

Zeitschrift: Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri

Herausgeber: Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe

Band: 46 (1968)

Heft: 8

Artikel: Zwei Operations-Research-Probleme aus dem PTT-Betrieb = Deux problèmes de recherche opérationnelle intéressant les PTT

Autor: Wettstein, Jörg / Scheidegger, Guido

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-875668>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Zwei Operations-Research-Probleme aus dem PTT-Betrieb

Deux problèmes de recherche opérationnelle intéressant les PTT

Jürg WETTSTEIN und Guido SCHEIDEGGER, Bern

656.860; 65.012.122(494)
658.7: 65.012.122

Zusammenfassung. Die Methoden des Operations Research fassen auf allen Gebieten immer weiter Fuss und werden auch in den PTT-Betrieben vermehrt bei der Entscheidungsvorbereitung eingesetzt. Der vorliegende Artikel greift zwei Beispiele heraus, wo mathematische Methoden bei der Lösung eines Problems herangezogen wurden. Bei den Postdiensten musste die optimale Konstellation von Postverarbeitungscentren im Blick auf die Minimierung der Gesamtkosten bestimmt werden. Bei den Fernmeldediensten suchte man nach einem Beschaffungs- und Verteilungsplan von Holzstangen, der sowohl die Transport- als auch die Beschaffungskosten reduziert.

Résumé. Les méthodes de la recherche opérationnelle s'étendent à des domaines de plus en plus nombreux et sont appliquées de manière toujours plus large dans les services des PTT pour préparer les décisions à prendre. Le présent article cite deux cas dans lesquels le problème posé a été résolu grâce à des méthodes mathématiques. Dans les services postaux, il s'agissait de déterminer la constellation optimale des centres de traitement des envois en vue de réduire les frais totaux. Dans les services des télécommunications, on désirait établir un plan d'achat et de répartition des poteaux permettant de diminuer les frais d'achat et de transport.

Due problemi d'indagine sulla gestione d'impresa nell'ambito delle PTT

Riassunto. I metodi d'indagine sulla gestione d'impresa si affermano in ogni campo, si estendono viepiù e trovano sempre maggiormente applicazione anche presso l'azienda delle PTT quando trattasi di preparare decisioni. Il presente articolo cita due problemi i quali vennero risolti con l'ausilio di metodi matematici. Nei servizi postali si trattò di stabilire la rete più confacente di centri di distribuzione al fine di ridurre al minimo il totale dei costi. Presso i servizi delle telecomunicazioni si cercò un piano d'acquisto e di distribuzione dei pali il quale permettesse una riduzione dei costi, tanto per i trasporti, quanto per l'acquisto.

1. Zentrenbildung bei den Postdiensten

1.1 Formulierung des Problems

Ständige Verkehrszunahme und anhaltender Personal-mangel zwingen zu einer gründlichen Überprüfung der heutigen Organisation bei den Postdiensten und zur Suche nach Rationalisierungsmöglichkeiten. Dabei können aber Einzelmassnahmen kaum zu einer befriedigenden Lösung des ganzen Problemkomplexes führen, sondern nur eine tiefgreifende Studie zum Zweck der Schaffung einer neuen Betriebsform wird zu erfreulichen Ergebnissen verhelfen. Für dieses Vorgehen sprechen auch das Schnellgutkonzept der SBB und die Einführung des Postleitzahlensystems, die eine umfassende Abklärung unerlässlich machen, und auch die Empfehlungen der englischen Expertise weisen in diese Richtung.

Bei den Untersuchungen wird man vor allem zwei Tendenzen ins Auge fassen müssen, die sich bereits seit längerer Zeit abzeichnen und nun im Zusammenhang mit der neuen Problemstellung richtig ans Tageslicht gerückt sind:

a) Die immer ausgeprägteren Schwerpunkte in Handel und Industrie wie auch in Wohnagglomerationen werden unvermeidlich eine gewisse Industrialisierung im Postbetrieb mit sich bringen. Diese Industrialisierung kann zur angestrebten und notwendigen Rationalisierung beitragen, wenn sie schon von Anfang an durch eine auf das Ganze gerichtete Planung wirksam gefördert und zielstrebig gesteuert wird.

Der Schaffung von *Postverarbeitungscentren*, die unter Einsatz neuzeitlicher technischer Hilfsmittel das anfallende Postgut schnell und rationell verarbeiten können, wird man nicht mehr aus dem Weg gehen können. Um

1. Formation de centres pour les services postaux

1.1 Présentation du problème

L'augmentation constante du trafic et le manque continu de personnel forcent à une étude fondamentale de l'organisation actuelle des services postaux pour la recherche de moyens de rationalisation. Des mesures partielles ne conduiraient pas à une solution satisfaisante de tout ce complexe; par contre, une étude en profondeur permettra de réaliser une nouvelle forme d'exploitation avec des résultats satisfaisants. Le nouveau système de transport des messageries des CFF et l'introduction des numéros postaux, qui facilitent grandement le travail, parlent en faveur de cette méthode. Les recommandations de l'expertise anglaise nous amènent également dans cette voie.

Lors des enquêtes, on devra prendre en considération deux tendances qui se dessinent depuis longtemps et sont apparues clairement seulement en rapport avec ce nouveau problème.

a) Les centres de gravité toujours plus marqués dans le commerce et l'industrie ainsi que dans les agglomérations d'habitations provoquent inévitablement une certaine industrialisation de l'exploitation postale. Cette industrialisation peut participer à la rationalisation forcée et nécessaire dans la mesure où, dès le début déjà, elle est dirigée par une planification complète de l'ensemble.

La création de *centres de tri postaux* qui puissent avec de nouveaux moyens techniques travailler d'une manière rapide et rationnelle nous conduira dans cette voie. Pour élever le niveau d'utilisation de ces centres, il est nécessaire de diviser la Suisse en plusieurs régions et de répartir le trafic dans des centres régionaux. Une

jedoch den Ausnützungsgrad der in solchen Zentren installierten Anlagen möglichst zu erhöhen, wird es notwendig sein, das Gebiet der Schweiz in verschiedene Regionen aufzuteilen und den Postverkehr ganzer Regionen in den Zentren zu verarbeiten. Nur so wird es möglich sein, moderne technische Anlagen in einer auf lange Sicht rentablen Weise einzusetzen.

- b) Neben den herkömmlichen Bahntransporten werden mehr und mehr Transporte mit posteigenen Motorfahrzeugen organisiert. Für *Strassentransporte* lassen sich weit flexiblere und auf die Bedürfnisse des Postbetriebes besonders ausgerichtete Fahrpläne aufstellen. Da ausserdem in den meisten Ortschaften Poststelle und Bahnhof nicht in unmittelbarer Nähe liegen, fallen durch direkte Zufuhr der Postsendungen zur Poststelle teure Vermittlungen auf dem Bahnhof weg. Bereits haben Untersuchungen bestätigt, dass auf einzelnen Strecken die Zuleitung und Abholung der Post mit Motorfahrzeugen rationeller und besser ist.

Im Blick darauf, dass Neuorganisationen im Rahmen eines neuen Betriebskonzeptes diesen vorherrschenden Tendenzen nicht entgegenwirken sollen, da sie zu Rationalisierungsgewinnen beizutragen vermögen, wird die Planung in die folgende Richtung gelenkt werden müssen:

Die Post soll zum grössten Teil in Zentren verarbeitet werden. Motorfahrzeuge führen die Sendungen von dort aus den einzelnen Poststellen zu und holen aufgegebenes Postgut ab. Für den Transport zwischen den Zentren kommt dagegen des grossen Volumens wegen vor allem der Bahntransport in Frage. Die Zentren sollen verkehrsmässig günstig gelegen und wenn möglich an das Eisenbahnnetz angeschlossen sein.

Auf Grund dieser Konzeption ergibt sich die folgende Problemstellung:

Welches ist die optimale Zahl von Postverarbeitungszentren und wie sind deren Standorte festzulegen, damit das Total der Kosten für die Behandlung und den Transport der Postsendungen auf ein Minimum reduziert wird?

1.2 Entwurf eines mathematischen Modells für das zu untersuchende System

Damit ein Problem von diesem Ausmass und dieser Vielfalt mit Hilfe eines Computers lösbar wird, müssen eine Reihe von Annahmen getroffen werden, die in erster Linie zum Zweck haben, die vielen Varianten und Unterschiede im Transportsystem auf eine überblickbare Zahl zu reduzieren. Es wird nicht möglich sein, jedes Gebiet, jede Strecke individuell zu behandeln, sondern es muss angenommen werden, dass überall die gleichen Verhältnisse und Bedingungen gelten. Wenn auch die Transportkosten nicht für jede Bahn gleich hoch sind und sich nicht für alle Regionen

rentabilität à longue échéance des installations techniques sera alors possible.

