

Zeitschrift: Bauen + Wohnen = Construction + habitation = Building + home : internationale Zeitschrift

Herausgeber: Bauen + Wohnen

Band: 21 (1967)

Heft: 2

Artikel: Hyperbolisches Paraboloid und Faltwerk = Parabolöide hyperbolique et repli = Hyperbolic paraboloid and folded structure

Autor: Lagerpusch, Siegfried

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-332821>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Hyperbolisches Paraboloid und Falwerk

Paraboloïde hyperbolique et repli
Hyperbolic paraboloid and folded structure
(Zum Patent angemeldet.)

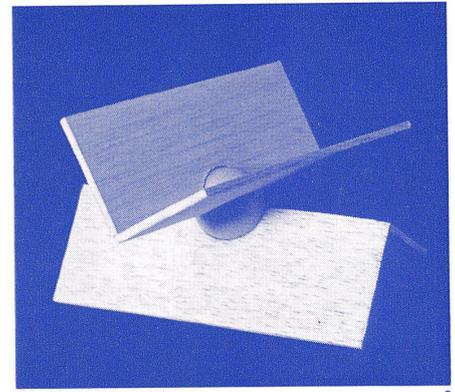
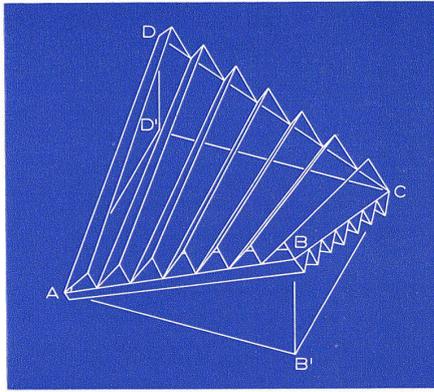


Abbildung 1 stellt eine neuartige Bauform dar, die aus der überraschenden Verbindung von zwei den Konstrukteuren geläufigen Bauformen entsteht.

Bekannt ist das Falwerk; bekannt ist auch das hyperbolische Paraboloid (hP)

und seine geometrische Deutung als Regelfläche, und zwar als zweifache Regelfläche: es wird von zwei sich kreuzenden Scharen gerader Erzeugender gebildet.

Bei der abgebildeten neuen Bauform liegen zwei Falwerke kreuzweise so übereinander, daß ihre Faltebenen mit solchen geraden Erzeugenden eines hP zusammenfallen. Sie bilden ein Raumgitter aus Faltebenen, das in der Fläche eines hP liegt.

An den Kreuzungspunkten der Faltebenen berühren sich die beiden Falwerke punktförmig: Abbildung 2.

Zwei Falwerke umschreiben die doppelt gekrümmte Fläche eines hP, ohne daß sich ihre Faltebenen verwinden.

Die geometrischen Voraussetzungen dafür zeigt das Modell in Abbildung 3 auf:

Das hP hat einen quadratischen Grundriß. Die Leitgeraden haben dieselbe Steigung und sind in fünf gleiche Abschnitte unterteilt.

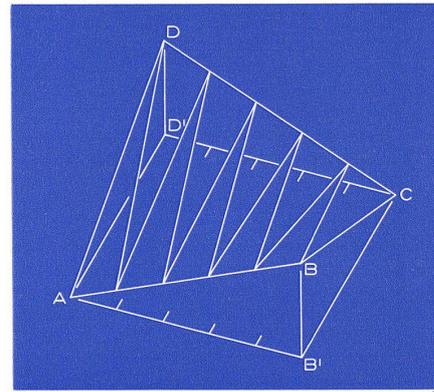
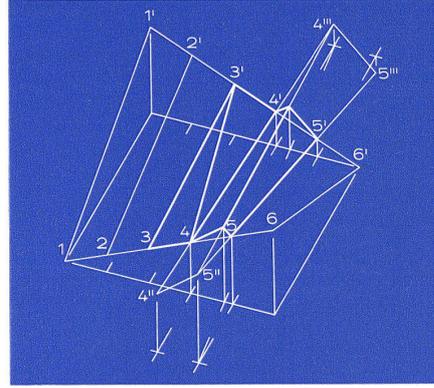
Die sich entsprechenden Teilungspunkte sind geradlinig miteinander verbunden. Diese Verbindungslinien sind gerade Erzeugende eines hP. Die Felder, die sie mit den Leitgeradenabschnitten zusammen umgrenzen, sind Teile der doppelt gekrümmten hP-Fläche.

Im Viereck 33'4'4 ist die Diagonale zwischen den höher gelegenen Teilungspunkten 3' und 4' gezogen.

Zwei leicht gegeneinander geneigte Dreiecke entstehen. Sie bilden ein Faltelement über der hP-Fläche, das sich in den geraden Erzeugenden auf ihr abstützt.

