

**Zeitschrift:** Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri

**Herausgeber:** Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe

**Band:** 63 (1985)

**Heft:** 9

**Artikel:** Pronostics du trafic téléphonique pour la planification des faisceaux de lignes dans les réseaux ruraux = Previsioni del traffico telefonico per la pianificazione dei fasci di linee nelle reti rurali

**Autor:** Zobrist, Hansruedi

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-875405>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 29.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Pronostics du trafic téléphonique pour la planification des faisceaux de lignes dans les réseaux ruraux

## Previsioni del traffico telefonico per la pianificazione dei fasci di linee nelle reti rurali

Hansruedi ZOBRIST, Bern

### Telefonverkehrsprognosen zur Planung der Leitungsbündel in den Bezirksnetzen

Zusammenfassung. Im vorliegenden Artikel werden die mathematischen Grundlagen der Prognosekurven erklärt, die zur Planung der Leitungsbündel in den Bezirksnetzen dienen. Gleichzeitig werden die wichtigsten Möglichkeiten des APL-Programms erläutert, das nächstens allen Fernmeldekreisdirektionen zur Verfügung stehen wird.

Résumé. Les bases mathématiques des courbes de pronostic servant à la planification des faisceaux de lignes dans les réseaux ruraux sont expliquées dans cet article. Les possibilités les plus importantes du programme APL, qui sera prochainement à la disposition de toutes les Directions d'arrondissement des télécommunications, sont également abordées.

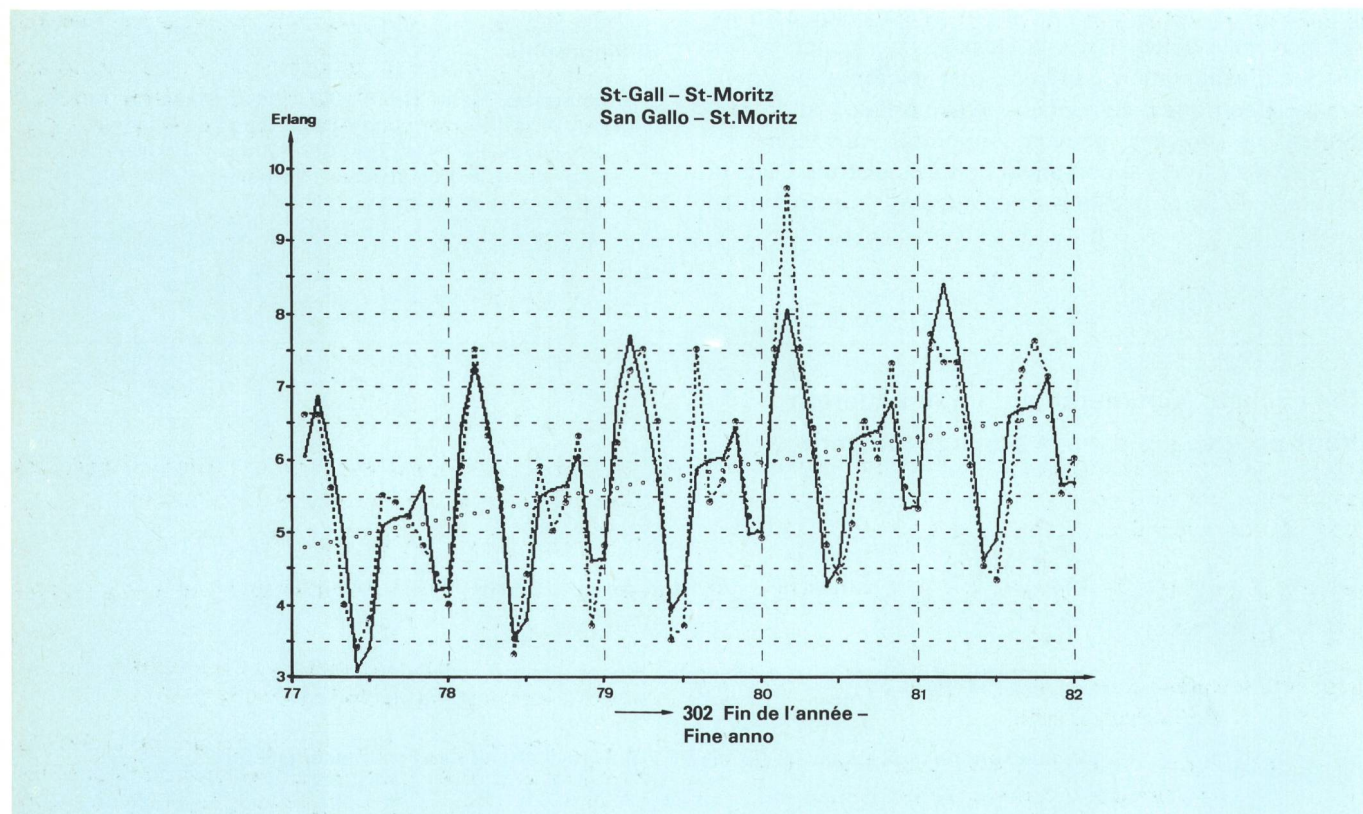
Riassunto. Nel presente articolo vengono spiegate le basi matematiche delle curve di previsione che servono a pianificare i fasci delle reti rurali. Sono anche illustrate le possibilità più importanti del programma APL, che prossimamente sarà a disposizione di tutte le direzioni di circondario delle telecomunicazioni.