- b) A côté du trafic ferroviaire habituel, des transports de plus en plus nombreux sont organisés avec des véhicules postaux à moteur. Pour le trafic routier, des horaires plus flexibles, selon les besoins de l'exploitation, peuvent être spécialement établis. Etant donné que, dans la plupart des localités, l'office postal ne se trouve pas à proximité de la gare, la livraison directe des envois postaux du centre régional à l'office éliminera les frais de transport à la gare. Déjà, sur certains parcours, des enquêtes ont confirmé que le transport routier de la poste est plus rationnel.

En conséquence, les réorganisations dans le cadre de la nouvelle exploitation ne doivent pas éliminer ces tendances prédominantes qui permettent de réaliser un gain dans la rationalisation. Aussi la planification doit-elle être orientée dans la direction suivante:

Les envois postaux doivent être triés en grande partie dans les centres. Des véhicules à moteur livrent les envois aux offices et rechargent ceux qui y sont déposés pour les acheminer aux centres de tri. Pour le transport entre les centres, seuls les moyens ferroviaires entrent en ligne de compte étant donné le volume des envois. Les centres doivent être situés par rapport au trafic et raccordés aux réseaux des chemins de fer.

Cette conception pose le problème suivant:

Quel est le nombre « optimum » des centres de tri, où les situer pour que le total des frais de manutention et de transport soit réduit au minimum?

1.2 Projet d'un modèle mathématique

Pour qu'un problème de cette importance et aussi multiple puisse être résolu à l'aide d'un ordinateur, une série de données doivent être trouvées. Le but premier est de réduire à un nombre rationnel les multiples variantes et les différentes méthodes de transport. Il n'est pas possible d'étudier chaque région, chaque circuit individuellement. Il faudra admettre que partout les mêmes conditions et les mêmes relations sont valables. Les frais pour chaque entreprise de transports ferroviaires ne sont pas partout identiques, mais dépendent des régions et des diverses possibilités. Il en est de même pour les frais de transport par véhicules à moteur. Aussi, devons-nous calculer avec un prix de revient kilométrique unitaire moyen. Il serait aussi concevable que, dans des cas particuliers, le transport régional depuis le centre se fasse comme jusqu'à présent par trains, mais dans ce modèle il est tenu compte sans exception des frais pour le transport par véhicules à moteur. Le choix entre le transport ferroviaire ou routier tient, dans la plupart des cas, à la nature et aux conditions

und alle möglichen Verhältnisse dieselben Kosten für Motorfahrzeugtransporte ergeben, so muss im Modell doch mit einem einheitlichen mittleren Kostenansatz je Kilometer gerechnet werden. Es wäre auch denkbar, dass in einzelnen Fällen der Regionaltransport vom Zentrum aus, wie im heutigen System, mit der Bahn erfolgt, doch im Modell werden ausnahmslos die Kosten für den Transport mit Motorfahrzeugen berechnet. Der Entscheid, ob Bahn- oder Strassen-transport, hängt in den meisten Fällen dermassen von Bedingungen und Gegebenheiten örtlicher Natur ab, dass es immer einer besonderen Wirtschaftlichkeitsuntersuchung bedarf, wobei oft weitere, mathematisch nicht fassbare Komponenten den Entscheid beeinflussen können.

Ähnlich verhält es sich mit der Berechnung der Kosten für den Umlad der Postsendungen auf dem Transport. Es ist undenkbar, für jede mögliche Verbindung anzugeben, wie oft das Postgut umzuladen ist. Im vorliegenden Modell wird deshalb zur Berechnung dieser Kosten eine Schätzung für die Zahl der Umladeoperationen verwendet, die Bezug nimmt auf die Verkehrslage von Abgangs- und Bestimmungsstation sowie die Beförderungsdistanz für den betreffenden Transport.

1.2.1 Verkehrsvolumen

Das Volumen des zu befördernden Postgutes wird aus den Ergebnissen der Verkehrsflusserhebungen ermittelt, die im Laufe des Jahres 1966 bei sämtlichen Poststellen der Schweiz während 24 Stunden durchgeführt wurden, wobei rund 8 Millionen Sendungen mit Aufgabe- und Bestimmungsort notiert wurden.

Bei der Zahl von über 4000 Versand- und ebenso vielen Empfangsstellen müssten die Resultate der Verkehrsflusserhebungen in einer quadratischen Matrix der Dimension 4000 dargestellt werden, deren Elemente V_{ik} das Verkehrsvolumen von der Poststelle i zur Poststelle k bezeichnen.

Da nun lange nicht zwischen allen Poststellen eine Postauswechslung erfolgt und somit viele Elemente dieser Matrix den Wert Null hätten, scheint eine Zusammenfassung einzelner Poststellen zu kleineren Regionen sinnvoll. Damit ergibt sich eine Verkleinerung der ausserordentlich grossen Matrix, was zu einer erheblichen Reduktion der Rechenzeit bei der Verarbeitung mit dem Computer verhilft.

Nach geographischen, verkehrstechnischen und wirtschaftlichen Gesichtspunkten wird die Schweiz in 200 Regionen aufgeteilt. Diese Aufteilung wird bewusst ohne Rücksicht auf das Postleitzahlensystem vorgenommen, damit die dadurch bereits vorgegebene Zentralisierung keinen Einfluss auf die Berechnungen anhand des Modells ausüben kann. Für jede Region wird eine Ortschaft bestimmt, die als Postzentrum für die betreffende Region in Frage kommen könnte.

locales. Il faut toujours rechercher une solution économique particulière, mais d'autres composantes non mathématiques peuvent influencer cette décision. Il en est de même du calcul des frais de transbordement des envois postaux le long du trajet. Il est impensable d'indiquer pour chaque cas le nombre de transbordements des envois postaux. Dans cette étude, les frais sont calculés sur une estimation du nombre des opérations de transbordement qui tient compte du trafic entre les stations de départ et de destination ainsi que de la distance nécessaire pour ce transport.

1.2.1 Volume du trafic

Le volume du fret postal à transporter est tiré des résultats de l'analyse des courants du trafic faite en 1966. Cette enquête a été effectuée dans tous les offices postaux de la Suisse pendant 24 heures. A cette occasion, près de huit millions d'envois ont été enregistrés.

Les chiffres donnés par les résultats de l'enquête effectuée dans plus de 4000 offices postaux de réception seront portés sur une matrice qui contiendra ces 4000 valeurs au carré. Chaque élément V_{ik} de cette matrice représente le volume du trafic de l'office i à l'office k .

Un échange du fret postal ne se fait pas nécessairement entre tous les offices postaux. Beaucoup d'éléments de cette matrice sont représentés par la valeur zéro, ce qui justifie le groupement de certains offices en petites régions. Une diminution de cette matrice extraordinairement grande est ainsi obtenue et facilite le travail de l'ordinateur par une réduction importante du temps de calcul.

La Suisse sera divisée en 200 régions, selon des points de vue géographiques, de facilité du trafic et économiques. Cette répartition sera faite consciemment, sans égard au système des numéros postaux, pour que, par ce moyen, la centralisation susmentionnée n'exerce aucune influence sur les calculs relatifs à ce projet. Une localité sera désignée pour chaque région qui pourrait devenir le centre de tri de cette région.

Ainsi, la création de ces régions permet de réduire la matrice déjà décrite. Elle aura la dimension de 200 fois 200. Ce tableau mettra en évidence le volume du trafic entre les 200 régions.

Les valeurs V_{ik} contenues dans cette matrice montrent le volume des envois déposés journallement dans la région i et destinés à la région k . Les envois résultants de l'enquête sur le trafic ont été transposés en unités de volume. La capacité d'un container à roues de 1,6 m³ équivaut à une unité de volume.

Mit der Bildung dieser Regionen reduziert sich die im vorangehenden Abschnitt beschriebene Matrix auf eine solche der Grösse 200×200 , aus der die Verkehrsströme zwischen den 200 Regionen ersichtlich sind.

Volumenmatrix

Aufgaberegionen	Empfangsregionen							
	1	2	3	...	k	...	200	
1	V_{11}	V_{12}	V_{13}	...	V_{1k}	...	V_{1200}	
2	V_{21}							
3	
.	
.	
<i>i</i>	V_{i1}	V_{ik}	...	V_{i200}	
.	
.	
.	
200	V_{2001}	V_{200k}	...	V_{200200}	

Die Werte V_{ik} in dieser Matrix zeigen das im Tag in der Region *i* aufgegeben und für die Region *k* bestimmte Postvolumen, wobei die aus der Verkehrsflusserhebung resultierenden Sendungen in Anzahl Volumeneinheiten umgerechnet werden. Als Volumeneinheit gilt ein Rollbehälter mit einem Fassungsvermögen von $1,6 \text{ m}^3$.