Eine zweite Möglichkeit ergibt die Verbindungslinie zwischen den tiefer gelegenen Diagonalpunkten. Dann entsteht an den geraden Erzeugenden ein von der hP-Fläche abgehängtes Faltelement.

Beim zweiten Faltelement über dem Viereck 44'5'5' liegen die Diagonalpunkte auf der verlängerten geraden Erzeugenden außerhalb des hP-Ausschnitts. Sie lassen sich unabhängig voneinander beliebig festlegen. Dadurch ist es möglich, über demselben hP-



1 Zwei Falwerke liegen kreuzweise übereinander. Ihre Faltebenen fallen mit den geraden Erzeugenden eines hP zusammen.

Deux replis en croix superposés l'un à l'autre. Les gorges coïncident avec les génératrices droites d'un hP.

Two folds placed crosswise one over the other. Their grooves coincide with the straight generatrices of an hP.

2 An den Kreuzungspunkten ihrer Faltebenen berühren sich die beiden Falwerke punktförmig.

A l'intersection de leur rainure, les deux replis se touchent sur une surface ponctuelle.

At the intersection of their grooves the two folds meet in pin-points.

3 Zwei Faltelemente umschreiben die doppelt gekrümmte Fläche des hP, ohne daß sich ihre Faltebenen verwinden.

Deux éléments de replis circonscrivent la surface doublement courbée du hP sans que leurs bandes se gauchissent.

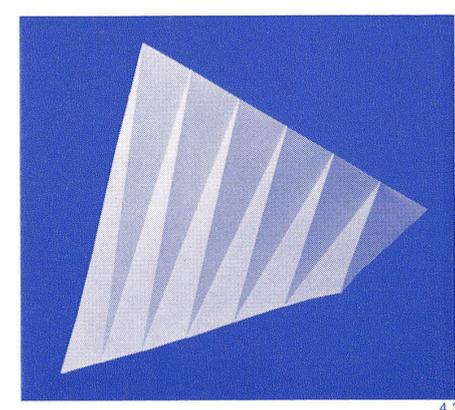
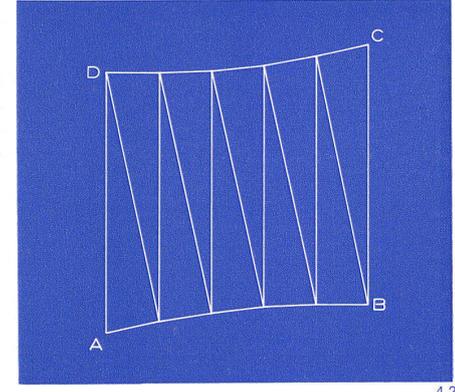
Two fold elements circumscribe the twofold curved surface of the hP without causing distortion of their strips.

4.1 Die Auffaltung über den Feldern läuft an der Leitgeraden des hP auf Null aus.

Le dépliage à travers les champs aboutit sur la directrice de hP à zéro.

The unfolding across the fields ends at the directrix of the hP at zero.

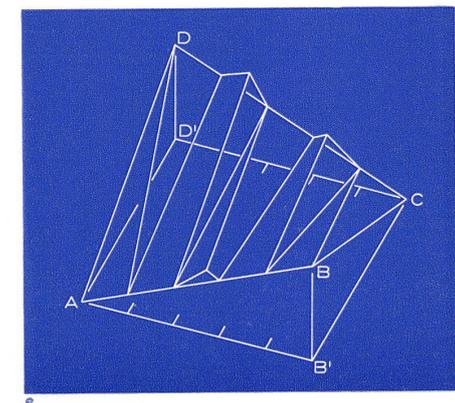
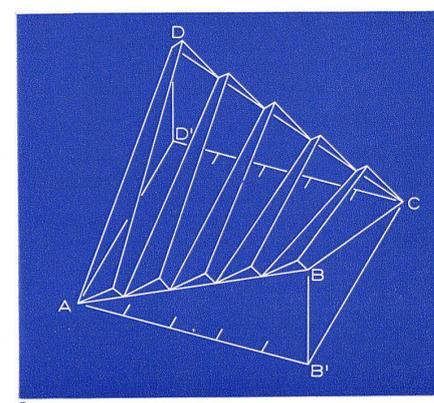
4.2 Abwicklung des Falterkes 4.1. Déroulement des replis 4.1. Unfolding of the folds 4.1.

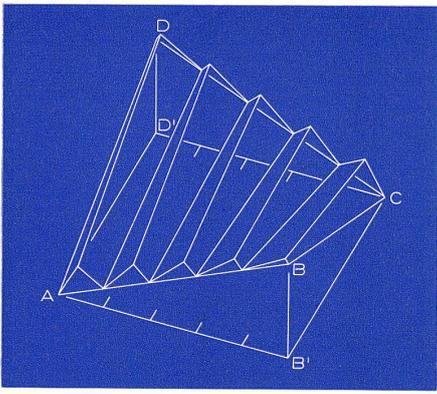


4.3 Modellaufnahme des Falterkes vom Typ 4.1. Rendu architectural des replis du type 4.1. Model view of fold of type 4.1.