### 1 Introduction

Des pronostics de trafic sont nécessaires à la planification des faisceaux de lignes dans les réseaux téléphoniques ruraux qui, en plus de la tendance fondamentale, prévoient également les variations mensuelles. Pour établir ces documents, on utilise les statistiques des valeurs mensuelles mesurées jusqu'ici. Grâce à l'analyse multiple des régressions, il est possible de calculer des

### 1 Introduzione

Per la pianificazione dei fasci di linee nelle reti telefoniche rurali occorrono previsioni del traffico che, oltre alla tendenza generale, indicano anche le variazioni mensili. Le statistiche dei valori mensili del traffico già misurati fungono da base. Con l'analisi di regressione multipla è possibile calcolare curve che approssimano in modo ottimale (fig. 1) i dati contenuti nelle statistiche. Per



courbes qui se rapprochent de manière optimale des valeurs d'observation obtenues dans les statistiques (fig. 1). Dans le domaine de l'avenir, ces courbes livrent une suite de valeurs de pronostic possibles. Le procédé de prévision décrit dans cet article a été introduit dans un programme interactif d'ordinateur, écrit en langue APL, à la disposition de la Section de la planification de l'exploitation de la Direction générale des PTT depuis le mois d'octobre 1984.

## 2 Taux de régression et courbes de pronostics

Afin qu'il soit possible de saisir, d'une part, la tendance fondamentale et, d'autre part, les variations mensuelles qui s'y superposent, on peut avoir recours à la forme de régression suivante:

$$\hat{y} = f + p$$

avec  $f = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$

$$p = \sum_{i=1}^4 a_{i+2} \sin(2\pi t/n_i) + \sum_{i=1}^5 a_{i+6} \cos(2\pi t/n_i) \quad (1)$$

$t \in \mathbb{N}$   
 $n_1 = 12, n_2 = 6, n_3 = 4, n_4 = 3, n_5 = 2$   
 $a_0, \dots, a_{11} =$  coefficients de régression

La fonction des valeurs supposées  $\hat{y}$  délivre, pendant la période d'observation (passé), des *valeurs de régression* ou d'*approximation* et, pendant la période du futur, des *valeurs de pronostic* ou de *planification*. Etant donné que les statistiques contiennent des valeurs mensuelles, tous les mois de la période d'observation et de planification sont numérotés chronologiquement ( $t$ ). La valeur initiale ( $t = 1$ ) correspond au mois de janvier de la première année d'observation, dont il doit être tenu compte dans le calcul de la régression;  $t$  est ainsi la *variable indépendante*, raison pour laquelle on utilise souvent par la suite la *symbolique* suivante:

$$\hat{y} = \hat{y}(t) = \hat{y}_t$$

analogue aux fonctions et variables apparaissant plus tard  $d, f, g, h, p, y, \hat{z}$ .

Après les transformations de linéarisation

$$\begin{aligned} x_1 &= t \\ x_2 &= t^2 \\ x_3 &= \sin(2\pi t/12) \\ &\vdots \\ x_{11} &= \cos(2\pi t/2) \end{aligned}$$

les 12 *coefficients de régression*  $a_0, a_1, \dots, a_{11}$  sont calculés selon la méthode de la régression linéaire multiple (procédé des moindres carrés). A cet effet, on a besoin d'au moins 12 valeurs d'observation qui conduisent aux équations de détermination du genre suivant:

$$y(t) = f(t) + p(t) \quad t \in \{1, \dots, n\}$$

avec  $y(t) =$  valeur d'observation dans le mois  $t$  selon la statistique (Erlang)

$n =$  dernier mois de la période d'observation  
 $=$  nombre des valeurs d'observation

Afin de ne pas compliquer inutilement le programme APL, la période d'observation doit être constituée par des années de calendrier complètes comprenant cha-

quanto concerne le futuro, tali curve forniscono una serie di valori possibili. Il procedimento descritto nel seguito è stato incluso in un programma interattivo di calcolatore, scritto in linguaggio APL, a disposizione della sezione pianificazione dell'esercizio da ottobre 1984.

## 2 Impostazione della formula di regressione e curva di previsione

Per determinare sia la tendenza generale sia le variazioni mensili a questa sovrapposte, adoperiamo la seguente formula di regressione:

$$\hat{y} = f + p$$

con  $f = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$

$$p = \sum_{i=1}^4 a_{i+2} \sin(2\pi t/n_i) + \sum_{i=1}^5 a_{i+6} \cos(2\pi t/n_i) \quad (1)$$

$t \in \mathbb{N}$   
 $n_1 = 12, n_2 = 6, n_3 = 4, n_4 = 3, n_5 = 2$   
 $a_0, \dots, a_{11} =$  coefficienti di regressione

