qui occuperont ces locaux que l'architecte et ses collègues ont cherché à résoudre les problèmes qui leur étaient posés.

Ils ont largement tenu compte des critiques et des suggestions, le dialogue fut constamment ouvert et animé. Nous pensons qu'il a été fructueux.

Il leur reste à faire des vœux pour que le Gymnase cantonal des Montagnes prospère dans le nouveau cadre qui lui est donné, qu'il donne satisfaction non pas pour un temps seulement, mais pour un avenir que nous osons espérer à la mesure de l'effort et de la bonne volonté de tous ceux qui ont contribué à le bâtir.

#### Renseignements techniques

Prix au m <sup>3</sup> (y compris équipement) :	Fr. 200.—
Cube SIA :	72 909,277 m <sup>3</sup>
Surface de planchers construits :	20 912,10 m <sup>2</sup>
Surface des locaux :	
— espaces éducatifs, 47,62 % :	7 375,40 m <sup>2</sup>
— espaces administratifs et de service, 26,46 % :	4 098,36 m <sup>2</sup>
— espaces de circulation, 25,92 % :	4 014,59 m <sup>2</sup>
Nombre d'élèves :	780

#### Construction

Structure : Les dalles et certains murs intérieurs sont en béton armé brut de décoffrage ; les piliers porteurs sont en acier profilé.

Façades : Les allèges de façade sont exécutées en béton armé préfabriqué, avec un revêtement extérieur en marbre lavé ; les vitrages sont en verre isolant avec menuiserie aluminium.

Plafonds : En béton brut de décoffrage et plafonds suspendus en lames d'aluminium dans les salles de sciences, etc.

Toiture : Dalle béton armé, avec étanchéité multicouches ; ferblanterie en tôle d'acier inoxydable.

Isolation : Murs de façade et pont de froid : Vetroflex.

Planchers : Roclaine. Toiture : liège. Séparations des salles de classe : murs en béton armé de 15 cm d'épaisseur, vide d'air 7 cm et matelas de laine de verre, doublages en plaque de plâtre de 8 cm.

Installations sanitaires : Ecoulements en fonte et en P.V.C.

Chauffage : Chaleur fournie par deux chaudières, stockage de 400 000 l de mazout. Chauffage central à eau chaude à circulation forcée. La centrale est calculée pour les besoins du bâtiment principal, des salles de gymnastique, de l'aula et du réfectoire, pour le chauffage, la ventilation et l'humidification, ainsi que pour la production d'eau chaude de consommation.

Adresse de l'auteur :

J.-P. Lavizzari, arch. SIA/EPFL,  
30, av. Samson-Reymondin, 1009 Pully.

## A propos du calcul de systèmes surdéterminés en hyperstatique

par A. ANSERMET, ingénieur-professeur

### Généralités

Le texte publié dans le numéro du 24 juin devait être le dernier consacré à ce problème fleuve qu'est le calcul de systèmes statiques surdéterminés ; il donne lieu cependant à bien des controverses notamment en ce qui concerne le choix des variables. Il convient en outre de revenir sur certains éléments importants : les poids des barres a posteriori, la déformation quadratique moyenne relative à l'unité de poids, les moyens de contrôle des calculs. La documentation utilisée ici provient surtout d'outre-Rhin, Zurich, tandis que pour Lausanne la solution de Mayor joue un rôle capital ; l'auteur de la publication n° 104, EPUL, s'en est inspiré sans en faire mention puis a montré que les équations dont les coefficients constituent la matrice de rigidité pouvaient être obtenues à partir de l'équilibre des nœuds ou à partir de la condition du minimum de

l'énergie potentielle. Quant aux mathématiciens ils qualifient de classique la solution par les moindres carrés d'un emploi toujours plus courant ; mais ici il y a plus d'une forme selon que l'extrémum est lié ou non. Certains praticiens changent parfois de variables au cours des calculs, ce que nous verrons.