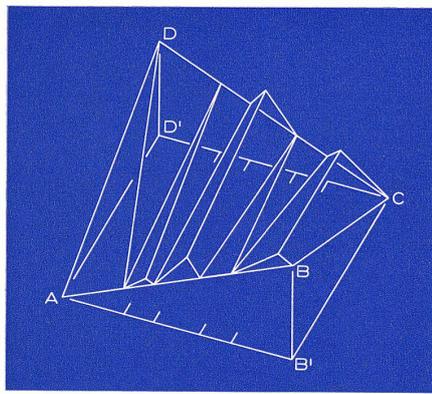
5 Die Auffaltung ist über allen Abschnitten der beiden Leitgeraden gleich groß. Le dépliage est de même valeur au-dessus de toutes les sections des deux directrices. The unfolding is of the same value over all sections of the directrix.

6 Die Auffaltung ist über den Leitgeradenabschnitten unterschiedlich hoch, teilweise gleich Null. Le dépliage est de hauteur différente au-dessus des sections de directrices, partiellement la hauteur est égale à zéro. The unfolding is of different height above the directrix sections, partially it is equal to zero.

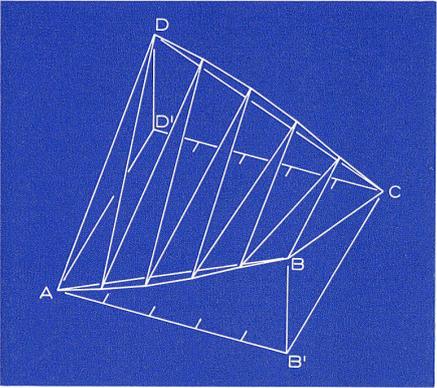




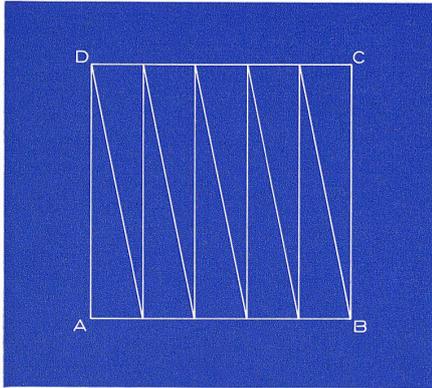
7



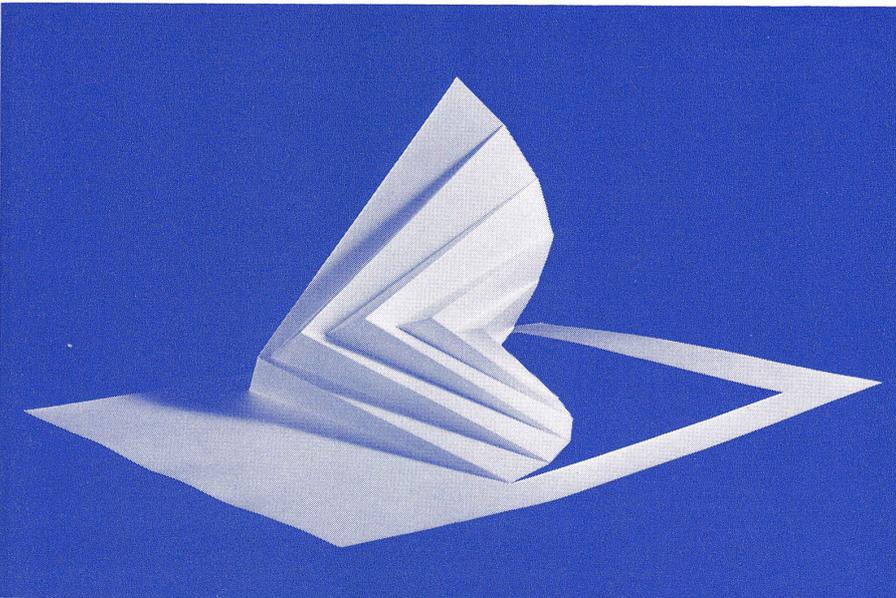
8



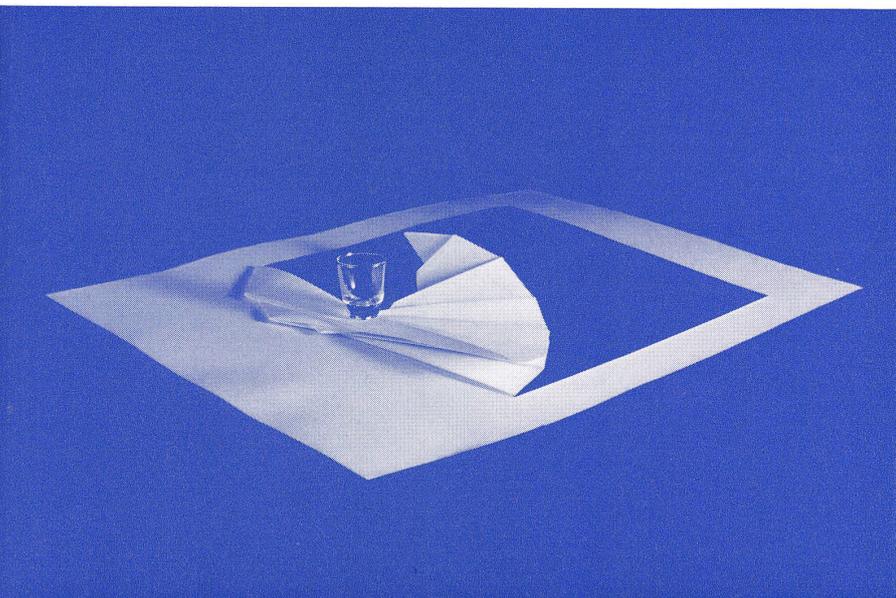
9.1



9.2



10.1



10.2

Feld die unterschiedlichsten Faltelemente zu errichten.

Der diagonale Faltrat kann als Durchdringungslinie zweier Ebenen angesehen werden, die von den geraden Erzeugenden ausgehen und um sie schwenkbar sind.

Die einzelnen Faltelemente können so entworfen werden, wie das gewünschte Falterwerk es erfordert. In den Abbildungen 4 bis 7 sind Beispiele dafür zu finden. Dabei kann das hP auch in unterschiedlich breite Felder unterteilt sein: Abbildung 8.

Das Falterwerk in Abbildung 9.1 besteht aus fünf gleichen Faltelementen. Das kann in der Praxis vorteilhaft sein bei der Vorfertigung der Bauteile.

Die Auffaltung nimmt über den beiden Leitgeraden zur Mitte hin regelmäßig, jedoch gering zu. Die geraden Erzeugenden haben untereinander die gleiche Länge, und der hP-Ausschnitt läßt sich nicht mehr von den Leitgeraden begrenzen, sondern von zwei Raumkurven (Polygonzügen).

Die Abwicklung dieses Falterwerks erweist sich als Rechteck, das in gleich breite Streifen unterteilt ist: Abbildung 9.2.