1.2.2 Distanzen

Zur Berechnung der Transportkosten sind Angaben über die Distanzen zwischen den einzelnen Poststellen erforderlich. Auch hier können nicht alle zwischen den 4000 Poststellen möglichen Distanzen gemessen werden. Deshalb wird die Beförderungsdistanz einer einzelnen Postsendung zwischen zwei beliebigen Poststellen approximiert durch die Distanz D_{ik} ($i, k = 1, 2, 3, \dots, 200$) zwischen den beiden Regionalzentren, denen Aufgabe- beziehungsweise Bestimmungspoststelle zugeordnet sind. Da sich bei der Zahl von 200 Regionen bereits ein ziemlich dichtes Verkehrsnetz mit einem mittleren Abstand zwischen zwei benachbarten Zentren von etwa 15 km ergibt, kann die effektive Beförderungsdistanz auf diese Weise mit genügender Genauigkeit geschätzt werden. Dabei ist in Betracht zu ziehen, dass der grösste Teil der Postsendungen in den 200 Zentren selbst aufgegeben oder zugestellt wird, womit sich der Approximationsfehler, auf die Gesamtheit der Sendungen bezogen, in einem bescheidenen Rahmen hält.

Analog der Volumenmatrix mit den Elementen V_{ik} ist deshalb eine Distanzmatrix mit den Elementen D_{ik} bereitzustellen.

1.2.3 Transportkosten

Ausgehend von der einleitend aufgestellten Transportkonzeption können die für die tägliche Beförderung der Postsendungen von *i* nach *k* erforderlichen Transportleistungen, deren Kosten zu minimieren sind, in ihre Kompo-

Matrice des volumes

Régions d'expédition	Région de destination							
	1	2	3	...	k	...	200	
1	V_{11}	V_{12}	V_{13}	...	V_{1k}	...	V_{1200}	
2	V_{21}							
3	
.	
.	
<i>i</i>	V_{i1}	V_{ik}	...	V_{i200}	
.	
.	
.	
200	V_{2001}	V_{200k}	...	V_{200200}	

1.2.2 Distances

Les distances entre les offices postaux sont nécessaires pour le calcul des frais de transport. Toutefois, il n'est pas possible de calculer toutes les distances entre les 4000 offices postaux. On estimera la distance pour l'expédition d'un seul envoi, entre deux offices au choix, par la distance D_{ik} ($i, k = 1, 2, 3, \dots, 200$) entre les deux centres régionaux dont dépendent les offices de dépôt, respectivement de destination. Le chiffre de 200 régions représente déjà un réseau assez dense avec une distance moyenne de 15 km entre deux centres voisins. De cette façon, cette distance effective peut être estimée avec suffisamment d'exactitude. Il faut prendre en considération que la plus grande partie des envois postaux sont distribués directement par les 200 centres. De ce fait, les erreurs d'estimation de l'ensemble des envois sont restreintes.

Une matrice des distances avec les éléments D_{ik} est à préparer de la même façon que la matrice des volumes comportant les éléments V_{ik} .

1.2.3 Frais de transport

Les prestations de transport requises pour les expéditions journalières d'envois postaux de *i* à *k*, dont les frais doivent être réduits, peuvent être tirées du système des transports déjà introduit et réparties selon leurs composantes. On distinguera entre les deux variantes suivantes:

1. *i* et *k* sont des centres de tri;
2. des centres de tri ne sont pas prévus dans les régions *i* et *k*.

Avec la combinaison de ces deux variantes, deux autres possibilités peuvent être créées. Dans la région *i* ou dans la région *k*, un centre est à disposition, mais pas dans les deux régions. Ces possibilités peuvent facilement être dérivées des démonstrations suivantes et n'ont pas besoin d'être analysées particulièrement.

Nous choisissons les abréviations suivantes:

V_{ik} = nombre d'unités de volumes de la région *i* à la région *k* (matrice des volumes)

nenten zerlegt werden. Dabei sind die folgenden beiden Varianten zu unterscheiden:

1. i und k sind Postverarbeitungscentren,
2. in den Regionen i und k sind keine Postverarbeitungscentren vorgesehen.

Aus der Kombination der beiden Varianten lassen sich zwei weitere Möglichkeiten bilden, bei denen entweder in der Region i oder in der Region k ein Zentrum vorhanden ist, nicht aber in beiden. Diese Möglichkeiten können leicht aus den nachfolgenden Darstellungen abgeleitet werden und sollen deshalb nicht besonders analysiert werden.

Es gelten folgende Abkürzungen:

- V_{ik} = Anzahl Volumeneinheiten von der Region i nach der Region k (Volumenmatrix)
- D_{ik} = Kürzeste Distanz zwischen i und k (Distanzmatrix)
- R_i = Kosten der Regionaltransporte für Zuleitung und Abholung der Sendung in der Region i
- L_M = Ladekapazität bei Motorfahrzeugen in Volumeneinheiten
- L_B = Ladekapazität bei Bahnwagen in Volumeneinheiten
- K_M = Kosten je Kilometer für Motorfahrzeugtransporte
- K_B = Kosten je Kilometer für Bahntransporte
- E = Kosten für den Einlad einer Volumeneinheit in einen Bahnwagen
- A = Kosten für den Auslad einer Volumeneinheit aus einem Bahnwagen
- U_{ik} = Kosten für den Umlad einer Volumeneinheit, wobei die Zahl der Umladeoperationen abhängig ist von der Strecke $i \rightarrow k$.

Variante 1

In Variante 1 wird der Transport der Sendungen von i nach k analysiert, falls sowohl in i als auch in k ein Postverarbeitungscentrum vorgesehen ist. Der Transport $i \rightarrow k$ erfolgt deshalb mit der Bahn.

Aus Figur 1 geht hervor, welche Teilkosten zu berücksichtigen sind:

- R_i Kosten für das Abholen der Sendungen in den Poststellen der Region i und Transport nach dem Zentrum i mit Motorfahrzeugen
- $V_{ik}E$ Kosten für den Einlad in den Bahnwagen
- $\frac{V_{ik}}{L_B} D_{ik} K_B$ Kosten für den Transport per Bahn von i nach k
- $V_{ik}U_{ik}$ Kosten für allfälligen Umlad unterwegs von i nach k
- $V_{ik}A$ Kosten für den Auslad aus dem Bahnwagen
- R_k Kosten für die Zuleitung der Sendungen zu den Bestimmungspoststellen der Region k mit Motorfahrzeugen

- D_{ik} = distance la plus courte entre i et k (matrice des distances)
- R_i = frais du transport régional pour expédier et pour chercher les envois dans la région i
- L_M = capacité de chargement en unités de volume avec des véhicules à moteur
- L_B = capacité de chargement en unités de volume avec des wagons de chemin de fer
- K_M = frais par kilomètre pour un véhicule à moteur
- K_B = frais par kilomètre pour le transport par train
- E = frais de chargement (par unité de volume) dans un wagon de chemin de fer
- A = frais de déchargement (par unité de volume) d'un wagon de chemin de fer
- U_{ik} = frais de transbordement (d'une unité de volume) dont le nombre des opérations de transbordement dépendra du trajet de i à k .

Variante 1

Dans la variante 1, le transport des expéditions de i à k sera analysé dans le cas où, à i comme à k , un centre de tri est prévu. Pour cette raison, le transport de i à k s'effectuera par le train.

