

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 101 (1975)  
**Heft:** 20

**Artikel:** Nouvelle méthode de moiré pour l'analyse des plaques fléchies  
**Autor:** Pedretti, Mauro / Pflug, Léopold  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-72580>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 02.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Nouvelle méthode de moiré pour l'analyse des plaques fléchies

par MAURO PEDRETTI et LÉOPOLD PFLUG, Lausanne

## Introduction

A l'occasion d'un précédent article nous avons présenté dans ces colonnes les avantages des méthodes optiques d'analyse des contraintes et des déformations : champ continu des informations, absence de perturbations inhérentes à la présence d'un enregistreur matériel en contact avec l'objet étudié, possibilité d'analyse des phénomènes rhéologiques ou transitoires.

Nous nous proposons aujourd'hui de présenter une méthode inédite destinée à l'analyse des plaques fléchies et qui permet un gain important en précision et en sensibilité par rapport aux techniques en usage.

Il nous paraît utile de rappeler tout d'abord quelques étapes de l'analyse par voie optique des plaques fléchies : dans une publication de 1940, Dantu [1]<sup>1</sup> propose d'examiner l'image d'un quadrillage réfléchi par la surface miroitée de la plaque étudiée ; l'évolution de la forme et des dimensions de ce réseau au cours de la charge permet d'établir les courbures de la pièce selon deux directions orthogonales.

Les mailles de ce réseau sont de l'ordre du 1/10 des dimensions de la plaque de sorte que la méthode nécessite le recours à la mesure très précise des mailles curvilignes présentées par l'image déformée.

Une technique différente, faisant appel cette fois au phénomène d'interférence, a été introduite en 1954 par Ligtenberg [2] ; cette méthode consiste à enregistrer deux images successives d'une trame réfléchie par la plaque analysée dans deux stades de charge.

Par rapport à la méthode de Dantu, cette façon de procéder permet un dépouillement beaucoup plus aisé des résultats ; la méthode présente donc l'avantage d'une interprétation rapide, ce qui est particulièrement utile pour les applications pratiques.

A la suite de Ligtenberg, plusieurs auteurs, en particulier Rieder-Ritter et Chiang [3, 4] ont mis au point des dispositifs destinés à augmenter la sensibilité, la précision ou encore la souplesse d'emploi de la méthode primitive.

Afin d'améliorer encore les performances de ces différents procédés, nous proposons ici une disposition inédite, particulièrement bien adaptée à l'examen des phénomènes transitoires très rapides.

Dans ce qui suit, nous commencerons par exposer le principe de la méthode proposée ici, puis nous nous attacherons à présenter de manière succincte les considérations qui permettent d'en juger la précision et la sensibilité. Ces deux paramètres nous paraissent en effet très importants pour l'ingénieur qui souhaiterait utiliser la méthode proposée ; toutefois, les développements complets qui conduisent à ces deux grandeurs sortent à notre avis du cadre du présent article. Le lecteur soucieux de suivre pas à pas les étapes du calcul complet pourra se référer à l'ouvrage [5].

<sup>1</sup> Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

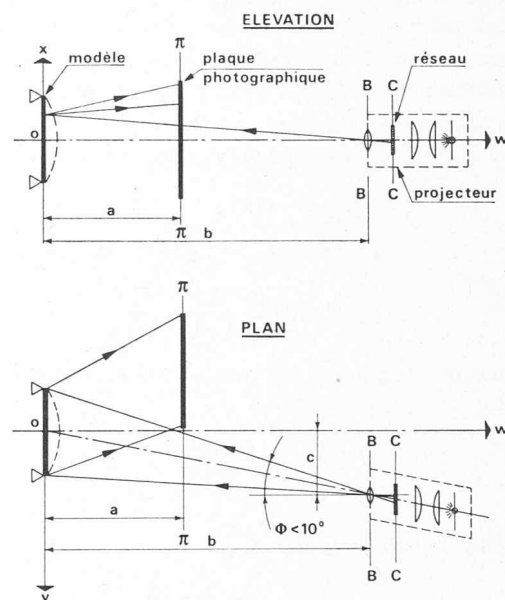


Fig. 1. — Schéma du dispositif.

## Principe de fonctionnement

La méthode utilise l'effet d'interférence qui se produit lors de la superposition des images d'un réseau réfléchi par la surface du modèle dans deux stades de charges différents.