In der Abwicklung bilden die Falstreifen eine zusammenhängende Fläche. Das ist bezeichnend für die bisher erwähnten Falterwerke, denn sie lassen sich wie der Balg einer Ziehharmonika glätten und auch völlig zusammendrücken. Diese »Ziehharmonikafaltungen« (Abbildung 10) unterscheiden sich von einer anderen Gruppe, bei der sich die Faltungen weder glätten noch zusammensetzen lassen, ohne daß sich die Falstreifen voneinander losreißen.

Diese anderen Faltungen können aus einer vorgegebenen Tafel nur mit Verschnitt hergestellt werden: Abbildung 11.

Die Kunst, ein hP mit ebenen Tafeln einzudecken, könnte also darin bestehen, im Rahmen der technischen Gegebenheiten (Tafel- und Falzmaschinengröße sind begrenzt) weitgehend mit den Material und Falzstege spendenden Ziehharmonikafaltungen auszukommen: Abbildungen 12 bis 15. Grundsätzlich läßt sich feststellen, daß jedes hP (übrigens auch jedes einmantlige und elliptische Rotations-Hyperboloid) mit einer regel- oder unregelmäßig gefalteten Ebene umfahren werden kann.

Die Möglichkeiten für den Entwurf solcher Falterwerke sind vielfältig, denn das hP kann mehr oder weniger stark gekrümmt sein (Abbildungen 16 und 18),

der hP-Ausschnitt mag geradlinig begrenzt sein oder gekurvt, die Auswahl der geraden

7

Die Auffaltung ist über der Leitgeraden unterschiedlich groß, und zwar vergrößert sie sich stufenweise von den Hoch- zu den Tiefpunkten.

Le dépliage est de différentes valeurs au-dessus de la directrice; ces valeurs augmentent graduellement depuis les points élevés et les points bas.

The unfolding is of different value over the directrix; it increases gradually from the high points to the low points.

8

Unterschiedliche Auffaltung über einem hP mit verschieden breiten Feldern.

Dépliage différent au-dessus d'un hP avec des champs de largeurs différentes.

Various unfoldings over an hP with fields of various widths.

9.1

Ein aus fünf gleichartigen Faltelementen zusammengesetztes Falterwerk.

Un repli combiné de cinq éléments semblables.

Folds composed of five similar elements.

9.2

Abwicklung des Falterwerks 9.1.

Déroulement du repli 9.1.

Unfolding of folds 9.1.