La figure 1 fait ressortir quelle partie des frais sont pris en considération:

- R_i frais pour rechercher les envois dans les offices postaux de la région i et transport au centre i par véhicules à moteur
- $V_{ik}E$ frais pour le chargement dans le wagon de chemin de fer
- $\frac{V_{ik}}{L_B} D_{ik} K_B$ frais pour le transport par train de i à k
- $V_{ik}U_{ik}$ frais de tous les cas de transbordement sur le trajet de i à k

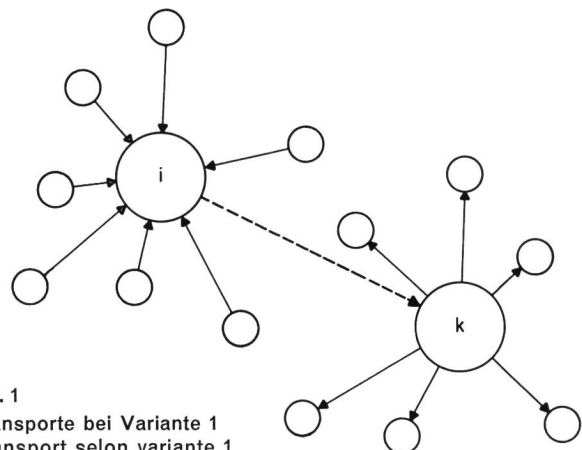


Fig. 1
Transporte bei Variante 1
Transport selon variante 1

Variante 2

In dieser Variante sind weder i noch k als Postverarbeitungscentren vorgesehen. Es wird angenommen, dass die Region i dem Zentrum j_1 und die Region k dem Zentrum j_2 zugeordnet seien, so dass die Sendungen von i über j_1 nach j_2 und von dort nach k befördert werden, wie dies aus *Figur 2* ersichtlich ist.

Damit ergeben sich die folgenden Teilkosten:

R_i	Kosten für das Abholen der Sendungen bei den Poststellen der Region i und Transport mit Motorfahrzeugen nach i
$\frac{V_{ik}}{L_M} D_{ij_1} K_M$	Kosten für den Transport von i nach dem Zentrum j_1 mit Motorfahrzeugen
$V_{ik}E$	Kosten für den Einlad in den Bahnwagen
$\frac{V_{ik}}{L_B} D_{j_1j_2} K_B$	Kosten für den Transport mit der Bahn von j_1 nach j_2
$V_{ik} U_{j_1j_2}$	Kosten für allfälligen Umlad auf der Strecke zwischen j_1 und j_2
$V_{ik}A$	Kosten für den Auslad aus dem Bahnwagen
$\frac{V_{ik}}{L_M} D_{j_2k} K_M$	Kosten für den Transport mit Motorfahrzeugen von j_2 nach k
R_k	Kosten für die Zuleitung der Sendungen mit Motorfahrzeugen zu den Bestimmungspoststellen in der Region k

Der Vergleich der beiden Varianten zeigt, dass gewisse Kostenanteile unabhängig von der Wahl der Zentren sind,

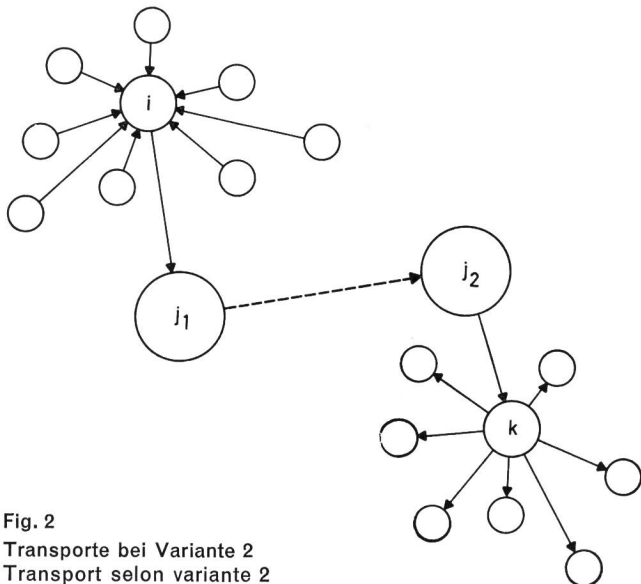


Fig. 2
Transporte bei Variante 2
Transport selon variante 2

$V_{ik}A$	frais pour le déchargement du wagon de chemin de fer
R_k	frais pour la distribution par véhicules à moteur aux offices destinataires

Variante 2

Dans cette variante, ni i ni k ne sont prévus comme centre de tri. On suppose que la région i dépend du centre j_1 , de même que la région k du centre j_2 . Ainsi, les envois de i doivent être transportés par j_1 à j_2 à k ainsi que le montre le schéma de la *figure 2*.

Les frais partiels sont les suivants:

R_i	frais pour rechercher les envois dans les offices postaux de la région i et transport au centre i par véhicules à moteur
$\frac{V_{ik}}{L_M} D_{ij_1} K_M$	frais de transport par véhicules à moteur de i au centre j_1
$V_{ik}E$	frais de chargement dans le wagon de chemin de fer
$\frac{V_{ik}}{L_B} D_{j_1j_2} K_B$	frais de transport avec le train de j_1 à j_2
$V_{ik} U_{j_1j_2}$	frais pour tous les cas de transbordement sur le trajet entre j_1 et j_2
$V_{ik}A$	frais de déchargement du wagon de chemin de fer
$\frac{V_{ik}}{L_M} D_{j_2k} K_M$	frais de transport avec des véhicules à moteur de j_2 à k
R_k	frais pour la distribution des envois par véhicules à moteur aux offices postaux de la région k .

La comparaison des deux variantes nous montre qu'une certaine quote-part des frais est indépendante du choix des centres comme le font apparaître les deux variantes. Il s'agit des composantes R_i , $V_{ik}E$, $V_{ik}A$ et R_k , c'est-à-dire des frais de transport régionaux et des frais de chargement et de déchargement. Ces mêmes quotes-parts de frais sont négligeables pour le calcul des frais totaux lors d'une comparaison de prix.

Les autres composantes des frais variables qui jouent pour le calcul des frais concernent:

- les transports par train entre les centres
- le transbordement lors du transport entre les centres
- le transport par véhicules à moteur entre les 200 centres régionaux et les centres de tri respectifs.

Ces trois quotes-parts de frais peuvent être condensées dans un nouvel ensemble de frais GK qui se présente comme suit:

indem sie bei beiden Varianten unverändert auftreten. Es sind dies die Komponenten R_{ij} , $V_{ik}E$, $V_{ik}A$ und R_{ki} , also die Kosten der Regionaltransporte und die Kosten für den Ein- und Auslad. Diese gleichbleibenden Kostenanteile können für die Minimierung der Gesamtkosten, bei der es sich um einen Kostenvergleich handelt, ausser acht gelassen werden.

Die verbleibenden variablen Kostenkomponenten, die für die Kostenminimierung ausschlaggebend sein werden, betreffen

- den Transport mit der Bahn zwischen den Zentren,
- den Umlad auf dem Transport zwischen den Zentren und
- den Transport mit Motorfahrzeugen von den 200 Regionalzentren zu den eigentlichen Postverarbeitungszentren.

Diese drei Kostenanteile können zu einer neuen Gesamtkostenfunktion GK zusammengefasst werden, die sich darstellen lässt

$$GK_{ik} = V_{ik} \left[\frac{K_M(D_{ij_1} + D_{j_2k})}{L_M} + \frac{D_{j_1j_2}K_B}{L_B} + U_{j_1j_2} \right] \quad (1)$$

Durch Variation der möglichen Zentren bezüglich Anzahl und Standort, das heisst Setzung von verschiedenen Indizes j_1 und j_2 im Modell, lässt sich die Auswirkung verschiedener Lösungsvarianten auf die Gesamtkostenfunktion GK berechnen.

So ist im Ansatz (1) auch der Fall enthalten, bei dem i und k selbst als Zentren vorgesehen sind (nach Variante 1). Indem man setzt

$$j_1 = i \quad \text{und} \quad j_2 = k$$

erhält man

$$GK_{ik} = V_{ik} \left[0 + \frac{D_{ik}K_B}{L_B} + U_{ik} \right] \quad (1')$$

wobei in der Tat die Motorfahrzeugtransporte von und zu den Zentren wegfallen.

Es gilt nun, jene Zahl von Zentren zu suchen, welche die Summe der GK_{ik} über alle Werte von i und k minimal werden lässt,

$$\sum_i \sum_k GK_{ik} = \text{Minimum.} \quad (2)$$

1.3 Ableitung einer Lösung aus dem Modell

Damit der Einfluss der verschiedenen Variationen von Zentren auf das Gesamtergebnis besser beurteilt werden kann, ist es von Vorteil, die einzelnen Komponenten der Gesamtkostenfunktion getrennt zu berechnen und erst am Schluss zu vereinigen. Die Funktion GK_{ik} gemäss Ansatz (1) wird deshalb zerlegt in die drei Komponenten

$$GK_{ik} = V_{ik} \left[\frac{K_M(D_{ij_1} + D_{j_2k})}{L_M} + \frac{D_{j_1j_2}K_B}{L_B} + U_{j_1j_2} \right] \quad (1)$$

Par la variation des centres possibles, quant au nombre et au lieu, par la mise en place dans le modèle de divers indices j_1 et j_2 , on obtient plusieurs solutions variables permettant de calculer les fonctions des frais totaux GK .