Le dispositif est représenté à la figure 1 : un réseau de petite dimension et dont la fréquence peut s'élever jusqu'à environ 40 lignes par mm, est projeté sur un écran  $\pi-\pi$  contenant un support photosensible. Sur le trajet du faisceau lumineux est intercalé le modèle, dont la surface constitue un miroir. Pour éliminer les effets de perspective et de défocalisation dus à l'angle d'ouverture  $\varnothing$ , on place le plan image  $\pi-\pi$ , le plan pupillaire  $B-B$  et le plan objet (réseau)  $C-C$ , parallèles les uns aux autres.

Considérons maintenant un point quelconque  $N$  (fig. 2) situé sur une ligne transparente du réseau de projection  $C-C$ . Son image, après réflexion à l'endroit  $P$  de la surface non déformée du modèle, apparaîtra en  $R$  sur une

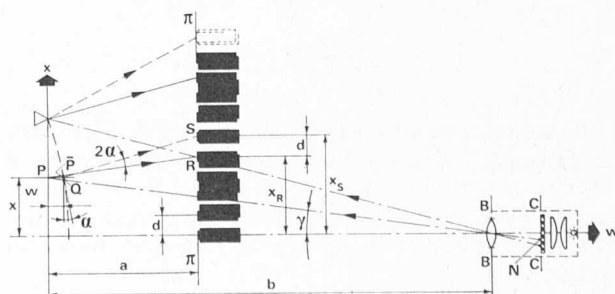


Fig. 2. — Principe de formation des franges.

ligne noire du négatif. Si maintenant nous déformons le modèle de façon telle que l'image de  $N$  réfléchi à l'endroit  $Q$  du modèle déformé apparaisse en  $S$ , avec  $x_S = x_R \pm d$ , à ce même endroit  $S$ , apparaîtra alors sur le négatif la première frange claire de moiré.

De manière analogue la  $n$ -ième frange claire de moiré passera par un point  $S$  du négatif tel que

$$x_S = x_R \pm n \cdot d$$

Le signe positif ou négatif de  $d$  dépend du signe de la courbure en ce point.

Si nous faisons maintenant appel aux hypothèses simplificatrices qui consistent à négliger l'effet du déplacement transversal  $w$  et à admettre que l'angle de pente  $\alpha$  en  $\bar{P}$  soit pratiquement égal à l'angle  $\alpha$  en  $Q$ , nous pouvons écrire :

$$x_S = x + a \operatorname{tg}(\gamma + 2\alpha)$$

$$x_R = x + a \operatorname{tg} \gamma$$

$$x_S - x_R = d = a [\operatorname{tg}(\gamma + 2\alpha) - \operatorname{tg} \gamma]$$

avec 
$$\operatorname{tg}(\gamma + 2\alpha) = \frac{\operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} 2\alpha}{1 - \operatorname{tg} \gamma \cdot \operatorname{tg} 2\alpha}$$

et en tenant compte du fait que  $\alpha \ll \gamma$  est très petit, on obtient

$$d = 2a\alpha \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma}{1 - 2\alpha \operatorname{tg} \gamma}$$

et, comme  $2\alpha \operatorname{tg} \gamma \ll 1$ ,  $\operatorname{tg} \gamma = \frac{x}{b}$

$$d \cong 2a\alpha \left[ 1 + \left( \frac{x}{b} \right)^2 \right]$$

et, si  $b$  est suffisamment grand :

$$\alpha \cong \frac{d}{2a}$$

Les lignes de moiré représentent donc, comme pour la méthode de Ligtenberg, les courbes d'égale pente de la surface déformée.

### Précision

Comme on vient de le voir, bien que la méthode proposée donne comme résultat des franges de moiré du même type que la méthode de Ligtenberg, c'est-à-dire des courbes d'égale pente de la surface du modèle, elle présente vis-à-vis de cette dernière de grandes différences en ce qui concerne le mécanisme de formation de ces franges.

Nous avons pu établir les expressions donnant la pente exacte en tout point d'une ligne de moiré.

La comparaison de ces valeurs exactes avec la valeur approchée  $\alpha \cong \frac{d}{2a}$  nous permet d'obtenir l'erreur  $\varepsilon_\alpha$  :

$$\varepsilon_\alpha = \left[ \frac{\alpha_{\text{exact}} - \alpha_{\text{approché}}}{\alpha_{\text{exact}}} \right]$$

Nous nous bornerons ici à ne mentionner que les résultats principaux résumés sous forme graphique (fig. 3a et 3b). Ces tableaux nous permettent de suivre l'erreur  $\varepsilon_\alpha$  en fonction des dimensions  $x$  et  $y$  du modèle pour un système orthonormé  $xOy$  dont l'origine  $O$  se trouve au centre du modèle.

