

Zeitschrift: Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri

Herausgeber: Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe

Band: 47 (1969)

Heft: 6

Artikel: Einfluss der Verzerrungen im Übertragungsweg auf ein frequenzmoduliertes Signal

Autor: Fawer, Walter

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-874081>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 02.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Einfluss der Verzerrungen im Übertragungsweg auf ein frequenzmoduliertes Signal

Walter FAWER, Bern

621.391.832: 621.376.3

Zusammenfassung. Der vorliegende Artikel befasst sich mit der Berechnung von Verzerrungen, die im FM-Pfad entstehen. Die beschriebene Methode, die für periodische Modulationssignale ausgearbeitet wurde, gestattet, den Einfluss auf das FM-Signal sowohl bei linearen als auch bei nichtlinearen Verzerrungen im Übertragungsweg zu berechnen. Ausgangspunkt für die rechnerische Ermittlung ist die genaue Kenntnis der Übertragungseigenschaften im FM-Pfad und ihre Aufteilung in lineare und nichtlineare Glieder. Das Hauptgewicht der nachfolgenden theoretischen Grundlagen wird auf die Berechnung der FM-Verzerrungen beim linearen frequenzabhängigen Übertragungsglied gelegt (Spektralanalyse und -synthese).

Influence des distorsions dans la voie de transmission sur un signal à modulation de fréquence

Résumé. Le présent article traite du calcul des distorsions qui se produisent dans le canal FM. Elaborée pour des signaux de modulation périodiques, la méthode décrite permet de calculer l'influence sur le signal FM dans le cas de distorsions linéaires et non linéaires dans la voie de transmission. Pour ce faire, il faut connaître exactement les propriétés de transmission dans le canal FM et leur répartition en éléments linéaires et non linéaires. Les principes théoriques expliqués ci-après servent principalement à calculer les distorsions FM pour l'élément de transmission linéaire dépendant de la fréquence (analyse et synthèse du spectre).

Influenza delle distorsioni nella via di trasmissione su un segnale a modulazione di frequenza

Riassunto. Il presente articolo s'occupa del calcolo delle distorsioni che hanno origine nel tracciato FM. Il metodo descritto, sviluppato per segnali periodici di modulazione, permette di calcolare l'influenza sul segnale FM tanto nel caso di distorsioni lineari quanto in quello di distorsioni non lineari nella via di trasmissione. Punto di partenza per l'accertamento aritmetico è l'esatta cognizione delle caratteristiche di trasmissione nel tracciato FM e la loro suddivisione in parti lineari e non lineari. Le seguenti basi teoriche vertono prevalentemente sul calcolo delle distorsioni FM presso l'elemento di trasmissione lineare dipendente dalla frequenza (analisi e sintesi spettrale).

1. Einleitung

In der Literatur findet man verschiedene Verfahren, mit denen die sogenannten Übertragungsverzerrungen berechnet werden können. Es handelt sich hier um Verzerrungen, die längs des FM-Übertragungspfades entstehen und die Qualität der übertragenen Nachricht beeinträchtigen. Viele dieser Methoden sind allerdings an bestimmte Voraussetzungen geknüpft. In der Praxis ergeben sich nun Fälle, bei denen gewisse Verzerrungseffekte mit diesen Näherungsmethoden nicht mehr oder nur ungenügend erklärt oder berechnet werden können, weil die tatsächlichen Verhältnisse meistens von den der Theorie zugrundegelegten Voraussetzungen abweichen.

Untersucht man die verschiedenen Berechnungsmethoden, so stellt man fest, dass das Verfahren mit der Spektralanalyse und Spektralsynthese interessante Möglichkeiten bietet. Diese Methode gestattet nämlich, die Übertragungsverzerrungen bei periodischer Aussteuerung zu berechnen, ohne dafür besondere Einschränkungen zu treffen, die die Rechengenauigkeit herabsetzen. Allerdings kann der Aufwand sehr gross werden. Im Verhältnis zum Endergebnis lässt er sich aber beim Einsatz von elektronischen Rechenmaschinen durchaus rechtfertigen.