La funzione dei valori di stima  $\hat{y}$  fornisce, per il periodo di osservazione (il passato), *valori di regressione* o di *approssimazione*, per il futuro, *valori di previsione* o di *pianificazione*. Dato che le statistiche constano di valori mensili, tutti i mesi del periodo di osservazione e di pianificazione sono numerati progressivamente ( $t$ ). Il valore iniziale ( $t = 1$ ) corrisponde al gennaio del primo anno di osservazione (dell'anno cioè più lontano nel tempo) di cui si deve tener conto per il calcolo della regressione;  $t$  è pertanto la *variabile indipendente*, per cui in seguito si utilizzeranno spesso i seguenti *simboli*:

$$\hat{y} = \hat{y}(t) = \hat{y}_t$$

In modo analogo sono rappresentate le funzioni e le variabili  $d, f, g, p, y, \hat{z}$  utilizzate, in parte, solo più avanti

I dodici *coefficients di regressione*  $a_0, a_1, \dots, a_{11}$  vengono calcolati con il metodo della regressione lineare multipla (metodo degli scarti quadratici minimi) secondo le trasformazioni linearizzanti

$$\begin{aligned} x_1 &= t \\ x_2 &= t^2 \\ x_3 &= \sin(2\pi t/12) \\ &\vdots \\ x_{11} &= \cos(2\pi t/2) \end{aligned}$$

A tal fine occorrono almeno dodici valori di osservazione, dai quali conseguono equazioni del tipo:

$$y(t) = f(t) + p(t) \quad t \in \{1, \dots, n\}$$

con  $y(t) =$  valore di misurazione nel mese  $t$  secondo statistica (Erlang)

$n =$  ultimo mese del periodo di osservazione  
 $=$  quantità dei valori di osservazione

Per non complicare inutilmente il programma APL, si considera il periodo di osservazione formato di anni solari interi, ognuno di 12 misure mensili;  $n$  è pertanto sempre un valore di dicembre e divisibile per 12.

La parabola quadratica  $f$  rappresenta la *componente tendenziale* o la *tendenza generale* dei valori di stima  $\hat{y}$ .



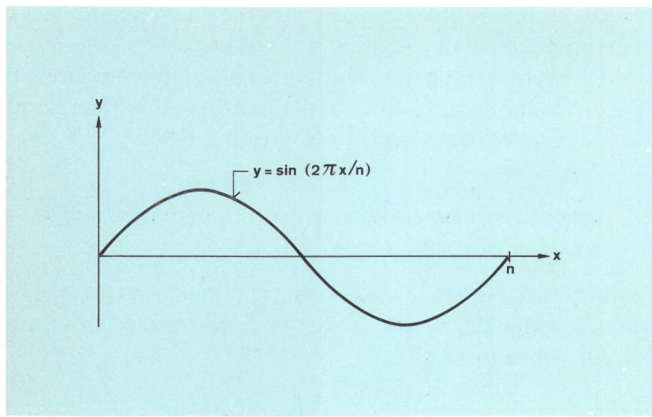


Fig. 2  
 Courbe sinusoidale de période n – Curva sinusoidale della lunghezza di periodo n

cune 12 mesures mensuelles; n correspond ainsi à une valeur du mois de décembre et est divisible par 12.

La parabole quadratique  $f$  constitue la *composante de tendance* ou la *tendance fondamentale* des valeurs estimées  $\hat{y}$ . Etant donné que les diviseurs  $n_i$  qui apparaissent lors du calcul de la *composante d'oscillation*  $p$  ont un plus petit commun multiple de 12, un cycle d'oscillation qui, conformément à la définition de  $p$ , consiste en la superposition de 9 courbes selon la *figure 2* dure un an. Ainsi, sur la courbe d'approximation  $\hat{y}$ , chaque mois présente le même écart par rapport à la composante fondamentale  $f$ , pour toutes les années. Cependant, la réalité est quelque peu différente. Bien qu'on attende pour un mois déterminé de chaque année un écart de même sens par rapport à la tendance fondamentale  $f$ , la *grandeur* de cet écart ne devrait toutefois pas être constante, mais être d'allure *proportionnelle* à la tendance fondamentale: pour un trafic augmentant en général, les variations mensuelles devraient également être à la hausse, et inversement (*fig. 3*). C'est pourquoi il y a lieu de déterminer les variations  $p$  mensuelles *relatives*, en partant des variations mensuelles *effectives* et en formant pour chaque mois  $j$  d'une année quelconque de la période d'observation le quotient suivant:

$$r_j = (f_{t_0+j} + p_{t_0+j}) / f_{t_0+j} \quad (j = 1, \dots, 12)$$

$t_0$  correspond au mois de décembre de l'année précédente, ce qui donne  $t_0 \in \{0, 12, \dots, n-12\}$ , selon le choix de l'année d'observation. Dans le programme APL, les calculs sont faits avec  $t_0 = n-12$ .

Pour obtenir la valeur de pronostic  $\hat{y}$  d'un mois quelconque  $t$ , il suffit de multiplier la valeur de tendance  $f(t)$  pour ce mois avec le coefficient d'oscillation  $r_j$  du mois correspondant:

$$\hat{y}(t) = f(t)r_j \quad (\text{avec les mêmes restes à 12 pour } j \text{ et } t) \quad (2)$$

Alors que pendant la période d'observation les valeurs estimées  $y$  sont calculées selon la formule (1), pour la période de pronostic, c'est la formule (2) qui est valable.