Nous constatons que seule la distance modèle-projecteur  $b$  exerce une influence appréciable sur la précision. Pour

la distance habituellement utilisée, à savoir  $b = 4,0$  m, cette erreur reste bien au-dessous de 1 % même pour des modèles dont les dimensions sont supérieures à 40 cm.

### Sensibilité

La sensibilité peut être caractérisée par la différence de pente entre deux lignes de moiré. Algébriquement cette valeur s'exprime avec une excellente précision par le rapport  $a = \frac{d}{2\alpha}$ . Sous cette forme elle ne dépend malheureusement

que des paramètres géométriques et ne permet donc pas une discussion de la qualité des informations et des limites de la méthode.

Nous cherchons maintenant à établir une relation plus complète pour  $\alpha$  qui tienne compte également des caractéristiques optiques du système.

La loi de conjugaison des lentilles minces d'une part et la réponse impulsionnelle d'un système optique limité seulement par la diffraction [6] d'autre part nous permettent de montrer que la courbure du modèle dans l'état déformé introduit des aberrations de mise au point. Ces aberrations entraînent aux bords de la pupille un écart de chemin optique

$$\Omega = \frac{\mu^2}{\mu s (1 - \mu) \pm \frac{R}{2}} \frac{D^2}{8}$$

par rapport à la surface d'onde idéale,

où  $D$  représente le diamètre de la pupille,

$R$  le rayon de courbure du modèle déformé,

$s$  la distance totale pupille-image,

$a$  la distance modèle-image,

$\mu$  le rapport  $\frac{a}{s}$ .

Si l'on désigne par  $\nu$  la fréquence du réseau et par  $\nu_0$  la fréquence de coupure de l'objectif en éclairage incohérent, on s'aperçoit que la fonction de transfert de modulation

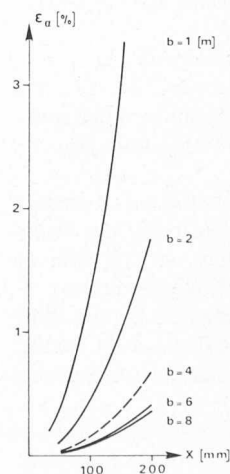


Fig. 3a

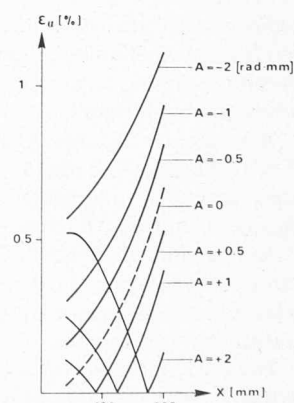


Fig. 3b

Fig. 3a. — Variation de l'erreur  $\varepsilon_\alpha$  en fonction des dimensions du modèle : le paramètre  $b$  représente la distance objetif-modèle.

Fig. 3b. — Variation de l'erreur  $\varepsilon_\alpha$  en fonction des dimensions du modèle ; le paramètre  $A$  permet de tenir compte de l'influence de  $y$  ainsi que de la pente  $\frac{\partial w}{\partial y}$ .

$$A = (c-y) \frac{\partial w}{\partial y}$$

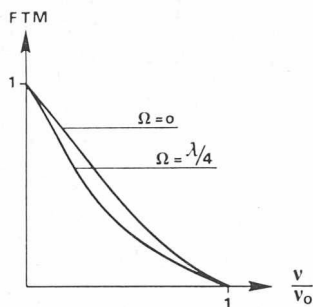


Fig. 4. — Variation de la FTM pour une pupille circulaire en fonction des aberrations de mise au point.

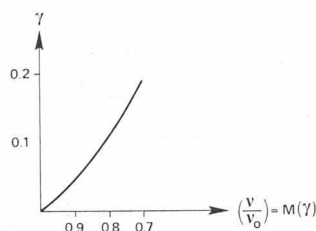


Fig. 5. — Variation du contraste en fonction du rapport  $\frac{v}{v_0}$  et pour  $\Omega \leq \frac{\lambda}{4}$ .