Mit der vorliegenden Arbeit möchten wir zeigen, wie man mit der Spektralanalyse und -synthese einen Einblick in den verhältnismässig komplizierten Entstehungsmechanismus der Übertragungsverzerrungen gewinnen kann. Es soll sich aber vorerst nur um die theoretischen Grundlagen handeln, die am Beispiel des sinusförmig frequenzmodulierten Signals studiert werden. Indessen wird schliesslich noch ein Verfahren skizziert, mit dem man die Verzerrungen von ganzen Übertragungssystemen berechnen kann. Die zwei

folgenden Abschnitte beziehen sich auf einen linearen Übertragungspfad, dessen frequenzabhängiges Verhalten ermittelt worden ist. Wir setzen voraus, dass die Beziehung zwischen dem Signal am Modulatoreingang und dem FM-modulierten Signal am Modulatorausgang beziehungsweise am Sendeort bekannt ist. Etwa vorhandene Vorentzerrungsglieder im unmodulierten Pfad sind inbegriffen. Das FM-Signal am Sendeort sei durch die Vektorfunktion u_1 und deren Spektrum gegeben. Gesucht ist die Vektorfunktion u_2 am Empfangsort, die man erhält, wenn das verzerrte FM-Spektrum wieder summiert wird (Spektralsynthese).

2. Spektralanalyse eines sinusförmig frequenzmodulierten Signals

Ein sinusförmig moduliertes FM-Signal kann bekanntlich durch die Gleichung

$$y_0 = \frac{u_1}{\hat{U}_1} = e^{j(\omega_0 t + m \cos \Omega t)} = e^{j\varphi_0(t)} \quad (1)$$

ausgedrückt werden, wobei

$$\varphi_0(t) = \omega_0 t + B_0(t)$$

und

$$B_0(t) = m \cos \Omega t$$

ist. Dabei haben die einzelnen Symbole folgende Bedeutung:

y_0 : Normierter frequenzmodulierter (FM) Vektor

u_1 : FM-Vektor mit der Amplitude \hat{U}_1

m : Frequenzmodulationsgrad (Modulationsindex)

ω_0 : Kreisfrequenz der unmodulierten Trägerspannung

Ω : Kreisfrequenz der Modulationsspannung

m ist mit dem Modulationsinhalt durch die Beziehung

$$m = \frac{k A}{\Omega} \quad (2)$$

verkettet, wobei A die Amplitude der Modulationsspannung und k eine Proportionalitätskonstante bedeuten.

Im weiteren ist die Kenntnis des Hubes

$$\Delta \omega = k A = m \Omega \quad (3)$$

und der Momentankreisfrequenz

$$\omega_i = \frac{d \varphi_0(t)}{dt} = \omega_0 + \frac{d B_0(t)}{dt} \quad (4)$$

von Interesse, da unter der Voraussetzung einer idealen Demodulationskennlinie das Signal am Demodulatorausgang dem Wert

$$\frac{d B_0(t)}{dt} = -\Omega m \sin \Omega t = -\Delta \omega \sin \Omega t \quad (5)$$

proportional ist.

Gleichung (1) lässt sich nun in eine Besselfunktion entwickeln. Nach einigen elementaren Umformungen erhält man folgendes Spektrum von Einzelvektoren:

$$\begin{aligned} y_0 &= J_0(m) e^{j \omega_0 t} \\ &- J_1(m) \left\{ e^{j \left[(\omega_0 + \Omega) t - \frac{\pi}{2} \right]} + e^{j \left[(\omega_0 - \Omega) t - \frac{\pi}{2} \right]} \right\} \\ &- J_2(m) \left\{ e^{j (\omega_0 + 2 \Omega) t} + e^{j (\omega_0 - 2 \Omega) t} \right\} \\ &+ J_3(m) \left\{ e^{j \left[(\omega_0 + 3 \Omega) t - \frac{\pi}{2} \right]} + e^{j \left[(\omega_0 - 3 \Omega) t - \frac{\pi}{2} \right]} \right\} \\ &+ J_4(m) \left\{ e^{j (\omega_0 + 4 \Omega) t} + \dots \right\} \\ &- \dots \end{aligned} \quad (6)$$

$J_n(m)$ ist der Besselfoeffizient 1. Art n. Ordnung des Argumentes m und ist für ganzzahliges n wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} J_n(m) &= \\ &= \frac{m^n}{2^n \cdot n!} \left[1 - \frac{m^2}{2(2n+2)} + \frac{m^4}{2 \cdot 4(2n+2)(2n+4)} - \dots \right] \end{aligned} \quad (7)$$