10.1

Eine »Ziehharmonikafaltung«, die sich glätten und auch völlig zusammendrücken läßt.

Replis en accordéon pouvant être lissés et comprimés entièrement.

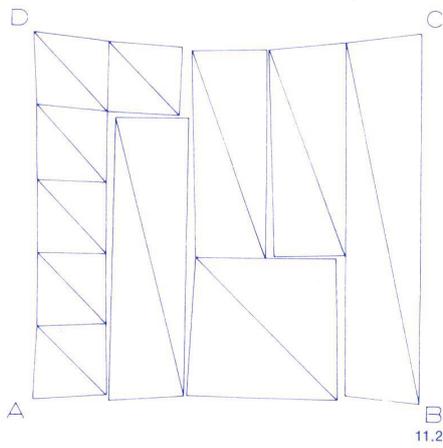
An accordion fold, which can be ironed out and also completely squeezed together.

10.2

Belastungsprobe.

Essai de charge.

Loading test.



Erzeugenden, auf die sich das Faltnetz beziehen soll, steht frei, ebenso die Lage der Faltrinne über den hP-Feldern.

Wenn die Ziehharmonikafaltung als selbsttragende Bauform verwendet werden soll, muß sie vor Formveränderungen bewahrt werden.

Hier wirkt sich besonders vorteilhaft aus, daß das hP eine zweifache Regelfläche ist: es läßt sich zu jedem dieser Faltnetze ein Gegenstück entwerfen, das sich auf die zweite Schar der geraden Erzeugenden bezieht und dieselbe hP-Fläche von der anderen unteren Seite umschreibt. Faltnetz und Gegenfaltnetz laufen kreuzweise und berühren sich an den Kreuzungspunkten ihrer Faltrinnen: Abbildung 17.1.

Wenn sie an diesen Berührungspunkten kraftschlüssig miteinander verbunden werden, ist für die Formsicherung beider Faltnetze gesorgt (Abbildung 17.2) und ein zweisechliges hP mit einer für die geringe Tafelstärke erstaunlichen Biegesteifigkeit gewonnen.

Das Widerstandsmoment der Faltelemente kann mit den angeführten Möglichkeiten ihrer Auffaltung über der hP-Fläche verändert werden. Welche Bedeutung das für das Tragverhalten dieses hPs hat, wird bei der Betrachtung zweier extremer Fälle deutlich.

Fall 1:

Das räumliche Tragwerk, das auf seinen Tiefpunkten aufgelagert wird, hat eine möglichst niedrig gehaltene Auffaltung. Nach der Membrantheorie kann gesagt werden, daß die Kräfte aus der Schale zu deren Rändern hinwandern, um dort in den erforderlichen Randgliedern gesammelt und zu den Auflagerpunkten abgeleitet zu werden, die vertikale und horizontale Kräfte aufnehmen können müssen. Der Kräftefluß innerhalb der Schale ist weitgehend von der Ausbildung des Randgliedes abhängig.

Fall 2:

Alle Faltelemente haben eine große Falthöhe.

Fall 2.1:

Die Auflager können vertikale, jedoch keine horizontalen Kräfte aufnehmen.

Zwischen den Auflagern wird ein gekrümmter Träger auf zwei Stützen wirksam, der das erforderliche Widerstandsmoment besitzt.

11.1

Aus einer vorgegebenen Tafel mit Verschnitt hergestelltes Faltnetzwerk.

Replis faits avec une plaque avec coupure.

Folds produced with a cut out panel.

11.2

Abwicklung des Faltnetzes 11.1.

Déroulement du repli 11.1.

Unfolding of folds 11.1.

12

Zwei »Ziehharmonikafaltungen« über einer hP-Fläche.

Deux replis en accordéon sur une surface hP.

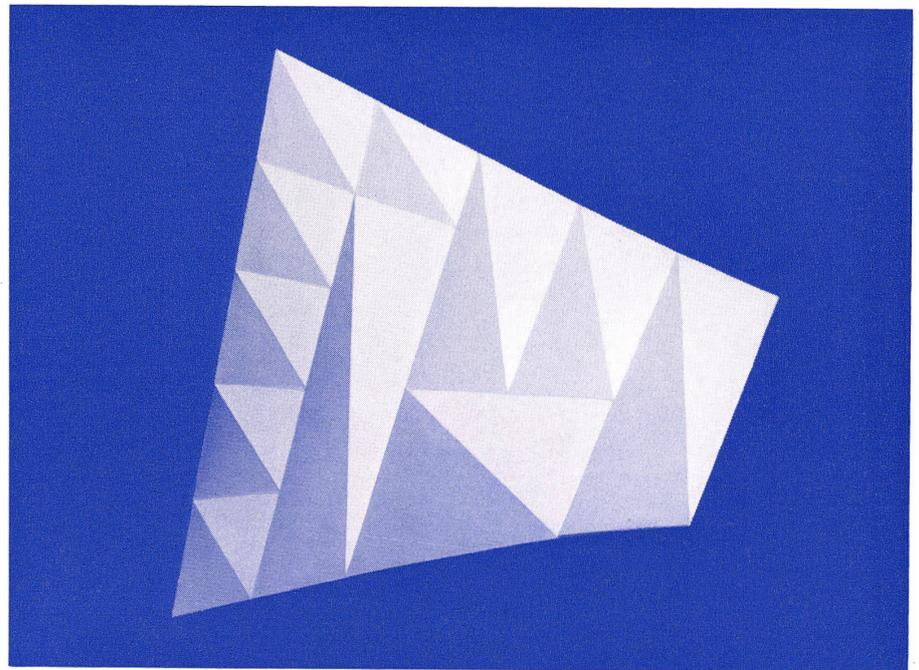
Two accordion folds on an hP surface.