(FTM) d'un système optique limité par la diffraction est peu sensible aux faibles aberrations  $\Omega \leq \frac{\lambda}{4}$ , spécialement pour des fréquences  $\nu$  proches de la fréquence de coupure  $\nu_0$  (fig. 4).

Rappelons que la fréquence de coupure en éclairage incohérent et monochromatique est donnée par la relation

$$\nu_0 = \frac{D}{\lambda s}$$

où  $\lambda$  représente la longueur d'onde. Pour obtenir des images de bonne qualité, il convient de maintenir l'écart de chemin optique  $\Omega$  dû aux aberrations de mise au point inférieur à  $\Omega = \frac{\lambda}{4}$  [7]; les considérations qui précèdent permettent d'établir les variations de contraste  $\gamma$  sur le plan image en fonction du rapport  $\frac{v}{v_0}$  (fig. 5). Rappelons que le contraste est donné par la relation

$$\gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

où  $I$  représente la répartition d'intensité lumineuse sur le plan image.

Avec 
$$v = \nu_0 M(\gamma) = \frac{D}{\lambda s} M(\gamma)$$

et 
$$v = \frac{1}{d}, \quad a = \mu s, \quad \alpha = \frac{d}{2a}$$

nous pouvons enfin écrire pour l'angle de pente  $\alpha$  :

$$\alpha = \frac{\lambda}{2MD\mu}$$

où  $M$ , comme on vient de voir, représente le rapport  $\frac{v}{v_0}$  en fonction du contraste  $\gamma$  désiré et pour une aberration de mise au point  $\Omega \leq \frac{\lambda}{4}$ . Le rapport  $\frac{v}{v_0} = M(\gamma)$  dépend donc

des caractéristiques optiques du système.  $M(\gamma)$  peut varier théoriquement entre  $0 < M < 1$ . En pratique, si l'on tient compte du fait qu'un objectif n'est jamais parfaitement corrigé, que le réseau de projection n'a jamais un contraste  $\gamma = 1$  et que parfois les aberrations dues au défaut de mise au point au moment de la déformation de la plaque dépassent  $\frac{\lambda}{4}$ , il est préférable de ne pas utiliser un réseau de

fréquence trop proche de la fréquence de coupure  $\nu_0$ . Une valeur très raisonnable est donnée par  $M = 0.85$  qui correspond à un facteur de contraste  $\gamma \sim 0.1$ . A ce sujet, il est intéressant de noter que l'œil humain peut encore distinguer une ligne fine noire de contraste  $\gamma \sim 0.01$ .

Le paramètre  $\mu$  définit les caractéristiques géométriques du système et peut varier entre  $0 < \mu \leq 0.5$ ; il est choisi en fonction des dimensions du modèle, de l'écran disponible ainsi que de la précision souhaitée. Nous utilisons normalement une valeur moyenne  $\mu = 0.3$  qui correspond à une distance modèle-projecteur 2 fois supérieure à la distance modèle-écran.

Avec les valeurs  $\mu = 0.3$  et  $M = 0.85$  nous pouvons maintenant donner pour la sensibilité une relation extrêmement simple :

$$\alpha \cong 2 \frac{\lambda}{D}$$

Cette formule nous montre que le moiré de projection peut atteindre facilement une sensibilité très élevée, supérieure même à celle de l'holographie, en particulier lorsque la surface présente de nombreux changements du signe de la courbure, comme c'est le cas lors de vibrations. Il est évident qu'une comparaison directe des deux méthodes n'est pas possible puisque avec l'holographie on obtient les courbes de niveau  $w = \frac{\lambda}{2} = \text{const.}$  de la surface déformée, tandis que le moiré de projection nous donne directement les courbes d'égale pente  $\alpha = \frac{\partial w}{\partial x} = \text{const.}$  respectivement  $\beta = \frac{\partial w}{\partial y} = \text{const.}$