Wie aus Gl. (6) ersichtlich ist, setzt sich ein sinusförmig modulierte FM-Signal aus korrelierten Elementarschwingungen zusammen. Diese Darstellungsweise erlaubt, jede dieser Schwingungen im Laufe der Übermittlung einzeln zu verfolgen, wenn der Amplitudenfrequenzgang A(ω) und der Phasengang B(ω) des Übertragungsweges be-

kannt ist. So verändert sich zum Beispiel die Amplitude eines mit ω_1 rotierenden Vektors am Empfangsort um den Faktor a(ω_1), während sich seine Phase um den Betrag -b(ω_1) gedreht hat.

Auf Grund der bis jetzt durchgeführten Überlegungen muss also ein Amplitudenspektrum nach Gl. (6), das an den Eingang eines linearen Übertragungsvierpols gelegt wird, am Ausgang folgende Form aufweisen.

$$\begin{aligned} y &= J_0(m) a_0 e^{j(\omega_0 t - b_0)} \\ &- J_1(m) \left\{ a'_1 e^{j \left[(\omega_0 + \Omega) t - \frac{\pi}{2} - b'_1 \right]} + a''_1 e^{j \left[(\omega_0 - \Omega) t - \frac{\pi}{2} - b''_1 \right]} \right\} \\ &- J_2(m) \left\{ a'_2 e^{j \left[(\omega_0 + 2 \Omega) t - b'_2 \right]} + a''_2 e^{j \left[(\omega_0 - 2 \Omega) t - b''_2 \right]} \right\} \\ &+ J_3(m) \left\{ a'_3 e^{j \left[(\omega_0 + 3 \Omega) t - \frac{\pi}{2} - b'_3 \right]} + \dots \right\} \\ &+ \dots \end{aligned} \quad (8)$$

Dabei lassen sich die Werte a_0 , a'_s und a''_s sowie b_0 , b'_s und b''_s wie bereits erörtert aus Amplitudengang A(ω) und Phasengang B(ω) ermitteln.

Die nächste Aufgabe besteht jetzt darin, die einzelnen Schwingungen so zu summieren, dass der zusammengesetzte Vektor y in die allgemeine Form

$$y = |A(t)| e^{j \varphi(t)} = |A(t)| e^{j[\omega_0 t + B(t)]} \quad (9)$$

gebracht werden kann. Dieser Berechnungsvorgang, der unter dem Namen Spektralsynthese bekannt ist, soll im nächsten Abschnitt behandelt werden.

3. Die Spektralsynthese

Ein zusammengesetzter Vektor

$$A = \sum_{s=0}^n A_s e^{j u_s} = V + j U \quad (10)$$

bei dem die Winkel u_s der Teilvektoren im allgemeinen Funktionen von t sind, soll in die Form

$$A = |A(t)| e^{j B(t)} \quad (11)$$

gebracht werden. Die hier angewendete komplexe Berechnungsweise liefert uns sofort die folgenden bekannten Beziehungen:

$$|A(t)| = \sqrt{U^2 + V^2} \quad (12)$$

und

$$B(t) = \arctan \frac{U}{V} \quad (13)$$

Da dieses Berechnungsverfahren auf frequenzmodulierte Wellen angewendet wird, ist insbesondere das Produkt $\frac{dB(t)}{dt}$ von Interesse, weil es bekanntlich das demodulierte Signal darstellt. Nach Gl. (13) errechnet sich $\frac{dB(t)}{dt}$ nach folgender Formel:

$$\frac{dB(t)}{dt} = \frac{d(\arctan \frac{U}{V})}{dt} = \frac{V \frac{dU}{dt} - U \frac{dV}{dt}}{U^2 + V^2} = \frac{V \frac{dU}{dt} - U \frac{dV}{dt}}{|A(t)|^2} \quad (14)$$