13

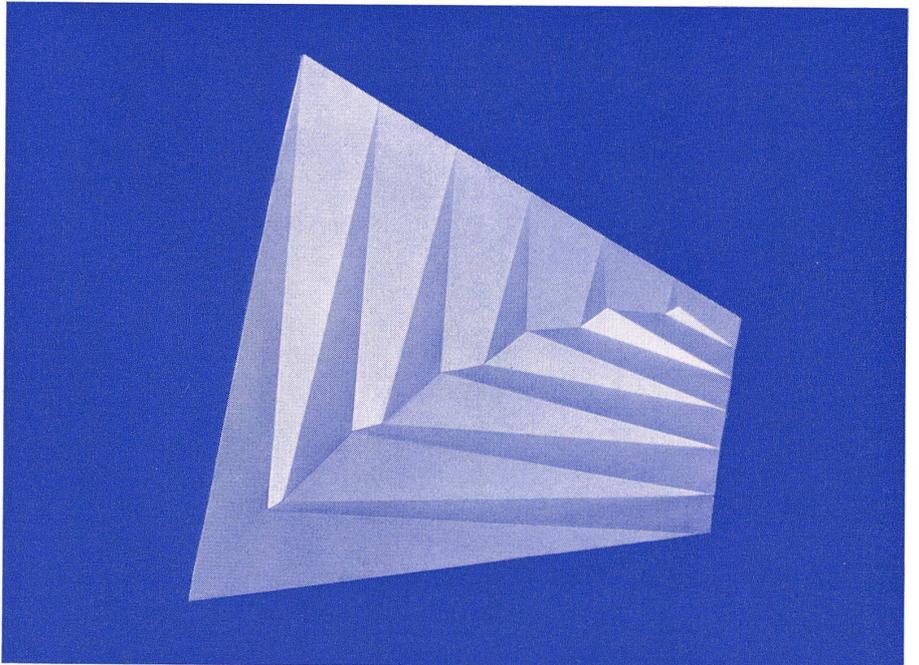
Vier »Ziehharmonikafaltungen« über einer hP-Fläche.

Quatre replis en accordéon sur une surface hP.

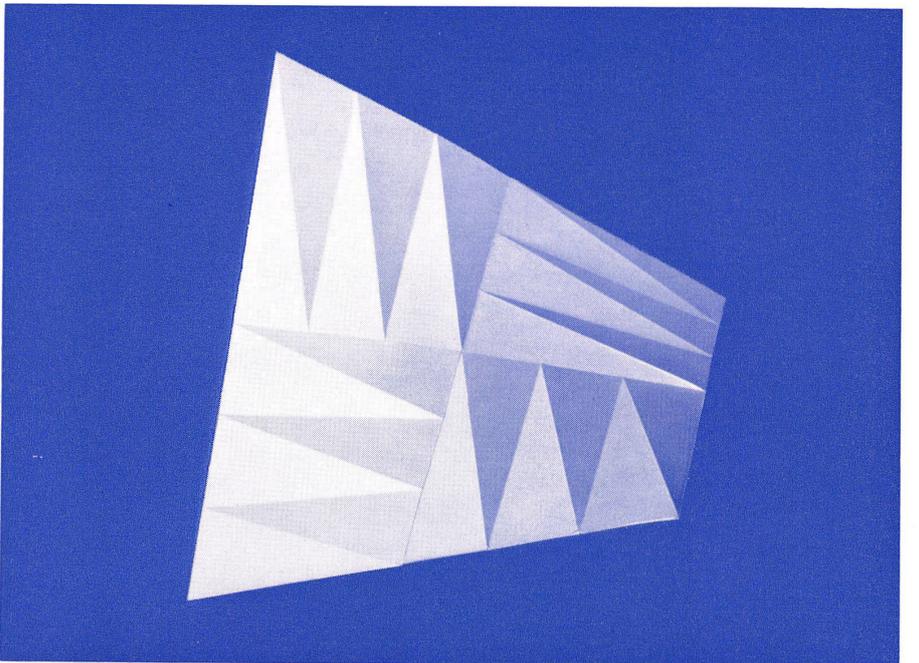
Four accordion folds on an hP surface.