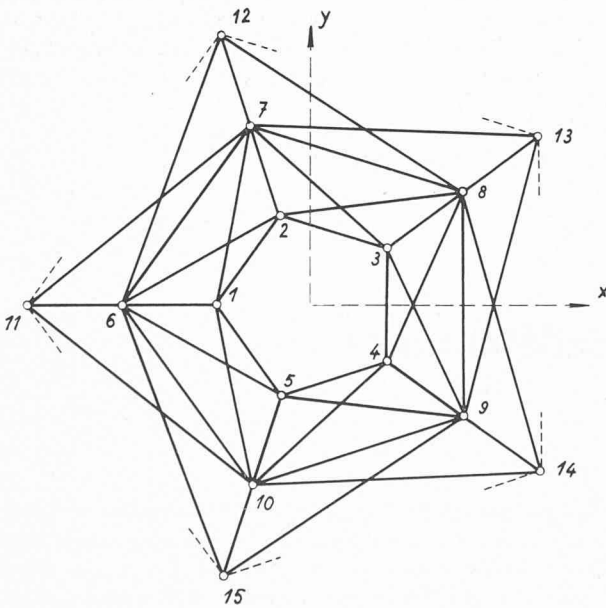
Dans certaines Ecoles polytechniques on ne fait pas assez la discrimination entre les systèmes statiquement déterminés et les surdéterminés ; pour les premiers les Technicums peuvent collaborer ainsi que pour la mesure de déformations et les auscultations. Dans l'enseignement supérieur on serait ainsi moins accaparé par des calculs de caractère assez élémentaires.

*Choix des variables.* C'est l'étape la plus complexe des calculs ; Mayor fut un précurseur dans sa solution soumise à l'Académie des sciences. Dans de précédentes publications

elle fut analysée. Le choix des inconnues se prête à la recherche d'une solution générale lorsque certains nœuds sont astreints à se déplacer sur des surfaces. Les variations de longueurs des barres sont exprimées en fonction des variations de coordonnées des nœuds. Avant de poursuivre il convient de faire la discrimination entre les méthodes dites des forces (Kraftgrößenverfahren) et celle aux déformations (Verformungsgrößenverfahren); dans la publication EPUL n° 104 les avantages résultant du calcul des déplacements des nœuds sont évidents.

*Cas concrets.* Pour simplifier traitons d'abord le problème dans le plan comme c'est le cas dans cette publication n° 104. Il faut distinguer deux étapes : celle qui se prête au calcul électronique et la seconde pour laquelle le calcul semi-graphique convient mieux. La première a abouti au calcul de la matrice inverse de celle de rigidité; les coefficients de poids, quadratiques et non-quadratiques des inconnues, sont donc connus et le calcul des ellipses de déformation des nœuds immédiat. Le résultat n'est pas brillant pour la forme de ces ellipses. Dans l'Album du centenaire de l'EPUL en 1953, pages 307-310, le problème est traité; il n'y a qu'à changer l'appellation. Le calcul des ellipses de déformation des nœuds mis à part on peut dire que cet exemple d'une structure planimétrique est judicieux. Il fut présenté à un groupe d'ingénieurs des ponts et charpentes; certains auditeurs, formés dans des Ecoles d'outre-Rhin, l'auront trouvé un peu simpliste.

*Cas spatial standard.* Reprenons celui de la page 14 de la publication EPFL n° 123 (coupole); voir aussi le Bulletin technique n° 4 du 19 février.



Une première difficulté se présente : faire un choix entre les solutions avec et sans coupures; le nombre de nœuds

libres et de barres surabondantes joue un rôle. Il y a dix nœuds libres 1 à 10, soit 30 variations de coordonnées inconnues et dix contre-diagonales surabondantes, soit en tout 40 barres.

La détermination des poids des barres a posteriori présente de l'intérêt, ce qui fournit un contrôle bienvenu pour les calculs. En opérant des coupures, c'est-à-dire en calculant un système fondamental (Grundsystem) on obtient les termes absolus des 40 équations aux déformations. Théoriquement les 30 inconnues pourraient être éliminées. Certains éléments importants peuvent mieux être déterminés en opérant des coupures; les étudiants, au cours de leurs exercices de statique, devraient confronter les deux solutions. Les matrices de rigidité et inverses sont les mêmes puisque les termes absolus des équations n'interviennent pas lors de leur formation.

De nombreux exemples numériques ayant été traités lors de précédentes publications, il ne paraît pas que d'autres précisions soient nécessaires, notamment en ce qui concerne les poids des barres. L'examen des éléments diagonaux de la matrice de rigidité et surtout de ceux de la matrice inverse (coefficients quadratiques  $Q_{xx}$ ,  $Q_{yy}$ ...) fournit d'utiles indications. Il faut éventuellement soumettre les poids des barres à un nouvel examen et parfois aussi la structure. Quant au calcul des ellipsoïdes de déformation des nœuds il est simple; si les éléments non-diagonaux de la matrice inverse ne sont pas nuls ou négligeables la détermination des axes principaux nécessite la résolution d'une équation du 3<sup>e</sup> degré. La voie semi-graphique suffit en général et les axes de coordonnées sont à choisir de façon judicieuse.