Setzt man nun statt U und V die entsprechenden Werte

$$V = \sum_{s=0}^n A_s \cos u_s$$

und

$$U = \sum_{s=0}^n A_s \sin u_s$$

in die Gl. (12) bis (14) ein, so gelangen wir nach einigen elementaren Umformungen zu den nachstehenden Gleichungen:

$$|A(t)| = \sqrt{\sum_{s=0}^n A_s^2 + 2 \sum_{v=1}^n \sum_{s=0}^{n-v} A_s A_{s+v} \cos(u_s - u_{s+v})} \quad (15)$$

$$B(t) = \arctan \frac{\sum_{s=0}^n A_s \sin u_s}{\sum_{s=0}^n A_s \cos u_s} \quad (16)$$

$$\frac{dB(t)}{dt} = \frac{\sum_{s=0}^n A_s^2 \frac{du_s}{dt} + \sum_{v=1}^n \sum_{s=0}^{n-v} \left(\frac{du_s}{dt} + \frac{du_{s+v}}{dt} \right) A_s A_{s+v} \cos(u_s - u_{s+v})}{\sum_{s=0}^n A_s^2 + 2 \sum_{v=1}^n \sum_{s=0}^{n-v} A_s A_{s+v} \cos(u_s - u_{s+v})}$$

An sich wäre die Aufgabe jetzt gelöst. Es fragt sich nur, ob die verschiedenen Beziehungen in dieser Form verwendet werden können. Um dies zu beantworten, werden die gefundenen Formeln auf ein FM-Spektrum angewendet.

Zunächst sei noch darauf hingewiesen, dass zwischen dem Vektor \mathbf{y} eines verzerrten FM-Spektrums und dem nach (11) definierten Vektor \mathbf{A} die Beziehung

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{y}}{e^{j\omega_0 t}} = a_0 J_0(m) e^{j[(\omega_0 - \omega_0)t - b_0]} - J_1(m) \left\{ a'_1 e^{j[(\omega_0 - \omega_0 + \Omega)t - \frac{\pi}{2} - b'_1]} + \dots \right\} - J_2 \dots \quad (18)$$

besteht. Ein nach (8) angegebenes FM-Spektrum ist also vorerst gemäss (18) umzuformen. Das Einsetzen in die Gl. (15) und (17) wird dann nach dem auf Seite 267 gezeigten Schema vorgenommen.

Bei der Lösung dieser Aufgabe bemerkt man zunächst, dass ganz allgemein

$$\cos(u_s - u_{s+v}) = \cos(v \Omega t - b_{sv}) \quad (19)$$

ist. Bei konstantem v können somit folgende Beziehungen umgeformt werden:

$$2 \sum_{s=0}^{n-v} A_s A_{s+v} \cos(u_s - u_{s+v}) = Q_v \cos(v \Omega t - \varphi_{Q_v}) \quad (20)$$

$$\sum_{s=0}^{n-v} \left(\frac{du_s}{dt} + \frac{du_{s+v}}{dt} \right) A_s A_{s+v} \cos(u_s - u_{s+v}) = P_v \cos(v \Omega t - \varphi_{P_v}) \quad (21)$$

P_v und φ_{P_v} sowie Q_v und φ_{Q_v} lassen sich dabei aus den bekannten Regeln der Addition sinusförmiger Schwingungen gleicher Dauer ermitteln. Setzt man nun