#### Influence de la sensibilité sur la densité des franges de moiré

Si l'on admet que l'aberration introduite au moment de la mise en charge du modèle ne dépasse pas  $\Omega = \frac{\lambda}{4}$ , on peut exprimer avec une bonne approximation le diamètre  $D$  de la pupille en fonction de la courbure de la plaque :

$$D \cong \frac{1}{\mu} \sqrt{\lambda R}$$

et, en utilisant la relation précédente, nous nous apercevons que l'angle de pente  $\alpha$  dépend aussi du rayon de courbure  $R$  de la plaque déformée

$$\alpha \cong \frac{1}{2M} \sqrt{\frac{\lambda}{R}}$$

Il est donc intéressant d'observer que la sensibilité peut devenir d'autant plus grande que les déformations du modèle sont plus petites. A la limite on aurait une sensibilité maximale pour un  $R$  infini, donc pour une plaque parfaitement plane ! Pour l'ingénieur, qui exploite les franges d'interférence en vue d'obtenir la distribution des efforts, une telle notion de la sensibilité n'est pas directement utilisable ; en effet, cette distribution des efforts sera d'autant mieux définie que le nombre de franges est plus

élevé. Nous sommes donc conduits à établir les relations entre la sensibilité, donnée par  $\alpha$ , et la densité des lignes de moiré, c'est-à-dire le nombre des franges par unité de longueur.

Pour un élément  $dx$  de la surface déformée suffisamment petit, nous pouvons admettre  $R = \text{const.}$  Dans cette région nous aurons alors

$$dn = \frac{d\alpha_1}{\alpha}$$

franges de moiré. La densité des franges peut se mettre sous la forme :

$$\left(\frac{dn}{dx}\right) = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{d\alpha_1}{dx} = \frac{1}{\alpha R} \cong \frac{2M}{\sqrt{\lambda R}}$$

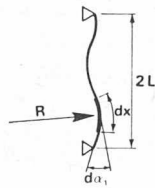


Fig. 6. — Détermination de la densité des franges.

On voit que l'utilisateur a donc avantage à augmenter dans toute la mesure du possible les déformations du modèle quand bien même cela conduit à une réduction de la sensibilité. Il va de soi que cela n'est possible que si les déformations peuvent être variées à volonté, et à condition de respecter les hypothèses de la théorie des plaques minces de Kirchoff. Ces conditions et l'expérience nous ont montré que la sensibilité optimale pour la plupart des applications pratiques se situe autour de  $\alpha \cong 10^{-4}$  rad., donc à des valeurs 10 fois plus petites que celles qu'il était possible d'obtenir jusqu'à présent avec les méthodes usuelles de moiré.

#### Eclaircissement

L'engagement de toute méthode optique destinée à l'étude des problèmes dynamiques est fortement tributaire de l'énergie lumineuse susceptible d'impressionner le matériel photographique pendant un temps très court, souvent inférieur à la microseconde. En vue d'une application du moiré aux phénomènes de propagation des ondes de choc dans les plaques, nous analyserons plus en détail l'aspect photométrique de la méthode proposée.

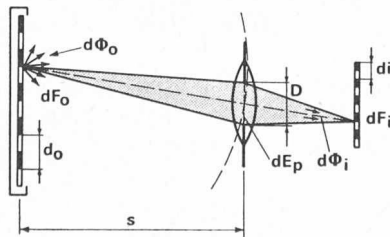


Fig. 7. — Répartition du flux lumineux dans les méthodes de moiré de réflexion usuelles.

Dans les méthodes de moiré de réflexion usuelles (fig. 7), seule une petite partie du flux lumineux  $d\Phi_0$  émis par un point-source de surface  $dF_0$  du réseau tombe sur le point conjugué  $dF_i$  du film.

Pour l'éclaircissement de la pupille par un point-source, nous avons

$$dE_p \cong \frac{d\Phi_0}{2\pi s^2} \cong \frac{d\Phi_i}{\left(\frac{D}{2}\right)^2 \pi}$$

avec les éclaircissements  $E_0$  du réseau  $E_i$  du film qui par définition sont,

$$E_0 = \frac{d\Phi_0}{dF_0}, \quad E_i = \frac{d\Phi_i}{dF_i}$$

et avec le facteur d'agrandissement  $\beta = \frac{d_0}{d_i}$  nous trouvons les relations :

$$dF_i = \frac{1}{\beta^2} dF_0$$

et

$$E_i \cong E_0 \frac{\beta^2}{8} \left(\frac{D}{s}\right)^2$$

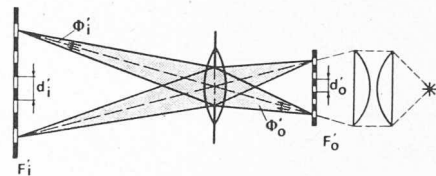


Fig. 8. — Répartition du flux lumineux dans la méthode proposée.