### 3 Adéquation de la parabole en tant que composante de tendance

Comme nous l'avons déjà vu, la composante de tendance  $f$  des équations de régression (1) est représentée

Un cycle d'oscillation, formé, par définition de  $p$ , dalla sovrapposizione di nove curve (*fig. 2*) dura esattamente un anno, dato che i divisori  $n_i$ , necessari per calcolare la *componente d'oscillation*  $p$ , hanno il minimo comune multiplo 12. Così, sulla curva approssimante  $\hat{y}$ , ogni singolo mese diverge ogni anno nella stessa misura dalla componente tendenziale  $f$ . Ciò non rispecchia però esattamente la realtà. Certo, per lo stesso mese ci si aspetta ogni anno un analogo divergere dalla tendenza generale  $f$ , tuttavia l'*entità* di questo divergere non dovrebbe essere costante, ma *proporzionale* alla tendenza generale: in caso di aumento generale del traffico, dovrebbero aumentare, in proporzione, anche le variazioni mensili e inversamente (*fig. 3*). Per questa ragione occorre determinare le variazioni mensili *relative* da quelle *effettive*  $p$ , stabilendo, per ogni mese  $j$  di un anno qualsiasi del periodo di osservazione, il seguente quoziente:

$$r_j = (f_{t_0+j} + p_{t_0+j}) / f_{t_0+j} \quad (j = 1, \dots, 12)$$

$t_0$  corrisponde al dicembre dell'anno precedente, pertanto  $t_0 \in \{0, 12, \dots, n-12\}$ , a seconda della scelta dell'anno di osservazione. Nel programma APL,  $t_0$  è uguale a  $n-12$ . Per ottenere il valore di stima  $\hat{y}$  di un mese qualsiasi  $t$ , il valore tendenziale  $f(t)$  calcolato per questo mese deve essere moltiplicato per il coefficiente di oscillazione  $r_j$  del mese considerato:

$$\hat{y}(t) = f(t)r_j \quad (\text{con gli stessi resti di dodici per } j \text{ e per } t) \quad (2)$$

Mentre nel periodo di osservazione i valori di stima  $\hat{y}$  sono calcolati in base alla formula (1), nel periodo di previsione è determinante la formula (2).

### 3 Idoneità della parabola quale componente tendenziale

Come già visto, la componente tendenziale  $f$  della formula di regressione (1) rappresenta una parabola quadratica. Fintanto che il traffico aumenta – e tratteremo nel seguito solo questo caso – i coefficienti di regressione  $a_0, a_1, a_2$  risultanti sono tali che il *ramo ascendente della parabola* viene a cadere nel *periodo di osservazione*. Si distinguono quindi due casi

$a_2$  è *positivo*: il vertice della parabola è un minimo e il ramo ascendente aumenta progressivamente (*crescente*). Pertanto, durante il periodo di osservazione la tendenza generale deve essere stata progressivamente crescente. Nel periodo di previsione la tendenza generale continuerà ad aumentare progressivamente, dato che il minimo della parabola si trova a sinistra, cioè, nel tempo, prima dell'inizio del periodo d'osservazione. Questo caso si discosta dalla realtà soprattutto perché su nessun fascio di linee il traffico cresce all'infinito progressivamente. Con ogni probabilità, dunque, per periodi molto lunghi le previsioni sono sbagliate. Già oggi vi sono fasci di linee con traffico che aumenta degressivamente (*decescente*). Per questi, il coefficiente

$a_2$  è *negativo*: la parabola ha un massimo e il ramo che si trova nel periodo di osservazione aumenta degressivamente. Una volta raggiunto il punto culminante, il ramo comincia a scendere progressivamente e al più tardi a partire da questo momento non può più essere



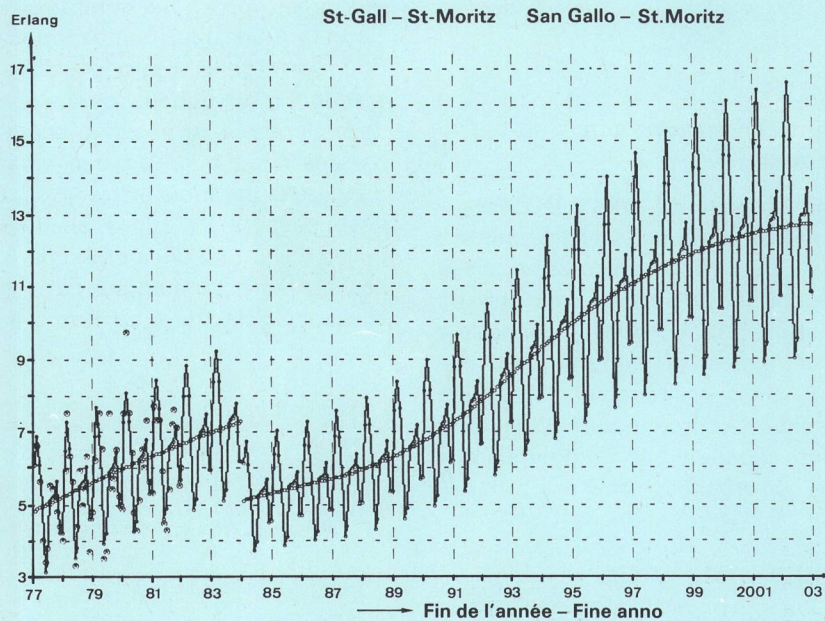


Fig. 3  
 Période d'observation ret de planification – Periodo di osservazione e di pianificazione  
 • Valeurs d'observation  $y$  – Valori di osservazione  $y$   
 — Valeurs de tendance  $\hat{y}'$  – Valori di stima  $\hat{y}'$   
 - - - - - Composante de tendance  $h'$  – Componente tendenziale  $h'$

par une parabole quadratique. Aussi longtemps que le trafic augmente – et nous n'examinerons que ce cas dans ce qui suit – les coefficients de régression  $a_0, a_1, a_2$  prennent une valeur telle que *la branche croissante de la parabole tombe dans la période d'observation*. On distingue alors deux cas:

$a_2$  est *positif*: la valeur extrême de la parabole est un minimum et la branche ascendante de la courbe augmente *progressivement*. Il s'ensuit que pendant la période d'observation, on avait affaire à une tendance fondamentale augmentant progressivement. Pendant la période de pronostic, cette tendance fondamentale continuera à augmenter progressivement, vu que le minimum de la parabole est situé à gauche, c'est-à-dire, dans le temps, avant le commencement de la période d'observation. Ce cas est différent de la réalité, en premier lieu parce que le trafic n'augmente jamais progressivement à l'infini sur aucun faisceau de lignes. C'est pourquoi la probabilité est grande que les pronostics à très long terme soient faux. Il existe, aujourd'hui déjà, divers faisceaux de lignes avec un trafic augmentant *dégressivement*. Pour ceux-ci le coefficient

$a_2$  est *négalif*: la parabole a un maximum et la portion de courbe située dans la période d'observation augmente *dégressivement*. Une fois le sommet de la parabole atteint, la courbe commence à descendre progressivement et c'est à ce moment-là, au plus tard, qu'elle ne peut plus être utilisée en tant que pronostic

utilizzato per la previsione della tendenza generale. Per questa ragione, il ramo decrescente della parabola del programma menzionato nell'introduzione viene sostituito, all'altezza del massimo della parabola, con una retta orizzontale.

#### 4 Funzione esponenziale quale componente tendenziale

Nella maggior parte dei casi, la menzionata sostituzione di un ramo parabolico decrescente con una retta orizzontale è insoddisfacente, in particolare se avviene già pochi anni dopo l'inizio del periodo d'osservazione e/o se con ogni probabilità il traffico aumenta anche dopo il raggiungimento del vertice della parabola. In questi casi sarebbe auspicabile una curva che ascende all'infinito *dégressivement*. La cosiddetta funzione esponenziale

$$g(x) = b_0 x^{b_1} \quad (x > 0)$$

che incomincia all'origine delle coordinate, possiede tali caratteristiche per tutte le costanti  $b_0$  e  $b_1$  positive.  $b_1$  deve però essere al massimo 1, altrimenti  $g$  aumenta progressivamente su tutta la fascia di definizione ( $x > 0$ ).

La sostituzione della parabola, quale componente tendenziale, con la funzione esponenziale, rappresenta un vero problema di ottimizzazione matematica. Anzitutto si tratta di decidere quali funzioni esponenziali possono essere prese in considerazione per l'approssimazione.



pour la tendance fondamentale. C'est pourquoi la branche descendante de la parabole est remplacée par une droite horizontale à la hauteur du maximum de la parabole par le programme mentionné dans l'introduction.

#### 4 Fonction exponentielle en tant que composante de tendance

Le remplacement d'une branche de parabole descendante par une droite horizontale n'est, dans la plupart des cas, pas satisfaisant, en particulier si cela se passe peu d'années après le début de la période de pronostic et/ou si la probabilité est grande que le trafic continue à augmenter après que l'on a atteint le sommet de la parabole. En pareil cas, il serait souhaitable d'avoir une courbe aux caractéristiques d'ascendance infiniment *dégressives*. La fonction exponentielle commençant à l'origine du système de coordonnées offre ces propriétés

$$g(x) = b_0 x^{b_1} \quad (x > 0)$$

pour toutes les constantes positives  $b_0$  et  $b_1$ . Toutefois,  $b_1$  doit être plus petit ou égal à 1, faute de quoi  $g$  augmente progressivement dans toute la zone de définition ( $x > 0$ ).

Savoir comment la parabole en tant que composante de tendance peut être remplacée par la fonction exponentielle revient à résoudre un problème mathématique épineux d'optimisation. Il y a lieu tout d'abord de rechercher quelles fonctions exponentielles peuvent être prises en considération pour l'approximation. Puis, il faut formuler un critère qui permette de décider quelle est la fonction exponentielle qui convient le mieux parmi toutes celles qui ont été retenues.