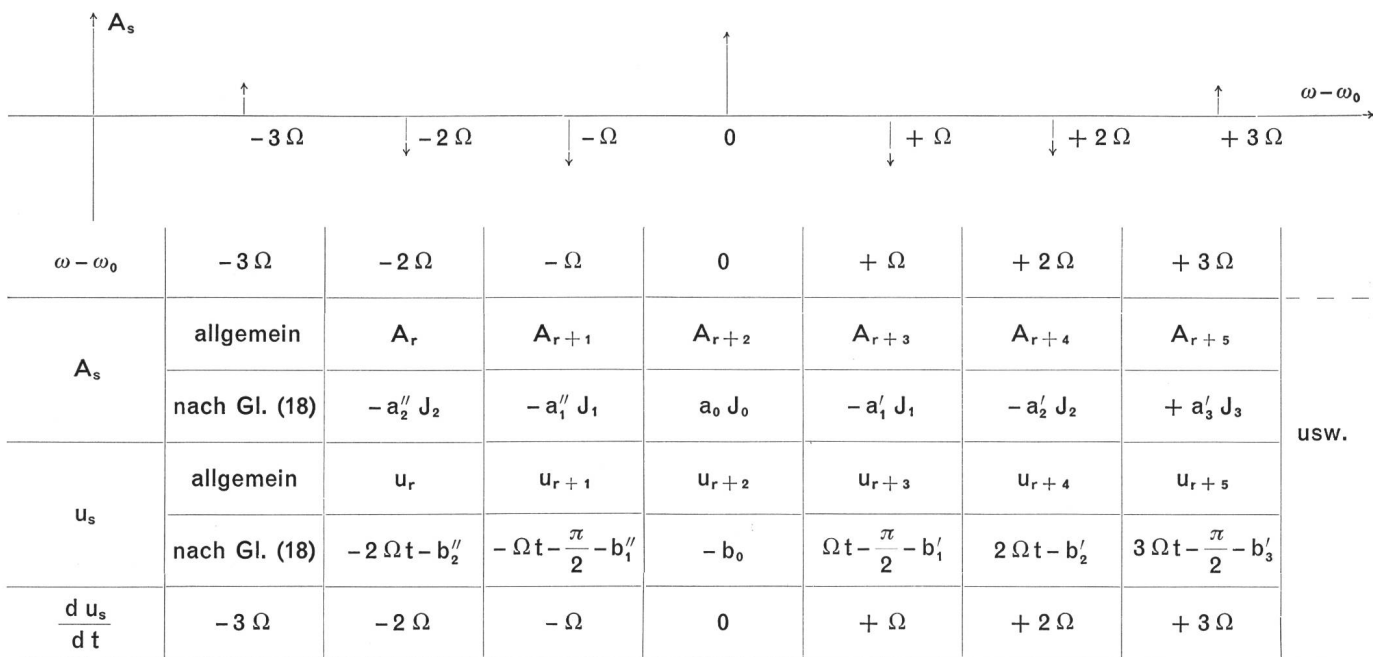
$$\sum_{s=0}^n A_s^2 = Q_0 \quad (22)$$

und

$$\sum_{s=0}^n \frac{du_s}{dt} A_s^2 = P_0 \quad (23)$$

so ergeben sich aus den Beziehungen (15) und (17) Funktionen folgender Form:

$$|A(t)| = \sqrt{Q_0 + \sum_{v=1}^n Q_v \cos(v \Omega t - \varphi_{Q_v})} \quad (24)$$



$$\frac{d B(t)}{d t} = \frac{P_0 + \sum_{v=1}^n P_v \cos(v \Omega t - \varphi_{P_v})}{Q_0 + \sum_{v=1}^n Q_v \cos(v \Omega t - \varphi_{Q_v})} = \frac{P}{Q} \quad (25)$$

Zu erwähnen wäre noch, dass sich bei ungeradem v die Kosinusfunktion durch eine entsprechende Sinusfunktion ersetzen lässt. Dies geht beim Einsetzen von (18) in (15) und (17) hervor. Bei ungeradem v ist nämlich

$$\begin{aligned} \cos(u_s - u_{s+v}) &= \cos\left(v \Omega t - B_{s,v} \pm \frac{\pi}{2}\right) = \\ &= \mp \sin(v \Omega t - B_{s,v}) \end{aligned} \quad (26)$$

Obwohl diese Beziehung im Endergebnis von Bedeutung sein wird, lassen wir zunächst $|A(t)|$ und $\frac{d B(t)}{d t}$ in der ursprünglichen Form (24 und 25), weil so die Schreibweise verhältnismässig einfach ist. Mit Hilfe der Beziehung (18) lässt sich das Resultat schliesslich in die normierte Form

$$\mathbf{y} = |A(t)| e^{j[\omega_0 t + B(t)]} = |A(t)| e^{j\left[\omega_0 t + \int \frac{d B(t)}{d t} dt\right]}$$

bringen (siehe Gl. 9). Das einleitend gestellte Problem, bei einem linear verzerrten Übertragungsweg die FM-Vektorfunktion \mathbf{u}_2 am Empfangsort zu ermitteln, wenn jene am Sendeort (\mathbf{u}_1) gegeben ist, kann nun gelöst werden. Ist gemäss (1)

$$\mathbf{u}_1 = \hat{U}_1 \mathbf{y}_0$$

so ergibt sich

$$\mathbf{u}_2 = \hat{U}_1 \mathbf{y} = \hat{U}_1 |A(t)| e^{j\left[\omega_0 t + \int \frac{d B(t)}{d t} dt\right]} \quad (26a)$$