Ainsi la formule (1) contient aussi la variante 1, où j et k sont prévus comme centres. Si l'on met

$$j_1 = i \quad \text{et} \quad j_2 = k$$

on obtient:

$$GK_{ik} = V_{ik} \left[0 + \frac{D_{ik}K_B}{L_B} + U_{ik} \right] \quad (1')$$

En fait les frais de transport par véhicules à moteur du et pour les centres sont éliminés.

Il faut chercher le nombre de centres qui puissent réduire au minimum la somme de GK_{ik} aux valeurs i et k

$$\sum_i \sum_k GK_{ik} = \text{minimum.} \quad (2)$$

1.3 Solution dérivée du modèle

Pour que l'influence des diverses sortes de centres sur le résultat total puisse être mieux appréciée, il est préférable de scinder le calcul des composantes de la position des frais totaux et de les additionner en fin de compte. La fonction GK_{ik} , selon formule (1), sera ainsi décomposée en trois parties

$$GK_{ik} = KM_{ik} + KB_{ik} + KU_{ik} \quad (3)$$

avec

$$\begin{aligned} KM_{ik} &= \frac{V_{ik}}{L_M} K_M (D_{ij_1} + D_{j_2k}) && = \text{frais de transport par véhicules à moteur} \\ KB_{ik} &= \frac{V_{ik}}{L_B} K_B D_{j_1j_2} && = \text{frais de transport ferroviaire} \\ KU_{ik} &= V_{ik} U_{j_1j_2} && = \text{frais pour les opérations de transbordement} \end{aligned}$$

Ces trois quotes-parts de frais doivent être examinées pour tous les transports de i à k , quel que soit le nombre de centres choisis.

$$\sum_{i,k} KM_{ik}, \quad \sum_{i,k} KB_{ik}, \quad \sum_{i,k} KU_{ik}$$

1.3.1 Frais de transport par véhicules à moteur

La fonction des frais de transport par véhicules à moteur KM prend la valeur 0 si elle correspond à tous les trans-

$$GK_{ik} = KM_{ik} + KB_{ik} + KU_{ik} \quad (3)$$

mit

$$KM_{ik} = \frac{V_{ik}}{L_M} K_M (D_{ij_1} + D_{j_2k}) = \text{Kosten für die Motorfahrzeugtransporte}$$

$$KB_{ik} = \frac{V_{ik}}{L_B} K_B D_{j_1j_2} = \text{Kosten für die Bahntransporte}$$

$$KU_{ik} = V_{ik} U_{j_1j_2} = \text{Kosten für die Umladeoperationen}$$

Diese drei Teilkostenfunktionen sind nun für alle Transporte $i \rightarrow k$ bei unterschiedlicher Wahl der Verarbeitungszentren zu untersuchen

$$\sum_{i,k} KM_{ik}, \quad \sum_{i,k} KB_{ik}, \quad \sum_{i,k} KU_{ik}$$

1.3.1 Kosten für die Motorfahrzeugtransporte

Die Kostenfunktion der Motorfahrzeugtransporte KM nimmt den Wert Null an, wenn für alle Transporte von i nach k gilt: $i = j_1$ und $k = j_2$. Dies ist genau dann der Fall, wenn alle 200 Regionalzentren als Postverarbeitungscentren vorgesehen werden, denn in diesem Fall gibt es keine weiteren Zentren j_1 und j_2 mehr. Die Funktion wird einen umso höheren Wert annehmen, je kleiner die Zahl der Zentren gewählt und umso grösser infolgedessen das Einzugsgebiet

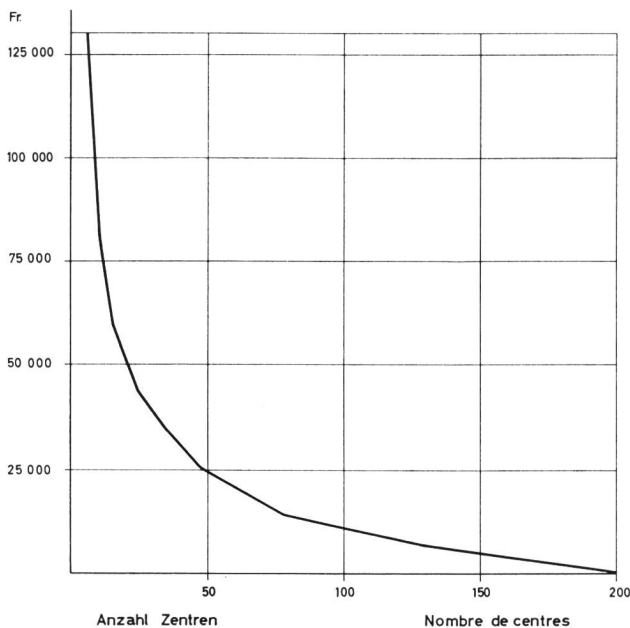


Fig. 3
Kosten für Motorfahrzeugtransporte
Frais de transport par véhicules à moteur

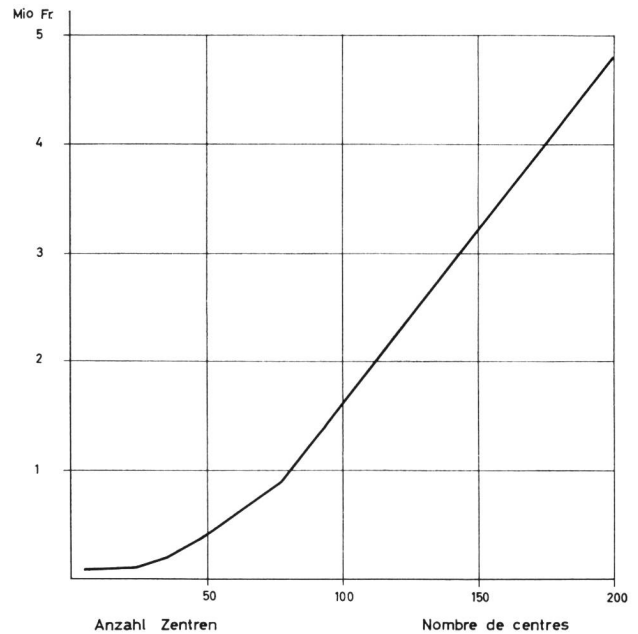


Fig. 4
Kosten für Bahntransporte
Frais de transport ferroviaire

ports de i à k : $i = j_1$ et $k = j_2$. C'est exactement le cas si les 200 centres régionaux sont prévus pour devenir des centres de tri car dans ce cas il n'y a pas d'autres centres j_1 et j_2 . Cette fonction aura une valeur d'autant plus élevée que le nombre des centres choisis sera plus petit et, par conséquent, les rayons de desserte des centres deviennent plus grands. L'allure de cette fonction est visible sur la figure 3.

1.3.2 Frais de transport ferroviaire

Etant donné que les échanges d'envois postaux entre les centres se feront par train, les frais totaux pour les transports ferroviaires seront faibles, si le nombre des centres est réduit. L'allure de cette fonction est visible sur la figure 4

1.3.3 Frais pour les opérations de transbordement

La fonction des frais KU n'est pas dépendante directement du nombre des centres. On peut cependant admettre que cette valeur pourrait rester constante en cas de changement du nombre de centres. Elle est beaucoup plus dépendante de la nature des liaisons ferroviaires intervenant dans une variation et, pour cette raison, des propriétés par rapport au trafic des centres considérés. Il est donc normal de choisir l'emplacement d'un petit nombre de centres de

eines einzelnen Zentrums ausfällt. Der anhand des Modells berechnete Verlauf dieser Funktion ist aus *Figur 3* ersichtlich.

1.3.2 Kosten für die Bahntransporte

Da nur der Austausch der Sendungen zwischen den Zentren mit der Bahn erfolgt, werden die gesamten Kosten für die Bahntransporte umso kleiner ausfallen, je kleiner die Zahl der Zentren gewählt wird. Den Verlauf dieser Funktion zeigt *Figur 4*.

1.3.3 Kosten für die Umladeoperationen

Die Kostenfunktion *KU* ist nicht direkt abhängig von der Zahl der Zentren. Es ist durchaus denkbar, dass ihr Wert bei einer Veränderung der Zentrenzahl gleichbleiben könnte. Sie ist vielmehr abhängig von der Art der in einer Variation vorkommenden Bahnverbindungen und deshalb von den verkehrsgeographischen Eigenschaften der einbezogenen Zentren. Es liegt nun auf der Hand, bei einer kleinen Zahl von Zentren deren Standort so zu wählen, dass sie auf dem Schienenweg möglichst direkt miteinander verbunden sind und dass Zentren, bei denen die Zuleitung stets mit einem Umlad verbunden ist, vermieden werden. Dadurch ergibt sich der in *Figur 5* dargestellte degressiv steigende Verlauf der Funktion.