La *figure 5* montre la parabole  $f$  dans la période d'observation qui dure  $n$  mois, trouvée à l'aide des équations de régression (1). On cherche une fonction exponentielle qui, pour cette période, dévie aussi peu que possible de la parabole. Si l'on déplace l'origine de la courbe exponentielle au point A de la courbe parabolique, on peut choisir encore deux points supplémentaires de la parabole pour déterminer les paramètres  $b_0$  et  $b_1$  de la fonction exponentielle  $g$ , points par lesquels cette courbe doit passer. Le premier point qui entre naturellement en ligne de compte est le point E, à la fin de la période d'observation, qui se trouve le plus éloigné de A. En tant que troisième point, on pourrait choisir une valeur parmi le nombre infini de points se trouvant sur la courbe entre A et E. Si on se limite aux points  $P_t$  qui font partie des valeurs d'observation mensuelles, avec les abscisses  $t = 2, \dots, n - 1$ , il en reste encore  $n - 2$ . Le plus mauvais des trois points de référence A,  $P_t$  et E est A, car la courbe exponentielle commençant en A, a, à son origine, justement au point A, la pente «infini». Cependant, cette pente s'aplatit ensuite très rapidement. Malgré tout, il serait préférable dans bien des cas que la courbe commence déjà avant A, par exemple en Q. En tant que troisième point entre Q et E, on pourrait prendre alors, en plus des  $n - 2$  points  $P_t$ , le point A, ce qui

Quindi si deve formulare un criterio che stabilisca quale di queste funzioni esponenziali è la più adatta.

La *figura 5* mostra la parabola  $f$  ottenuta con la formula di regressione (1) nel periodo di osservazione di  $n$  mesi. Cercata è una funzione esponenziale che in questo periodo diverga il meno possibile dalla parabola. Spostando l'origine della curva esponenziale al punto A della parabola, si possono scegliere, per determinare i parametri  $b_0$  e  $b_1$  della curva esponenziale  $g$ , due ulteriori punti della parabola attraverso cui la curva esponenziale deve passare. La prima scelta cade naturalmente sul punto E, il punto più lontano da A alla fine del periodo di osservazione. La maggior parte dei punti che si trovano sulla parabola tra A ed E può invece fungere da terzo

```

→          PROG
IMMETTERE MATRICE DEL TRAFFICO (MATRICE 12N x 3):
→          SGSM
PREVISIONE FINO ALLA FINE DI QUALE ANNO?
□:
→          2003
PARABOLA: CRESCITA DEGRESSIVA.
VERTICE
NELL'ANNO: 1985
NEL MESE: 10
PREVISIONE CON PARABOLA (1) O CON CURVA ESPONENZIALE (2) O
CON AMBEDUE LE CURVE (1 2)?
□:
→          2
CURVA ESPONENZIALE
CURVA ESPONENZIALE FONDATA SU PARABOLA NEI PUNTI -21 2 60.
SOMMA DEGLI SCARTI QUADRATICI DELLA
CURVA ESPONENZIALE: 19.91551144
PARABOLA: 19.7906346
DOPO SOVRAPPOSIZIONE CON LE OSCILLAZIONI
CAMBIAMENTI DELLA TENDENZA? (S/N)
→ S
DA QUALE ANNO?
□:
→          88
AUMENTO ANNUALE IN %:
□:
→          7
PER QUANTI ANNI?
□:
→          6
DALL'ANNO 1994
AUMENTO ANNUALE IN %:
□:
→          4
PER QUANTI ANNI?
→          100 (o un numero qualsiasi ≥ 10, per un aumento del 4% fino
alla fine del 2003)
COMMUTAZIONI (S/N)
→ S
AUMENTO O DIMINUZIONE RELATIVA IN % (+/-...PERCENTO)
(SE FINITO: F)
→ -30
DA QUALE ANNO?
□:
→          1985
AUMENTO O DIMINUZIONE RELATIVA IN % (+/-...PERCENTO)
(SE FINITO: F)
→ F
IMMETTERE LA(E) VARIANTE(I) OUTPUT DESIDERATA(E):
(1) TUTTE LE TABELLE
(2) SOLO VALORI DI PIANIFICAZIONE
(3) GRAFICI
(0) NESSUN OUTPUT
□:
→          3

```

Fig. 4  
Parte immessa del programma dialogico  
→ Immissioni dell'utente



```

→          PROG

ENTRÉE DE LA MATRICE DE TRAFIC (MATRICE 12 N x 3)
→ SGSM
PRÉVISIONS JUSQU'À LA FIN DE QUELLE ANNÉE?
□:
→          2003
PARABOLE: CROISSANCE DÉGRESSIVE
SOMMET
EN (ANN.)      1985
AU MOIS       10
PRÉVISIONS AVEC LA PARABOLE (1) OU LA COURBE EXPONENTIELLE (2)
OU AVEC LES DEUX (1 2)?
□:
→          2
COURBE EXPONENTIELLE

COURBE EXPONENTIELLE FONDÉE SUR LES POINTS DE PARABOLE
21 2 60
SOMME DES ÉCARTS QUADRATIQUES, APRÈS SUPERPOSITION DES
OSCILLATIONS POUR

LA COURBE EXPONENTIELLE: 19.91551144
LA PARABOLE:             19.7906346

MODIFICATIONS DE TENDANCE? (O/N)
→ O
À PARTIR DE QUELLE ANNÉE?
□:
→          88
AUGMENTATION ANNUELLE EN %:
□:
→          7
POUR COMBIEN D'ANNÉES?
□:
→          6
DEPUIS L'ANNÉE 1984
AUGMENTATION ANNUELLE EN %
□:
→          4
POUR COMBIEN D'ANNÉES?
100 (ou un nombre quelconque ≥10, si l'accroissement
jusqu'en 2003 doit être de 4 %)
COMMUTATIONS (O/N)
→ O
AUGMENTATION OU DIMINUTION EN % (+/-... POUR CENT)
(SI LE PROG. EST TERMINÉ: F)
→ -30
DEPUIS QUELLE ANNÉE?
□:
→          1985
AUGMENTATION OU DIMINUTION EN % (+/-... POUR CENT)
(SI LE PROG. EST TERMINÉ: F)
→ F

INDIQUER LE GENRE DE DOCUMENTS DÉSIRÉS (N)
(1) TOUS LES TABLEAUX
(2) SEULEMENT LES VALEURS DE PLANIFICATION
(3) GRAPHIQUES
(0) PAS DE DOCUMENTS
□:
→          3