Die vorausgegangenen Berechnungen haben gezeigt, dass lineare Verzerrungen im FM-Pfad die Amplitude $|A(t)|$ und die Phase $B(t)$ eines frequenzmodulierten Signals beeinflussen. Die Phasenverzerrungen im FM-Signal sind in unserem Falle von besonderer Bedeutung, da der Modulationsinhalt bekanntlich in der Phase enthalten ist. Daher muss erwartet werden, dass die übertragene Nachricht linear und nichtlinear verzerrt ist. Interessant ist vor allem die Tatsache, dass auch reine Amplitudenverzerrungen im FM-Pfad den Modulationsinhalt beeinflussen.

Nicht immer wird der Ausdruck $\frac{d B(t)}{d t}$ in der Form nach Gl. (25) zweckmässig sein. Wenn man zum Beispiel die linearen und die nichtlinearen Verzerrungen des Modulationssignals getrennt ermitteln möchte, sollte Gl. (25) in eine ungebrochene harmonische Reihe entwickelt werden. Das bedeutet nichts anderes, als $\frac{d B(t)}{d t}$ in seine Spektralkomponenten zu zerlegen. Diese Operation benötigt vielleicht etwas Fingerspitzengefühl, weil das Endergebnis meistens mit einem geeigneten Approximationsverfahren berechnet werden muss. Im allgemeinen aber lässt sich stets eine Näherung finden, welche die Genauigkeit der Rechnung nur unwesentlich beeinträchtigt.

Eines der vielen Approximationsverfahren möchten wir nachfolgend kurz skizzieren. Der Nenner von Gl. (25) kann nämlich in die Gestalt

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0 \left[1 + \frac{1}{Q_0} \sum_{v=1}^n Q_v \cos(v \Omega t - \varphi_{Q_v}) \right]} \quad (27)$$

gebracht und mit der Substitution

$$x = \frac{1}{Q_0} \sum_{v=1}^n Q_v \cos(v \Omega t - \varphi_{Q_v}) \quad (28)$$

in eine Potenzreihe von *Mc. Laurin* entwickelt werden. Daraus ergibt sich zunächst die Beziehung

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} \cdot \frac{1}{1+x} = \frac{1}{Q_0} (1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots) \quad (29)$$

Ist x – wie im vorliegenden Falle – eine Sinusfunktion, so kann Gl. (29) durch geeignete goniometrische Transformationen in eine harmonische Reihe umgewandelt werden. Die Multiplikation von P mit $\frac{1}{Q}$ (siehe Gl. 25) ergibt dann eine Reihe der Form

$$\frac{dB(t)}{dt} = m_0 + \sum_{s=1}^w m_s \cos(s \Omega t - B_s) \quad (30)$$

Diese Methode ist besonders für kleine bis mittlere Übertragungsverzerrungen zu empfehlen. Bei grossen Verzerrungen und gewissen Interferenzproblemen wird der Rechenaufwand sehr gross, was allerdings beim Einsatz von Computern ohne Bedeutung ist.

4. Anwendungsbereich dieser Methode

Die vorliegende Methode lässt sich überall dort anwenden, wo die Übertragungsverzerrungen eines periodischen Modulationssignales zu ermitteln sind. Die Form dieses Signals spielt dabei grundsätzlich keine Rolle. Je nach Formfaktor kann natürlich auch die Spektralanalyse einige Zeit in Anspruch nehmen. Ein rein sinusförmig frequenzmoduliertes Signal gestattet, bereits folgende Übertragungsverzerrungen zu berechnen:

- Amplitudenfrequenzgang
- Phasenfrequenzgang
- Gruppenlaufzeitfrequenzgang
- Steilheits- und Laufzeitverzerrungen, entsprechend den differentiellen Amplituden- und Phasenverzerrungen bei der Übermittlung von Farbfernsehsignalen
- Oberwellengehalt oder Klirrfaktor des sinusförmigen Modulationssignals.