1.3.4 Gesamtkosten

Durch die Zusammenfassung der drei Kostenkomponenten gemäss Ansatz (3) erhält man die Gesamtkostenfunk-

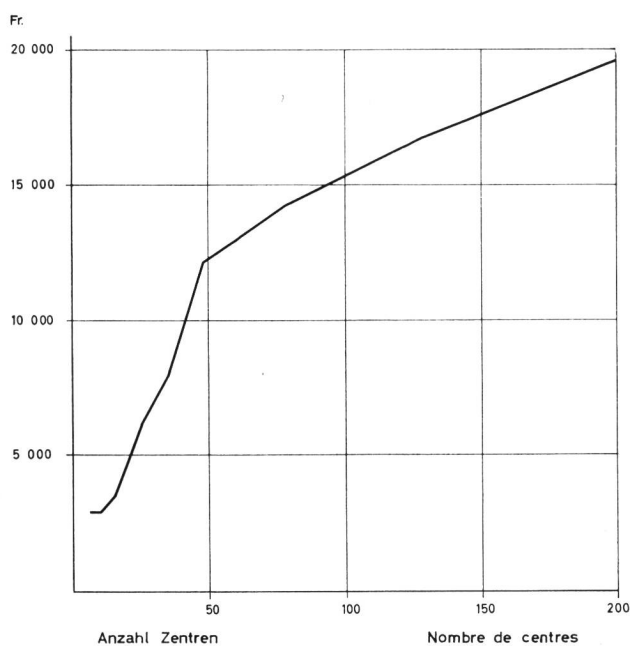


Fig. 5
Kosten für den Umlad
Frais de transbordement

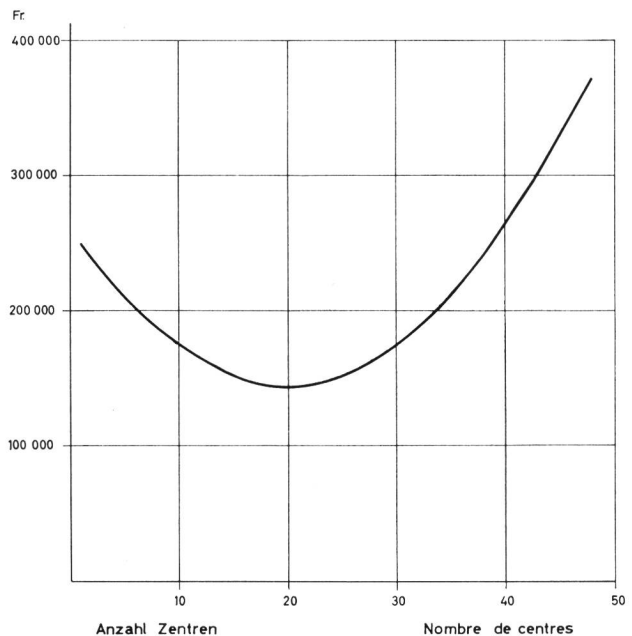


Fig. 6
Gesamtkosten in Abhängigkeit von der Zahl der Zentren
Frais totaux en rapport avec le nombre de centres

façon qu'ils soient raccordés directement au réseau ferroviaire. Il faut éviter la création de centres dont le travail soit lié à un transbordement. De cette façon, on obtient à la *figure 5* l'allure de cette fonction.

1.3.4 Frais totaux

Par l'addition des trois composantes des frais selon la formule (3), on obtient la position «frais totaux» dont la somme, par rapport au total, dépend du nombre des centres choisis. Par cumul, la fonction empirique résultante donne une courbe presque parabolique et peut être estimée par une fonction du second degré. Le calcul analytique, selon la méthode des calculs différentiels, donne le nombre optimum des centres de tri. L'allure de cette parabole est visible à la *figure 6*. Elle présente un minimum pour la valeur 19,22. Il faut donc en déduire que les frais de transport et de transbordement minimums seront donnés par le nombre de 20 centres.

1.4 Adaptation et contrôle de la solution

Le résultat de cette étude de la recherche opérationnelle montre la solution optimum du problème de la création des centres de tri par rapport aux frais de transport et de transbordement des envois postaux. Etant donné que les aspects

tion GK , die Aufschluss über das Ausmass aller von der Wahl der Zentren abhängigen Kosten gibt. Die durch Kumulierung sich ergebende empirische Funktion hat nahezu parabolischen Verlauf und kann durch eine quadratische Funktion approximiert werden, woraus nach den Methoden der Differentialrechnung die analytische Berechnung der optimalen Zahl von Postverarbeitungscentren möglich ist. Der Verlauf dieser Parabel ist aus *Figur 6* ersichtlich. Sie zeigt ein Minimum für den Abszissenwert 19,92. Man schliesst daraus, dass sich minimale Transport- und Umladkosten bei der Zahl von 20 Zentren ergeben werden.

1.4 Anpassung und Überwachung der Lösung

Das Ergebnis dieser Operations-Research-Untersuchung zeigt die optimale Lösung des Zentrenbildungsproblems im Blick auf den Kostenaufwand für die Beförderung und den Umlad der Postsendungen. Da jedoch betriebliche Aspekte nur am Rand berücksichtigt werden konnten, sind Abweichungen von der optimalen Lösung denkbar. Es ist jedoch abzuwägen, ob die vom postbetrieblichen Standpunkt her notwendigen oder erwünschten Abänderungen den damit verbundenen Mehraufwand an Transport- und Umladkosten rechtfertigen können.

Um weitere Überprüfungen der gefundenen Lösung in einem späteren Zeitpunkt zu ermöglichen, müssen die Resultate der Verkehrsflusserhebungen jederzeit dem neusten Stand des Postverkehrs angepasst werden, was durch Korrektur der Volumenmatrix (V_{ik}) anhand der aus jährlichen Verkehrsstatistiken einzelner Poststellen oder Leitgebiete errechneten Zuwachsraten geschieht.

2. Beschaffung und Verteilung von Holzstangen

2.1 Formulierung des Problems

Die PTT-Betriebe sind verpflichtet, so wirtschaftlich und sparsam wie möglich einzukaufen. Der Einkauf erfolgt daher als Grossabnehmer zentral und in grossen Mengen, um in den Genuss von Mengenrabatten zu gelangen. Die Bezahlung wird innert 30 Tagen durchgeführt, damit zusätzlich 2% Skonto abgezogen werden können. Die Beschaffung geschieht nach Möglichkeit zu Festpreisen. Damit die Preise von den Lieferanten nach den gleichen Gesichtspunkten erchenbar und die Offerten miteinander vergleichbar sind, haben die PTT-Betriebe eine genaue Leistungsbeschreibung oder ein Pflichtenheft anzufertigen. Nur so kann das wirtschaftlichste Angebot ausgewählt werden.

Das bisherige Verfahren in der Beschaffung und Verteilung von Holzstangen entsprach nicht mehr den Anforderungen einer rationellen Arbeitserledigung. Deshalb wurde die Submissionsausschreibung fallengelassen, und die Lieferanten wurden zur Offerteingabe direkt eingeladen. Die Zahl der Imprägnierwerke wurde reduziert. Die Schweiz

de l'exploitation n'ont pu être considérés que superficiellement, il est possible que la solution optimale ait des dérivés. Il y a cependant lieu d'examiner, selon les points de vue de l'exploitation postale, si les modifications nécessaires ou désirées justifient des frais de transport et de transbordement plus élevés.

Pour que, plus tard, d'autres contrôles de cette solution puissent se faire, les résultats de l'enquête sur le trafic devront être adaptés au nouvel état du trafic postal par la correction de la matrice des volumes (V_{ik}) selon les augmentations extraites des statistiques annuelles de certains offices de poste ou rayons d'acheminement.

2. Approvisionnement et répartition de poteaux en bois

2.1 Exposé du problème

L'entreprise des PTT est obligée de faire ses achats d'une façon aussi rationnelle et économique que possible. Pour obtenir des rabais de quantité, l'approvisionnement se fait par un centre d'achat. Le paiement s'effectue dans les 30 jours, ce qui permet de déduire un escompte de 2%. Les achats se font, selon les possibilités, à prix fixes. Pour que les prix des fournisseurs soient calculés de la même façon, l'entreprise des PTT met la fourniture en soumission selon les données d'un cahier des charges. Ainsi, l'offre la plus économique peut être choisie.