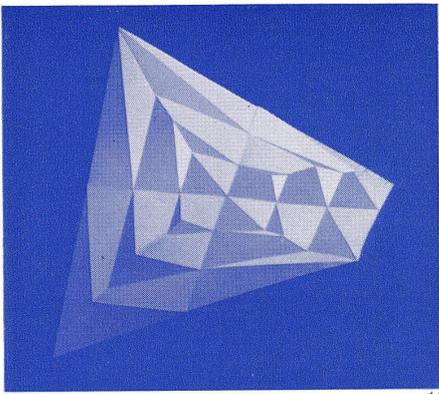
11.1



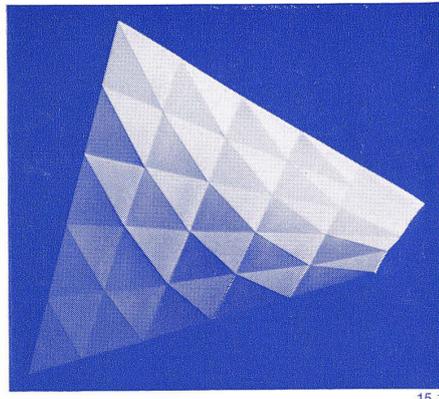
12



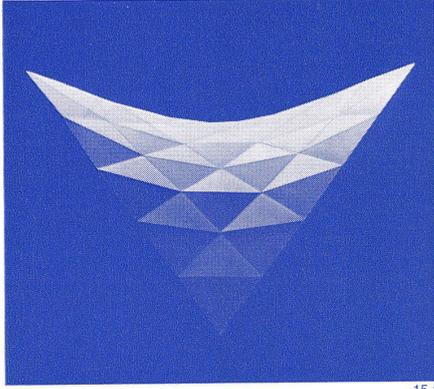
13



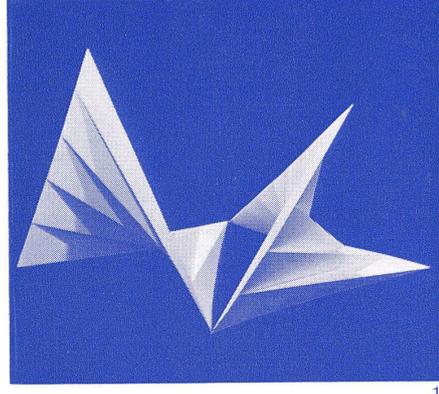
14



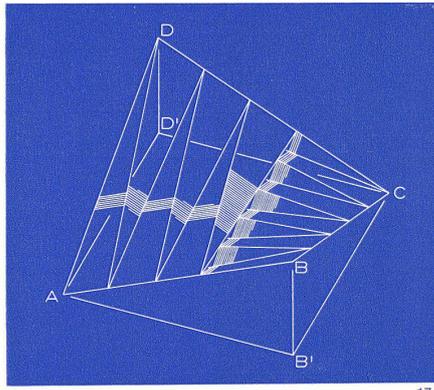
15.1



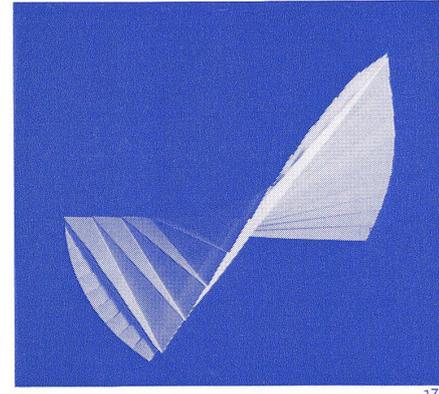
15.2



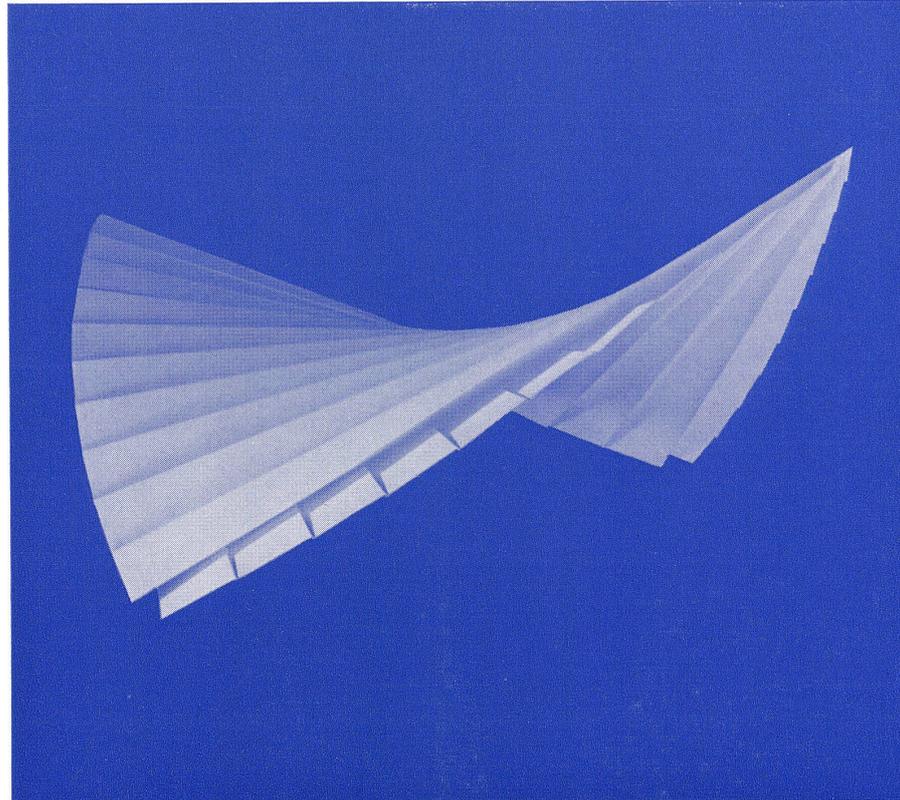
16



17.1



17.2



18

Das übrige Feld des hPs krägt zu beiden Seiten des gekrümmten Trägers aus.
Die Schalenwirkung geht bei dieser Auflagerung verloren, wie sie ebenfalls bei einer allseitigen Auflagerung verlorengehen würde.

Fall 2.2:

Die Auflager können vertikale und horizontale Kräfte aufnehmen.

In Richtung der Druckparabel werden die Kräfte als Längskräfte über einen breiten Bogen abgeleitet.

Das übrige hP-Feld krägt zu beiden Seiten des Gewölbbestreifens aus.

Das vorhandene Widerstandsmoment aus Fall 2.1 wird kaum ausgenutzt.

Fall 2.3:

Die Auflager können vertikale und bedingt horizontale Kräfte aufnehmen.

In Richtung der Druckparabel werden die Kräfte zum Teil als Längskräfte, zum übrigen Teil als Biegekräfte abgeleitet.

Das vorhandene Widerstandsmoment muß also zum Teil zur Ableitung der Kräfte herangezogen werden. Das Tragverhalten kann als Zwischenstufe von 2.1 und 2.2 angesehen werden.

Das vorhandene Widerstandsmoment könnte auf die erforderliche Größe herabgesetzt werden.

In allen drei Fällen 2 ist ein Randglied nicht mehr erforderlich, da nur ein geringer Teil der Kräfte über den Rand zu den Auflagern abgeleitet wird.

Das ist das Neue an dieser Konstruktion.