Bei der Ermittlung des Amplituden-, Phasen- und Gruppenlaufzeitverlaufs variiert man die Modulationsfrequenz, während die Mittenfrequenz konstant bleibt. Bei den differentiellen Amplituden- und Phasenfehlern wird die Modu-

lationsfrequenz konstant gehalten und die Mittenfrequenz entsprechend variiert. Wohlverstanden handelt es sich hier nur um den Einfluss der Verzerrungen des FM-Pfades auf das übertragene Modulationssignal. Die Modulations- und Demodulationsverzerrungen sind nicht inbegriffen. Wird der FM-Träger mit drei sinusförmigen Modulationsspannungen verschiedener Frequenz moduliert, so können zu den bereits erwähnten Übertragungsverzerrungen noch die Kreuz- und Intermodulationseigenschaften bestimmt werden. Ein solcher Fall liegt beispielsweise bei gemeinsamer Übertragung von Farbfernseh- und Tonsignalen auf Richtstrahlanlagen vor.

Sobald die Übertragungsverzerrungen eines ganzen FM-Systems ermittelt werden möchten, können die vorhandenen nichtlinearen Verzerrungen des Übermittlungsweges niemals nicht mehr vernachlässigt werden. Als nichtlineare Elemente sind zum Beispiel die Amplitudengrenzer zu erwähnen. Mit diesen Begrenzern will man die vielfach zeitabhängige Amplitude des FM-Signals auf einen konstanten Wert bringen oder die vorhandenen Amplitudenschwankungen zumindest komprimieren. Natürlich darf dadurch die Phase des FM-Signals nicht beeinflusst werden, was bei einem idealen Begrenzer auch der Fall ist. Seine Begrenzercharakteristik kann nämlich durch die Beziehung

$$u_2 = u_1 - a_3 u_1^3 + a_5 u_1^5 - a_7 u_1^7 + \dots \quad (31)$$

ausgedrückt werden. Dabei ist

$$u_1 = A(t) \cos \varphi(t) \quad (32)$$

die Gleichung eines FM-Signals mit überlagerter Amplitudenmodulation. Beim Einsetzen von (32) in (31) ergibt sich schliesslich ein Signal u_2 der folgenden Form:

$$u_2 = A_1 [A(t)] \cos \varphi(t) + A_3 [A(t)] \cos 3 \varphi(t) + \dots \quad (33)$$

Die vorausgegangene Rechnung zeigt, dass die Amplitudenabhängigkeit von A_1 kleiner ist als jene von $A(t)$. Wie ferner aus Gl. (33) ersichtlich ist, erfährt die Phase $\varphi(t)$ im vorliegenden Falle keine Änderung.

In der Praxis ist die Sache nicht so einfach. Einmal gibt der Begrenzer am Ausgang auch geradzahlige Oberwellen des Signals ab. Im weiteren ergeben sich Fälle, bei denen nichtlineare Elemente im Übertragungspfad die Phase des FM-Signals beeinflussen können. Dies soll im folgenden durch ein Beispiel kurz erläutert werden.

Ein Begrenzer sei durch ein linear frequenzabhängiges Übertragungsglied mit einem anderen nichtlinearen Glied – etwa einem Verstärker – verbunden. Die Zeit, die das Signal benötigt, um vom Begrenzerausgang zum Verstärker zu gelangen, sei für jede Harmonische verschieden. Infolge der nichtlinearen Kennlinien im Verstärker erzeugen die verschiedenen Harmonischen zum Teil wieder Grundwellen, deren Beträge und Phasen von der Amplitude $A(t)$

(siehe Gl. 32) und den Verzerrungen im linearen Glied abhängig sind. Diese erzeugten Grundwellen können nun zu einem einzigen Vektor \mathbf{S}_1 zusammengefasst werden, der durch

$$\mathbf{S}_1 = \mathbf{S}_1 [A(t)] e^{j\varphi_1[t; A(t)]} \quad (34)$$

gegeben ist. Mit der Originalgrundwelle

$$\mathbf{S} = \mathbf{S} e^{j\varphi(t)} \quad (35)$$

wird dann ein Summenvektor \mathbf{S}_0 , der folgenden Form gebildet:

$$\mathbf{S}_0 = \mathbf{S} + \mathbf{S}_1 = \mathbf{S} e^{j\varphi(t)} + \mathbf{S}_1 [A(t)] e^{j\varphi_1[t; A(t)]} \quad (36)$$

Dieses Beispiel zeigt, wie die Oberwellen des FM-Signals die übertragene Nachricht verzerren können.