L'ancienne méthode d'approvisionnement en poteaux et de répartition ne correspond plus aux exigences d'un travail rationnel. La soumission a été abandonnée et les offres demandées directement aux fournisseurs. Le nombre d'usines d'imprégnation a diminué. La Suisse a été répartie en quatre régions d'utilisation, dans lesquelles se trouvent les stocks de poteaux que nous achetons chaque année. De ces dépôts, les poteaux sont livrés directement dans l'arrondissement correspondant, c'est-à-dire à l'endroit d'utilisation. Cette répartition a pour but de diminuer les transports, d'avoir moins de stocks, d'obtenir des distances de transport plus courtes, une prise en charge directe par la direction d'arrondissement des téléphones et une meilleure surveillance de ce dépôt.

Les anciens fournisseurs de poteaux s'efforcent de leur côté de rationaliser. Ainsi, de petites usines d'imprégnation ont disparu. Il est nécessaire que des usines à grande capacité de production soient construites avec un nouvel équipement technique permettant un travail rationnel. L'entreprise des PTT comprend l'effort fait dans ce sens par les fournisseurs de poteaux. Cependant, les usines d'imprégnation ont besoin d'un certain temps d'adaptation pour se mettre en accord avec le service des forêts et les intérêts personnels régionaux.

wurde in vier Verbraucherkreise eingeteilt, in denen sich verschiedene Lager der von uns eingekauften Stangen für einen Jahresverbrauch befinden. Von diesen Lagern aus werden die Stangen direkt zu den Verbrauchsorten im entsprechenden Kreis geliefert. Man bezweckt mit dieser Kreiseinteilung weniger Transporte, eine Verminderung der Vorräte, kürzere Transportdistanzen, die direkte Abholung durch die Kreistelephondirektionen und eine bessere Überwachung der Lager.

Die bisherigen Stangenlieferanten ihrerseits streben ebenfalls Rationalisierungen an, indem kleinere Imprägnierwerke aufgehoben werden. Dafür sollen leistungsfähigere Werke gebaut werden, die mit neuen technischen Ausrüstungen wirtschaftlicher arbeiten können.

Mit den geschilderten Bemühungen stiessen die PTT-Betriebe bei den Stangenlieferanten auf Verständnis. Mit Rücksicht auf die Waldbewirtschaftung und die regionalen persönlichen Interessen benötigen die Imprägnierwerke eine gewisse Anpassungszeit.

Auf Grund dieser Konzeption ergibt sich die folgende Problemstellung:

Mit Hilfe des Operations Research ist die neue Beschaffung und Verteilung von Holzstangen zu überprüfen, so dass das Total der Kosten für die Beschaffung und den Transport der Holzstangen auf ein Minimum reduziert wird.

2.2 Entwurf eines mathematischen Modells für das zu untersuchende System

Für die mathematische Formulierung des Problems ist es unumgänglich, eine mathematische Bezeichnungsweise zu definieren und die Relationen und Bedingungen formelmässig darzustellen. Wir suchen gemäss vorstehender Problemstellung nach der kostenoptimalen Verteilung der Stangen von 15 Lieferanten an die 17 Kreistelephondirektionen, das heisst nach der optimalen Kombination der *Liefermengen* m_{ik} von den Lieferanten L_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 15$) zu den Verbrauchern V_k ($k = 1, 2, 3, \dots, 17$).

Für die Berechnung der kostengünstigsten Lösung liegen die folgenden Angaben vor:

In jeder Kreistelephondirektion wird eine gewisse Menge von Stangen benötigt, wir kennen den *Bedarf* b_k in m^3 für jeden der 17 Verbraucher. Die entsprechenden Zahlen sind der *Tabelle I* zu entnehmen.

Das *Total* der Liefermengen sämtlicher Lieferanten an einen Verbraucher V_k muss genau dessen Bedarf b_k entsprechen. Mathematisch formuliert heisst dies

$$\sum_{i=1}^{15} m_{ik} = b_k \quad \text{für alle } k = 1, 2, 3, \dots, 17 \quad (1)$$

Le problème suivant résulte de cette conception:

Avec l'aide de la recherche opérationnelle, le nouvel approvisionnement en poteaux et leur répartition doivent être contrôlés pour que le total des frais d'approvisionnement et de transport soit réduit au minimum.

2.2 Projet d'un modèle mathématique du système à étudier

Pour la présentation mathématique de ce problème, il est nécessaire de définir des abréviations mathématiques et de présenter, à l'aide de formules, les relations et les conditions qui s'y rapportent.

Nous recherchons, selon le problème susmentionné, le coût optimum des livraisons des 15 fournisseurs aux 17 directions d'arrondissement des téléphones, c'est-à-dire la meilleure solution des *quantités à livrer* m_{ik} des fournisseurs L_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 15$) aux utilisateurs V_k ($k = 1, 2, 3, \dots, 17$).

Pour le calcul de la meilleure solution, les données sont les suivantes¹:

Chaque direction d'arrondissement des téléphones utilise une certaine quantité de poteaux. Nous connaissons les besoins b_k en m^3 de chacun des utilisateurs. Les chiffres correspondants doivent être extraits du *tableau I*.

Tableau I. Besoins annuels en poteaux en m^3

Utilisateurs V_k	Besoins en m^3 B_k
1	582,6
2	239,3
3	401,4
4	432,1
5	243,0
6	513,4
7	379,7
8	502,7
9	169,4
10	562,3
11	853,8
12	541,1
13	397,1
14	297,6
15	243,0
16	325,3
17	804,0
Besoin total	7487,8

¹ Pour que les prix des fournisseurs ne soient pas connus, nous avons, dans cette publication, rapporté à la valeur moyenne d'un m^3 les frais, les besoins de chaque direction d'arrondissement des téléphones et les capacités de chaque fournisseur.

Jeder Lieferant L_i hat eine bestimmte *Produktionskapazität* p_i , so dass die gesamte Liefermenge dieses Lieferanten dieses Ausmass nicht übersteigen kann (Tabelle II).

Tabelle I. Jährlicher Bedarf an Holzstangen in m^3

Verbraucher V_k	Bedarf in m^3 b_k
1	582,6
2	239,3
3	401,4
4	432,1
5	243,0
6	513,4
7	379,7
8	502,7
9	169,4
10	562,3
11	853,8
12	541,1
13	397,1
14	297,6
15	243,0
16	325,3
17	804,0
Gesamtbedarf	7487,8

Tabelle II. Maximale Lieferkapazität der Lieferanten

Lieferant L_i	Lieferkapazität in m^3 p_i
1	416
2	416
3	2080
4	624
5	416
6	624
7	624
8	416
9	624
10	624
11	416
12	208
13	1664
14	2080
15	208

$$\sum_{k=1}^{17} m_{ik} \leq p_i \quad \text{für alle } i = 1, 2, 3, \dots, 15 \quad (2)$$

Die *Kosten* sind in Form der Matrix (c_{ik}) gegeben, wobei jeder Wert c_{ik} die Kosten für die Beschaffung von $1 m^3$

¹ Damit die Preise der Lieferanten nicht bekanntwerden, haben wir in dieser Veröffentlichung die Kosten, den Bedarf der Kreis-telephondirektionen und die Lieferkapazitäten der einzelnen Lieferanten auf einen durchschnittlichen Kubikmeterwert bezogen.

Le total des livraisons de l'ensemble des fournisseurs à un utilisateur V_k doit exactement correspondre à son besoin b_k .

La formule mathématique est la suivante:

$$\sum_{i=1}^{15} m_{ik} = b_k \quad \text{pour tout } k = 1, 2, 3, \dots, 17 \quad (1)$$

Chaque fournisseur L_i a une *capacité de production* déterminée p_i . Ses livraisons ne doivent pas dépasser ses possibilités de production (tableau II).

$$\sum_{k=1}^{17} m_{ik} \leq p_i \quad \text{pour tout } i = 1, 2, 3, \dots, 15 \quad (2)$$

Tableau II. Capacité de livraison maximum des fournisseurs

Fournisseurs L_i	Capacité de livraison en m^3 p_i
1	416
2	416
3	2080
4	624
5	416
6	624
7	624
8	416
9	624
10	624
11	416
12	208
13	1664
14	2080
15	208

Les *frais* sont donnés sous la forme de la matrice (c_{ik}) , dont chaque valeur c_{ik} représente les frais pour l'acquisition d'un m^3 de poteaux, y compris les frais pour le transport du fournisseur L_i à l'utilisateur V_k .