Le calcul au point de vue des déformations de systèmes surdéterminés, tels que cette coupole, est devenu courant; il suffit d'appliquer la solution classique enseignée dans le cours d'analyse numérique EPFL. Les staticiens qui appliquent encore la méthode aux forces peuvent calculer des déformations, notamment des ellipsoïdes pour des nœuds, mais en changeant de variables.

*Cas général.* Il fut déjà traité de façon succincte dans la publication, EPFL n° 111. On peut envisager plus d'une solution ce qui rend le problème assez complexe. Certaines inconnues sont liées par des conditions; pour la coupole ci-dessus des nœuds (11, 12...) ne sont en réalité pas fixes mais astreints à se déplacer sur des surfaces. Aux 30 équations normales de la méthode des moindres carrés viennent s'ajouter, par exemple, deux équations dans lesquelles les inconnues interviennent linéairement. Il suffirait de les éliminer, ce qui ne convient pas toujours dans le problème qui nous occupe. Le calcul est fractionné; dans une première étape on fait abstraction des conditions; on pourra mieux apprécier le rôle qu'elles jouent. Les valeurs obtenues pour les inconnues ne sont pas définitives; elles doivent subir des accroissements pour tenir compte à la fois des conditions et du principe des moindres carrés. On peut ensuite calculer les poids des inconnues ou de fonctions des inconnues. Grâce aux conditions les poids a posteriori sont améliorés.

Nœuds	x	y	z	Nœuds	x	y	z	Nœuds	x	y	z
1	-1,24	0	+3,68	6	-2,62	0	+1,84	11	-4,00	0	0
2	-0,38	+1,18	+3,68	7	-0,81	+2,49	+1,84	12	-1,24	+3,80	0
3	+1,00	+0,73	+3,68	8	+2,12	+1,545	+1,84	13	+3,24	+2,36	0
4	+1,00	-0,73	+3,68	9	+2,12	-1,545	+1,84	14	+3,24	-2,36	0
5	-0,38	-1,18	+3,68	10	-0,81	-2,49	+1,84	15	-1,24	-3,80	0

*Conclusions.* Le calcul de systèmes statiques surdéterminés prend toujours plus d'ampleur; la notion d'ellipsoïde de déformation des nœuds est devenue courante (Formänderungsellipsoid) notamment dans la littérature hyperstatique de langue allemande. Dans l'enseignement supérieur on renonce toujours plus à mesurer des déformations, tâche qui peut être confiée à des techniciens. Cette tendance permet aux chaires de statique de mieux développer les diverses solutions (Mayor, Stüssi, etc.) avec ou sans formation de dérivées de l'énergie potentielle. Les lignes qui précèdent sont surtout inspirées par la façon d'enseigner aux chaires de statique d'outre-Rhin et Zurich.

## LITTÉRATURE

- [1] MAYOR B.: *Statique graphique spatiale* (Cours EPUL).
- [2] STÜSSI F.: *Baustatik I, II* (Birkhäuser, Bâle).
- [3] DUPUIS G.: *Publication EPUL* n; 104.
- [4] DESCLOUX J.: *Cours d'analyse numérique EPFL*.
- [5] WOLF H.: *Ausgleichsrechnung* (Dümmlerverlag).
- [6] ANSERMET A.: *Berechnung überbestimmter Fachwerkkuppeln* (Traduction chaire statique Zurich).

Adresse de l'auteur :

A. Ansermet, professeur honoraire  
Les Glycines, 1814 La Tour-de-Peilz

## Bibliographie

**La Suisse devant la pénurie de main-d'œuvre** — Que peuvent faire les responsables des entreprises, des syndicats, de l'École, de l'Etat, pour assurer la relève et la promotion des ouvriers suisses? Editions des Rencontres Suisses, Lausanne (18, rue Beau-Séjour), 1972. — Un volume de 250 pages, 18×24 cm. Prix: Fr. 25.—.

Les Rencontres Suisses ont entrepris dès 1967, sous les présidences de M. J.-J. Schwarz et de M. C.-F. Ducommun, l'étude de ce que l'on peut considérer comme notre problème économique et social numéro un, avec la collaboration de spécialistes représentant les milieux de l'enseignement, de l'orientation et de la formation professionnelles, des entreprises et des syndicats.