In grundlegenden Arbeiten hat *Wiener* nachgewiesen, dass es möglich ist, ein frequenzabhängig nichtlineares System in sogenannte Bausteine zu zerlegen. Diese Bausteine gehören entweder zur Klasse der gedächtnisbehafteten linearen Glieder oder zu jener der gedächtnislosen nichtlinearen Glieder und sind je nachdem serie-, parallel- oder kettengeschaltet. Hinsichtlich der Zerlegung und Synthese von frequenzabhängig nichtlinearen Systemen sei auf die Fachliteratur verwiesen. Mit den beschriebenen Hilfsmitteln und Modellen kann nachgewiesen werden, dass nichtlineare Elemente im FM-Pfad unter gewissen Voraussetzungen das Modulationssignal verzerren können. Die störende Amplitudenmodulation eines FM-Signals zum Beispiel wird so in eine unerwünschte Phasenmodulation umgewandelt.

Abschliessend möchten wir noch kurz darauf hinweisen, wie die Übertragungsverzerrungen eines ganzen Systems berechnet werden können. Als Ausgangspunkt für die Berechnung ist eine hinreichend genaue Kenntnis der Eigenschaften des FM-Pfades erforderlich. Mit diesen Daten sollte das System im allgemeinen in eine entsprechende Schaltung von linear frequenzabhängigen und nichtlinear frequenzunabhängigen Gliedern zerlegt werden können. Die Berechnung der Übertragungsverzerrungen beim linearen Glied geschieht dann im Spektralbereich des FM-Signals, jene beim nichtlinearen Element hingegen am zweckmässigsten im Zeitbereich (siehe auch Gl. 31...36). Da bei solchen Systemen der Überlagerungssatz im allge-

meinen seine Gültigkeit verliert, können die Verzerrungen der verschiedenen Übertragungsglieder nicht separat ermittelt und dann summiert werden. Als Basis für die Berechnung der Übertragungsverzerrungen eines bestimmten Gliedes gilt vielmehr das FM-Signal, das am Ausgang des vorhergehenden Gliedes vorhanden ist. Dieses Signal ist demnach in den Rechenprozess einzusetzen. Werden die entsprechenden Operationen sukzessive an den verschiedenen Teilen des FM-Pfades durchgeführt, so gelangt man schliesslich zu den Übertragungsverzerrungen des gesamten FM-Pfades.

5. Schlussfolgerung

Ausgehend von der Spektralanalyse und -synthese eines FM-Signals wurde ein Berechnungsverfahren entwickelt, mit dem man die Übertragungsverzerrungen eines ganzen Übermittlungssystems berechnen kann. Es konnte gezeigt werden, dass lineare Verzerrungen im FM-Pfad das übertragene Modulationssignal linear und nichtlinear verzerren. Um die Verzerrungswerte innerhalb bestimmter Grenzen zu halten, werden im Übertragungsweg oft Amplituden- und Phasenzerrerr eingesetzt. Aber auch nichtlineare Verzerrungen im FM-Pfad können die übertragene Nachricht störend beeinflussen. In Begrenzerstufen zum Beispiel ist die Umwandlung der dem FM-Signal oft überlagerten Amplitudenmodulation in eine Störphasenmodulation ein Effekt, der im Zusammenhang mit nichtlinearen Verzerrungen im FM-Pfad häufig auftritt.

Literaturverzeichnis

- Sneddon I. N.* Spezielle Funktionen der mathematischen Physik. BI-Hochschultaschenbuch Nr. 54, S. 95...134.
- ITT. Reference Data for Radio Engineers (4th edition), p. 532...536.
- Butterweck H. J.* Frequenzabhängige nichtlineare Übertragungssysteme. A. E. U. 21 (1967), Heft 5, S. 239...254.
- Courant R. und Hilbert D.* Methoden der mathematischen Physik, Bd. 1. Springer-Verlag Berlin 1924, S. 69.
- Lee Y. W.* Synthesis of electrical networks by Fourier transform of Laguerre's function. J. Math. Phys. 11 (1932), S. 83...113.
- Fawer W.* Einfluss linearer Verzerrungen auf ein sinusförmig frequenzmoduliertes Signal. PTT-interner Bericht Nr. V40.125 vom 22. Mai 1938.