Avec la fonction objective K

$$K = \sum_{i=1}^{15} \sum_{k=1}^{17} c_{ik} m_{ik} = \text{minimum}, \quad (3)$$

on peut définir les quantités m_{ik} de telle sorte que l'ensemble des frais pour l'acquisition et le transport soit réduit au minimum.

Le problème qui vient d'être exposé correspond à ce qu'on appelle «*modèle de transport indéfini*» et le terme in-

Stangen und für den Transport vom Lieferanten L_i zum Verbraucher V_k darstellt.

Anhand der Zielfunktion K

$$K = \sum_{i=1}^{15} \sum_{k=1}^{17} c_{ik} m_{ik} = \text{Minimum} \quad (3)$$

lassen sich die Mengen m_{ik} derart bestimmen, dass die Gesamtkosten für die Beschaffung und den Transport minimal werden.

Das Problem in der eben beschriebenen Form entspricht dem «offenen Transportmodell», wobei sich die Bezeichnung offen auf den Umstand bezieht, dass der Gesamtbedarf nicht genau der gesamten Lieferkapazität entspricht, sondern nur einen Teil derselben darstellt. Dies kommt im Ansatz (2) zum Ausdruck. Damit das Problem mit Hilfe eines Standardprogrammes zur Lösung von Transportproblemen auf einem Computer berechnet werden kann, muss es in ein «abgeschlossenes Transportmodell» umgewandelt werden, bei dem gelten muss:

$$\sum_{k=1}^{17} b_k = \sum_{i=1}^{15} p_i \quad (4)$$

Dies kann dadurch erreicht werden, dass ein zusätzlicher fiktiver Verbraucher V_{18} mit dem Bedarf

$$b_{18} = \sum_{i=1}^{15} p_i - \sum_{k=1}^{17} b_k \quad (5)$$

eingeführt wird, wobei b_{18} die Gesamtmenge der nicht benötigten Stangen bezeichnet, die durch Einführung geeigneter Kosten $c_{i,18}$ dem Verbraucher V_{18} zugeführt werden.

Eine weitere Anpassung des Modells ist zur Berücksichtigung der mengenmässig abgestuften Preise erforderlich. Die Stangenlieferanten gewähren Mengenrabatte, wie aus *Tabelle III* ersichtlich ist.

Tabelle III. Mengenrabatte der Lieferanten

Liefermenge Anzahl Stangen	Rabatt in Prozent
bis 1000	0,0
1001–2000	0,8
2001–3000	1,8
3001–6000	2,5
6001–8000	3,2
über 8000	4,6

Diesem Problem der Preisabstufung begegnen wir, indem wir anstelle des Lieferanten L_i mit einer Lieferkapazität p_i (von beispielsweise 3000 Stangen) die folgenden drei fiktiven Lieferanten einführen:

défini se rapporte au fait que les besoins totaux ne correspondent pas exactement à la capacité de livraison, mais seulement à une partie de ceux-ci.

Pour que le problème de transport puisse être résolu à l'aide d'un programme standard par un ordinateur, il faut le transformer en un modèle de transport défini qui donne:

$$\sum_{k=1}^{17} b_k = \sum_{i=1}^{15} p_i \quad (4)$$

Cela peut être obtenu par l'introduction d'un utilisateur fictif V_{18} dont les besoins sont exprimés par

$$b_{18} = \sum_{i=1}^{15} p_i - \sum_{k=1}^{17} b_k \quad (5)$$

où b_{18} désigne la quantité totale des poteaux non nécessaires mis à la charge de l'utilisateur V_{18} par l'introduction de frais appropriés $c_{i,18}$.

Une adaptation complémentaire de ce modèle est nécessaire en rapport avec l'échelonnement des prix de quantités. Les fournisseurs de poteaux accordent des rabais de quantité visibles sur le *tableau III*.

Tableau III. Rabais de quantité des fournisseurs

Livraisons Nombre de poteaux	Rabais en %
jusqu'à 1000	0,0
1001–2000	0,8
2001–3000	1,8
3001–6000	2,5
6001–8000	3,2
8001 et plus	4,6

Nous traitons le problème de l'échelonnement des prix en remplaçant fournisseur L_i avec une capacité p_i (par exemple 3000 poteaux) par trois fournisseurs fictifs:

- Fournisseur L_{i1} avec $p_{i1} \leq 1000$
- Fournisseur L_{i2} avec $p_{i2} \leq 2000$
- Fournisseur L_{i3} avec $p_{i3} \leq 3000$

Cela est parfaitement raisonnable car, avec les conditions minimums de l'ensemble des frais, on n'utilise l'offre plus élevée que lorsque la plus avantageuse est épuisée. Par cette répartition des fournisseurs, le nombre de 15 fournisseurs s'élèvera à 44 dans notre exemple.

Lieferant L_{i_1} mit $p_{i_1} \leq 1000$

Lieferant L_{i_2} mit $p_{i_2} \leq 2000$

Lieferant L_{i_3} mit $p_{i_3} \leq 3000$.

Dies ist sicher vernünftig, denn durch die Minimumbedingung der gesamten Kosten kauft man automatisch erst dann beim teureren Angebot, wenn das günstigere erschöpft ist. Durch diese Aufteilung der Lieferanten ergaben sich aus den 15 Lieferanten für unser Modell deren 44.

2.3 Ableitung einer Lösung aus dem Modell

Weil es möglich war, durch die beschriebenen Modifikationen das Problem der Beschaffung und Verteilung von Holzstangen in die Standardform des abgeschlossenen Transportmodells zu bringen, konnte die Auswertung mit einem Standardprogramm für Transportprobleme auf einem Computer gelöst werden, für das die Rechenzeit nur 23 Sekunden betrug. Die Lösung zeigt eine Kosteneinsparung von 1,7% auf den gesamten Beschaffungs- und Transportkosten, falls die Stangen nur noch bei sechs Lieferanten bezogen werden. Die optimale Verteilung ist aus *Tabelle IV* ersichtlich.

Tabelle IV. Verteilung der Holzstangen, optimale Lösung Liefermengen in m³

Verbraucher V_k	Lieferant L_i						Bedarf b_k
	3	4	7	9	13	14	
1	582,6						582,6
2	239,3						239,3
3	323,3		78,1				401,4
4	432,1						432,1
5		110,6		132,4			243,0
6		513,4					513,4
7			379,7				379,7
8	502,7						502,7
9				61,7	94,7	13,0	169,4
10				562,3			562,3
11					853,8		853,8
12					541,1		541,1
13						397,1	397,1
14						297,6	297,6
15						243,0	243,0
16						325,3	325,3
17						804,0	804,0
Gesamte Liefermenge	2080,0	624,0	457,8	624,0	1622,0	2080,0	7487,8

Der Verwirklichung dieser optimalen Lösung werden gewisse politische Faktoren entgegenstehen, so dass möglicherweise eine Kompromisslösung zu suchen ist, bei der wenigstens ein Teil der möglichen Kosteneinsparungen verwirklicht werden kann.

2.3 Dérivé d'une solution selon modèle

La transformation possible du problème de l'acquisition et de la répartition des poteaux, selon le modèle décrit en une forme standard du modèle de transport, permet à un ordinateur de traiter ce problème en 23 secondes. Cette solution permet une économie de 1,7% des frais d'acquisition et de transport si les poteaux peuvent être obtenus seulement auprès de six fournisseurs.

La répartition optimum est visible dans le *tableau IV*.

Tableau IV. Répartition des poteaux, solution optimum des livraisons en m³

Utilisateurs V_k	Fournisseur L_i						Emploi b_k
	3	4	7	9	13	14	
1	582,6						582,6
2	239,3						239,3
3	323,3		78,1				401,4
4	432,1						432,1
5		110,6		132,4			243,0
6		513,4					513,4
7			379,7				379,7
8	502,7						502,7
9				61,7	94,7	13,0	169,4
10				562,3			562,3
11					853,8		853,8
12					541,1		541,1
13						397,1	397,1
14						297,6	297,6
15						243,0	243,0
16						325,3	325,3
17						804,0	804,0
Ensemble des livraisons	2080,0	624,0	457,8	624,0	1622,0	2080,0	7487,8

La réalisation de cette solution optimum comprendra certains facteurs politiques, de sorte qu'un compromis devra être recherché pour pouvoir diminuer au moins une partie des frais occasionnés.

Bibliographie

Churchman C.W., Ackoff R.L., Arnoff E.L. Operations Research, Oldenbourg München 1961.

Judin D.B., Golstein E.G. Lineare Optimierung I. Akademie-Verlag Berlin, 1968.

Vajda St. Lineare Programmierung. Industr. Organisation, 1960.

UNIVAC. Programm FOLTR 1.