War es bisher möglich, den Kräftefluß innerhalb der Schale durch die Ausbildung des Randgliedes zu beeinflussen, so ist es jetzt über die Auffaltung und im Einklang damit durch die Auflagerbedingungen möglich.

Auf die Ausbildung eines Randgliedes kann verzichtet werden: Abbildung 18.

Das Zusammenspiel von Schalenwirkung und Faltwerkswirkung wird sich gestalterisch auf die Ausbildung der Widerlager auswirken, da es die Richtung der resultierenden Auflagerkraft bestimmt.

Statisch gesehen liegt die Stärke dieser Konstruktion zweifellos im Bereich der flachen Schalen, die wegen ihrer starken Neigung zum Ausbeulen bisher schwierig zu bauen waren.

Der praktische Vorteil dieser Konstruktion liegt in der einfachen Herstellungsmöglichkeit räumlich gekrümmter Tragwerke aus Ebenen, wie Blech- und Sperrholztäfel.

14

Acht »Ziehharmonikafaltungen« über einer hP-Fläche.
Huit replis en accordéon sur une surface hP.
Eight accordion folds on an hP surface.

15.1

Anwendungsbeispiel.
Exemple d'application.
Example of application.

15.2

Anwendungsbeispiel.
Exemple d'application.
Example of application.

16

Faltwerk über stark gekrümmten hP's.
Replis sur hP fortement recourbés.
Folds on highly curved hPs.

17.1

Faltwerk und Gegenfaltwerk berühren sich an den Kreuzungspunkten ihrer Faltkehlen.
Repli et contre-repli se rencontrent aux points de croisement de leurs gorges.
Folds and counter-folds in contact at the intersection points of their grooves.

17.2

... und steifen sich gegenseitig aus.
... se raidissant l'un l'autre.
... reinforcing one another.

18

Hyperbolisches Paraboloid aus zwei sich kreuzenden Faltwerken.
Paraboloïde hyperbolique avec deux replis croisés.
Hyperbolic paraboloid composed of two intersecting folds.