```

Fig. 4  
Partie d'introduction des données du programme de dialogue  
→ Données entrées par l'utilisateur

signifie qu'il faudrait calculer  $n - 1$  fonctions exponentielles commençant en Q. Dans sa version actuelle, le programme APL sélectionne pour Q, dans l'ordre, les points de parabole de 61 mois précédents au plus (valeur d'abscisse 0, -1, ..., -60) et calcule pour chacun de ces points au maximum  $n - 1$  fonctions exponentielles passant par les points  $P_t$  ( $t = 1, \dots, n - 1$ ) et E. Grâce à l'utilisation de critères d'optimisation spéciaux, expliqués en détail dans les descriptions de programme, il est possible de réduire rapidement les nombres 61 et  $n - 1$ . Faute de quoi, il faudrait, pour une période d'ob-

punto. Se ci si limita ai punti  $P_t$  che fanno parte dei valori di osservazione mensili con le ascisse  $t = 2, \dots, n - 1$ , ve ne sono  $n - 2$ . Il peggiore dei punti base A,  $P_t$  ed E è A, in quanto la curva esponenziale, che inizia in A, ha alla sua origine, appunto in A, la pendenza «infinita». Essa però si appiattisce poi molto rapidamente. In molti casi sarebbe tuttavia meglio se la curva cominciasse già prima di A, per esempio in Q. Quale terzo punto tra Q ed E, oltre agli  $n - 2$  punti  $P_t$ , potrebbe fare al caso anche A, così si dovrebbero calcolare  $n - 1$  funzioni esponenziali inizianti in Q. Nella sua attuale configurazione, il programma APL seleziona per Q, uno dopo l'altro, i punti della parabola di al massimo 61 mesi precedenti (valori delle ascisse 0, -1, ..., -60) e calcola per questi al massimo  $n - 1$  funzioni esponenziali attraverso i punti  $P_t$  ( $t = 1, \dots, n - 1$ ) ed E. Mediante speciali criteri di ottimizzazione spiegati estesamente nelle descrizioni del programma, le quantità 61 e  $n - 1$  possono essere ridotte rapidamente. Altrimenti si dovrebbero calcolare, nel periodo di 5 anni ( $n = 60$ ), circa 3600 curve esponenziali.

Ogni volta che per una funzione esponenziale si sono calcolati i parametri  $b_0$  e  $b_1$ , il sistema delle coordinate, spostato caso per caso all'origine della curva esponenziale da calcolare, deve essere riportato nella sua precedente posizione normale (0,0) secondo la figura 5. Se l'origine della funzione esponenziale g ha, nel sistema di coordinate normale, le coordinate  $(u_1, u_2)$ , la sua equazione in questo sistema è

$$h(t) = u_2 + g(t - u_1) = u_2 + b_0(t - u_1)^{b_1}$$

Di tutte queste funzioni esponenziali h che possono fungere da componente tendenziale quale fornisce la migliore approssimazione ai valori di osservazione y? È senz'altro sensato applicare qui quale criterio la più importante caratteristica di tutte le curve di regressione: i coefficienti di regressione  $a_i$  ( $i = 0, \dots, 11$ ) delle equazioni (1) vengono infatti calcolati in modo che la somma degli scarti quadratici determinati nei periodi di osservazione t ( $t = 1, \dots, n$ ) tra i valori di regressione  $\hat{y}_t$  e i valori d'osservazione  $y_t$  sia la più piccola possibile:

$$\sum_{t=1}^n (\hat{y}_t - y_t)^2 \rightarrow \text{minimo}$$

In modo analogo, in seguito alla sostituzione della parabola f con la funzione esponenziale h, deve diventare minima la seguente somma S:

$$S = \sum_{t=1}^n d_t^2 \rightarrow \text{minimo} \quad (3)$$

$$\text{con } d_t = \hat{z}_t - y_t \\ \text{e } \hat{z}_t = h_t + p_t$$

In parole tale *criterio di selezione* dice: la curva esponenziale h che, dopo la sua sovrapposizione con le variazioni mensili p, offre la somma minima S degli scarti quadratici d ai valori d'osservazione y viene adoperata quale componente tendenziale dei valori di stima  $\hat{z}$ .

La somma S degli scarti quadratici dei valori d'osservazione sarà però minore se la curva  $\hat{z}$ , dopo il calcolo degli scarti  $d_t$ , viene spostata verticalmente della sua media aritmetica  $\bar{d}$ . Essa diventa quindi:



servation de 5 ans ( $n = 60$ ), calculer environ 3600 courbes exponentielles.