Pour le moiré de projection (fig. 8) par contre, le flux lumineux ne subit aucune perte.

$$\Phi'_i \cong \Phi'_0$$

avec 
$$\beta = \frac{d_0}{d_i} = \frac{d'_i}{d'_0}, \quad F'_i = \beta^2 F'_0 = F_0$$

nous avons pour les éclaircissements :

$$E'_i \cong \frac{1}{\beta^2} E'_0$$

A titre d'exemple, prenons les valeurs utilisées au cours de nos travaux, valeurs qui peuvent être considérées comme moyennes ;  $\beta = 10$ ,  $D = 20$  mm,  $s = 6.0$  m. Le gain de la méthode proposée par rapport aux méthodes usuelles est alors avec

$$\frac{E'_i}{E_i} \cong 72 \frac{E'_0}{E_0} \cong 7200 \frac{\Phi'_0}{\Phi_0}$$

de l'ordre de grandeur de 70 pour l'éclaircissement et de 7000 pour le flux lumineux.

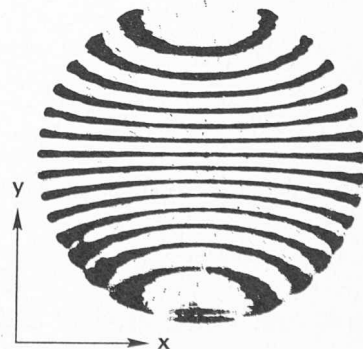


Fig. 9. — Franges de moiré donnant les courbes d'égale pente  $\frac{\partial w}{\partial y}$ .



## Exemples d'application

### 1. Essai statique

Dans ce paragraphe, nous montrerons quelques résultats obtenus grâce à l'emploi de la méthode proposée. Le premier exemple porte sur une application statique. Nous avons choisi un cas assez simple afin de pouvoir comparer les résultats avec la solution théorique. Il s'agit d'une plaque circulaire en verre soumise à une charge uniformément répartie, de rayon  $R = 108$  mm et d'épaisseur  $h = 4.5$  mm simplement appuyée sur son pourtour. Les franges de moiré sur la figure 9 représentent les courbes d'égale pente de la surface pour une charge  $q = 2.98 \cdot 10^{-4}$  kp/mm<sup>2</sup> uniformément répartie.

La distance écran-modèle était  $a = 2.0$  m et le pas du réseau  $d = 0.36$  mm. La sensibilité était donc de

$$\alpha = \frac{d}{2a} = 9 \cdot 10^{-5} \text{ radians.}$$

La distance totale écran-projecteur était  $s = 6.0$  m. L'objectif, un Apo-Ronar de longueur focale  $F = 600$  mm était diaphragmé à  $\frac{f}{32}$ .

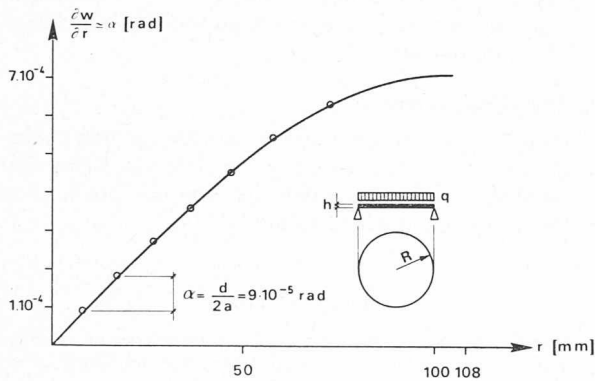


Fig. 10. — Comparaison de la pente observée avec la valeur théorique.

La courbe de la figure 10 représente la première dérivée  $\frac{\partial w}{\partial r} \cong \alpha$  calculée à partir de la théorie des plaques minces selon la relation :

$$\frac{\partial w}{\partial r} = \frac{qr}{16D} \left( \frac{3 + \nu}{1 + \nu} \right) R^2 - r^2$$

avec une rigidité à la flexion de  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = 56\,700$  kp/mm

pour un module d'élasticité  $E = 7000$  kp/mm<sup>2</sup> et un coefficient de Poisson  $\nu = 0.25$ . La flèche maximale mesurée au centre avec un comparateur et contrôlée ensuite par le calcul nous a donné la même valeur :

$$w_{\max} = \frac{(5 + \nu) q R^4}{64(1 + \nu) D} = 0.047 \text{ mm.}$$

Nous noterons en passant la coïncidence excellente entre les résultats expérimentaux dérivés des franges de moiré et les valeurs théoriques représentées en trait plein.