L'ouvrage répond à une nécessité, car le problème traité ne cesse de s'aggraver (les travailleurs suisses demeurent trop peu nombreux, ils continuent de quitter ateliers et chantiers et, dans l'ensemble, les nouveaux apprentis n'assurent pas la relève indispensable aux métiers manuels). Il apporte une documentation économique, patronale, syndicale, pédagogique, etc., dont les éléments sont généralement dispersés, met en évidence le rôle déterminant de l'école et l'importance de son adaptation aux nouvelles exigences de la société moderne. Il fournit des arguments économiques et sociaux que l'on peut valablement opposer aux promoteurs des initiatives politiques xénophobes et propose des solutions moins simplistes aux problèmes sérieux que ces initiatives prétendent résoudre et établit clairement les conditions d'un redressement dans le domaine de la main-d'œuvre en mettant chaque milieu en face de ses responsabilités. Enfin, il présente une vue d'ensemble du problème, des solutions et des idées nouvelles qui, si elles sont appliquées avec détermination, permettront seules de surmonter graduellement les difficultés actuelles, et ouvre la voie aux études pratiques et aux échanges ultérieurs qui seront, le cas échéant, poursuivis par les Rencontres Suisses avec l'appui de tous les milieux intéressés.

**Bemessungsverfahren, Zahlentafeln und Zahlenbeispiele**, par Benno Löser †, professeur. 18<sup>e</sup> édition revue et augmentée par Helmut Löser, ing. dipl., avec la collaboration de Hans Wiese, Dr ing. Berlin, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1971. — Un volume 18×25 cm, xxviii — 473 pages, 321 figures, 173 tableaux, 58 exemples numériques. Prix: relié 69 DM.

Par les nombreuses données numériques qu'il contient, cet ouvrage, consacré à la détermination des dimensions des ouvrages en béton armé, constitue un précieux auxiliaire de l'ingénieur projeteur. Il y trouvera non seulement les exposés théoriques et les formules nécessaires au calcul des sections, mais encore de nombreux tableaux destinés à lui simplifier le travail, ainsi qu'une série d'exemples dont la solution est présentée en détail.

## Divers

### Communication de la Chambre vaudoise immobilière

La Chambre vaudoise immobilière s'est préoccupée dernièrement des dispositions légales cantonales ayant trait à la sécurité des ascenseurs et des 10 à 14 visites qu'elles préconisent de la part des entreprises spécialisées quant à l'entretien.

Désirant connaître l'identité d'ingénieurs indépendants ou de bureaux techniques habilités à contrôler en quelque sorte les interventions, les motivations techniques et les composantes du coût des interventions entreprises par les fabricants d'ascenseurs, la Chambre vaudoise immobilière s'est adressée à la SVIA qui lui remettra une liste des bureaux qui se seront inscrits auprès d'elle.

Les ingénieurs indépendants et les bureaux d'ingénieurs qui seraient disposés à faire ce travail de contrôle sont donc priés de s'inscrire *par écrit* auprès de la Société vaudoise des ingénieurs et des architectes, av. Jomini 8 ou case postale 944, 1004 ou 1001 Lausanne.

### Le salon des inventions de Bruxelles fusionne avec celui de Genève

Pour la première fois en novembre dernier, le Palais des Expositions de Genève abritait le Salon international des inventions et des techniques nouvelles, lequel a permis à quelque 500 titulaires de brevets provenant de 22 nations, d'entrer en contact direct avec les nombreux acheteurs venus de tous pays.

Les autorités suisses, ainsi que les ambassades et chambres de commerce étrangères avaient apporté leur appui total à cette manifestation, dont le succès a dépassé toutes prévisions. En effet, dès sa première édition, ce Salon d'inventions pouvait se comparer à celui de Bruxelles.

Ce coup d'essai était donc un coup de maître et les comités d'organisation des Salons de Bruxelles et de Genève devaient arriver à la conclusion qu'une concurrence entre leurs expositions ne pourrait qu'être néfaste aux inventeurs. Aussi ont-ils décidé, d'un commun accord, de fusionner et le choix de la ville s'est arrêté sur Genève, déjà capitale de la finance et siège de l'OMPI (Organisation mondiale de la propriété intellectuelle).

Cette fusion prenant effet immédiatement, le Salon de Bruxelles a fermé définitivement ses portes. Il est remplacé par celui de Genève, qui se tiendra à l'avenir tous les ans, et dont le prochain aura lieu du 23 novembre au 2 décembre 1973.