### 2. Essais dynamiques

A l'occasion du prochain exemple nous avons tiré parti de la possibilité d'engagement de la méthode pour l'ana-

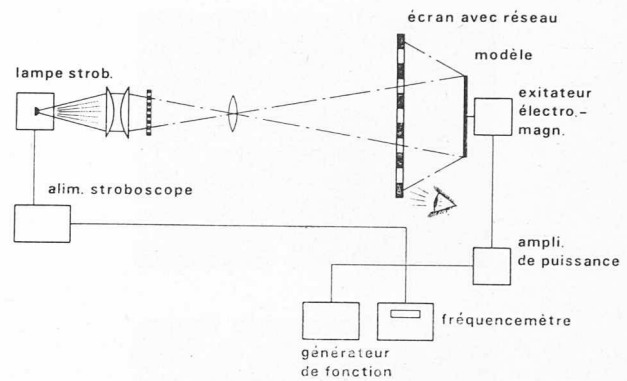


Fig. 11. — Dispositif d'enregistrement des franges lors de vibrations de flexion.

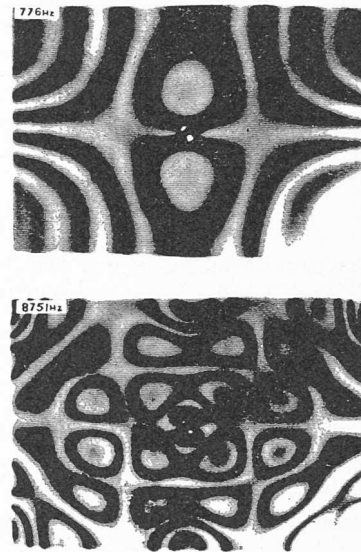


Fig. 12. — Franges de moiré donnant les courbes d'égale pente  $\frac{\partial w}{\partial x}$  pour les fréquences de 776 Hz et 8751 Hz.

lyse en temps réel. Il s'agissait en l'occurrence de déterminer les fréquences propres, les lignes d'égale pente, et les lignes antinodales d'une plaque rectangulaire. On a utilisé à cet effet un dispositif dans lequel le réseau du projecteur était illuminé par une lampe stroboscopique synchronisée avec l'excitateur du modèle (fig. 11).

Dans ces conditions, l'interférence du réseau de projection déformé issu de la plaque vibrante avec le réseau non déformé disposé sur un papier fixé à l'écran, nous donne une image stationnaire des courbes d'égale pente pour n'importe quelle fréquence de vibration du modèle. Pour trouver les différentes fréquences propres ainsi que les lignes de moiré correspondantes, nous augmentons graduellement la fréquence de vibration de la plaque tout en regardant sur l'écran l'aspect des franges de moiré. Lorsqu'on arrive à proximité d'une fréquence de résonance, la déformée du modèle change brusquement de forme ce qui est très bien visible sur l'écran. La figure 12 nous montre par exemple les franges de moiré obtenues pour deux fréquences propres d'une plaque rectangulaire en verre de 18 cm de long, 13 cm de haut et 1,2 mm d'épaisseur. Elle était fixée au centre sur un excitateur électromagnétique, les bords par contre étaient libres. Afin d'éviter la destruction du modèle à l'instant où il entre en résonance, on a avantage à régler la puissance de l'excitateur avec précaution. Pour cette raison et en tenant compte de la fragi-

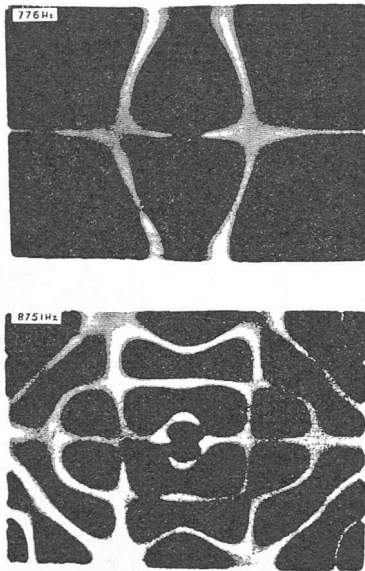


Fig. 13. — Franges de moiré donnant les lignes antinodales ( $\frac{\partial w}{\partial y} = 0$ ) pour 776 Hz et 8751 Hz.

lité de la plaque nous avons préféré maintenir les déformations très petites ; de l'ordre de quelques microns pour les fréquences les plus hautes.

Pour obtenir les lignes antinodales nous n'avons plus besoin d'une source stroboscopique. Il suffit de projeter un réseau ordinaire de fréquence suffisamment élevée pendant la vibration de la plaque et pendant un temps assez long pour sensibiliser le papier photographique. A ce moment nous n'aurons une image nette du réseau que pour les points du modèle qui pendant la vibration admettent constamment la même pente, c'est-à-dire  $\frac{\partial w}{\partial y} \equiv 0$ .

La figure 13 ci-dessus nous montre les lignes antinodales pour la plaque examinée précédemment. Nous étions limités par les caractéristiques du système d'excitation à des fréquences inférieures à 10 kHz, mais en principe rien n'empêche l'étude du comportement de plaques quelconques à des fréquences plus élevées. A ce sujet on pourrait par exemple utiliser des excitateurs piézo-électriques qui grâce à leurs faibles dimensions permettraient aussi une sollicitation simultanée en différents points du modèle.

## Conclusions

En résumé, la méthode proposée nous paraît offrir les avantages suivants :

### 1. Une grande sensibilité

La différence de pente entre deux lignes de moiré vaut environ

$$\alpha \cong 2 \frac{\lambda}{D}$$

soit environ  $10^{-4}$  radians pour les applications courantes. Cette sensibilité permet d'obtenir la distribution des efforts

dans une plaque dont la déformation est de l'ordre de quelques microns.

### 2. Un excellent rendement lumineux

Avec un flux lumineux disponible au niveau du film nettement supérieur aux méthodes connues (gain d'un facteur 7000), la méthode proposée pourra être engagée de manière aisée pour l'examen des phénomènes non-stationnaires, notamment pour l'analyse de la propagation des ondes de choc dans les plaques métalliques pour lesquelles la durée d'exposition maximale doit être inférieure à la microseconde.

### 3. Une grande souplesse d'utilisation

Le dispositif de mesure permet d'adapter facilement la méthode à des problèmes très divers. On pourra notamment :

- Varier la sensibilité et la précision en fonction des dimensions et des déformations du modèle.
- Utiliser les différentes techniques de superposition d'états de déformations fictives qui nous permettent par exemple de déterminer le signe de la courbure dans des cas très compliqués
- Travailler en temps réel, c'est-à-dire voir directement sur l'écran les franges de moiré en fonction des sollicitations du modèle.

### 4. Une grande simplicité

La majorité des essais courants ne nécessite que l'engagement de moyens forts simples et peu onéreux. L'installation se réduit à un système de projection utilisant un bon objectif de grande longueur focale.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] DANTU, P. : *Recherches diverses d'extensométrie et de détermination des contraintes*. Extrait de *Analyse des Contraintes*, Tome II, N° 2.
- [2] LIGHTENBERG, F. K. : *The moiré method, a new experimental method for the determination of moments in small slab models*. Proc. Soc. exp. Stress Anal. 12 (1954/55), Nr. 2, pp. 83/98.
- [3] RIEDER, G., RITTER, R. : *Krümmungsmessung an belasteten Platten nach dem Lichtenbergschen Moiré-Verfahren*. Forsch. Ing.-Wes. 31 (1965), Nr. 2.
- [4] CHIANG, Fu-pen, RANGANAYAKAMMA : *Mismatches applied to Lichtenberg's reflective Moiré Method*. Journal of Strain Analysis, Vol. 8, No. 1 (1973).  
CHIANG, Fu-pen : *Determination of Signs in Moiré Method*. Journal Engineering Mechanics Division ASCE, Vol. 95, pp. 1379-91 (1969).
- [5] PEDRETTI, Mauro : *Nouvelle méthode de moiré pour l'analyse des plaques fléchies*. Thèse présentée au Département de Génie civil de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Suisse (1974).
- [6] GOODMAN, J. W. : *Introduction à l'optique de Fourier et à l'holographie*. (1972), Masson et Cie, Paris.
- [7] MARÉCHAL, Françon : *Diffraction structure des images*. (1970), Masson et Cie, Paris.

Adresse des auteurs :

Mauro Pedretti, D<sup>r</sup> ès sc. tech.  
Léopold Pflug, professeur de mécanique appliquée au génie civil,  
Ecole polytechnique fédérale  
13, av. Mon-Loisir, 1006 Lausanne