Chaque fois que les paramètres  $b_0$  et  $b_1$  ont été calculés pour une fonction exponentielle, il faut ramener dans sa position normale  $(0,0)$ , selon *figure 5*, le système de coordonnées qui avait été déplacé à l'origine  $Q$  de la courbe exponentielle à calculer. Si, par exemple, l'origine de la fonction exponentielle  $g$  a les coordonnées  $(u_1, u_2)$  dans le système de coordonnées normal, l'équation correspondante dans ce système est

$$h(t) = u_2 + g(t - u_1) = u_2 + b_0(t - u_1)^{b_1}$$

Parmi toutes les fonctions exponentielles  $h$  qui s'offrent en tant que composantes de tendance, quelle est celle qui livre la meilleure approximation des valeurs d'observation  $y$ ? Il est certainement judicieux d'utiliser ici en tant que critère la propriété la plus importante de toutes les courbes de régression: les coefficients de régression  $a_i$  ( $i = 0, \dots, 11$ ) qui apparaissent dans les équations (1) sont calculés de telle façon que la somme des différences quadratiques entre les valeurs de régression  $\hat{y}_t$  et les valeurs d'observation  $y_t$  aux instants d'observation  $t$  ( $t = 1, \dots, n$ ) soit aussi petite que possible:

$$\sum_{t=1}^n (\hat{y}_t - y_t)^2 \rightarrow \text{minimum}$$

De manière analogue, la somme suivante  $S$  doit être minimale après le remplacement de la parabole  $f$  par la fonction exponentielle  $h$ :

$$S = \sum_{t=1}^n d_t^2 \rightarrow \text{minimum}, \quad (3)$$

$$\text{avec } d_t = \hat{z}_t - y_t \\ \text{et } \hat{z}_t = h_t + p_t$$

Ce *critère de sélection* s'exprime ainsi: la courbe exponentielle  $h$  qui, après superposition de la courbe des écarts mensuels  $p$ , donne la plus petite somme  $S$  des écarts quadratiques  $d$  par rapport aux valeurs d'observation  $y$  est utilisée en tant que composante de tendance des valeurs estimées  $\hat{z}$ .

La somme  $S$  des écarts quadratiques par rapport aux valeurs d'observation sera toutefois inférieure, si la courbe  $\hat{z}$  est déplacée verticalement de la valeur  $\bar{d}$  qui correspond à la moyenne arithmétique des différences calculées  $d_t$ . Cette somme devient alors:

$$S' = \sum_{t=1}^n (\hat{z}'_t - y_t)^2 = \sum_{t=1}^n (d_t - \bar{d})^2 \quad \text{avec } \hat{z}'_t = \hat{z}_t - \bar{d}$$

On peut démontrer que  $S'$  peut être au maximum aussi grand que  $S$ , parce que

$$\sum_{t=1}^n (d_t - \bar{d}) = 0$$

alors que la somme des différences  $d_t$  définie selon la formule (3) ne disparaît que si sa moyenne arithmétique  $\bar{d}$  est juste égale à 0.

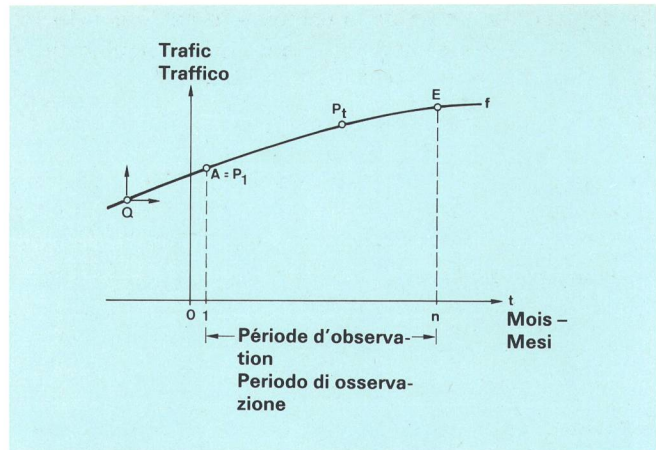


Fig. 5  
Points de référence pour la courbe exponentielle - Punti base della curva esponenziale

$$S' = \sum_{t=1}^n (\hat{z}'_t - y_t)^2 = \sum_{t=1}^n (d_t - \bar{d})^2 \quad \text{con } \hat{z}'_t = \hat{z}_t - \bar{d}$$

Si può dimostrare che  $S'$  può essere al massimo grande quanto  $S$ . Ciò perché è:

$$\sum_{t=1}^n (d_t - \bar{d}) = 0$$

mentre la somma degli scarti  $d$ , determinati con la formula (3), scompare solo quando la sua media arithmetica  $\bar{d}$  è 0.

Spostare  $z$  di  $-\bar{d}$  equivale, secondo le formule (3) ( $\hat{z} = h + p$ ), al medesimo spostamento di  $h$ :

$$h' = h - \bar{d}$$

Ciò significa che la parabole est substituata in modo ottimale dalla curva esponenziale  $h'$ . La curva di approssimazione e previsione  $\hat{y}'$  può quindi essere calculata come al capitolo 2:

$$\text{Periodo di osservazione: } \hat{y}' = h' + p \quad (1')$$

$$\text{Periodo di pianificazione: } \hat{y}' = h'(t)r_i \quad (2')$$

Le esperienze finora fatte hanno mostrato che qualche volta i valori di osservazione sono approssimati addirittura meglio da  $\hat{y}'$  che dalla regressione originale  $\hat{y}$ .

## 5 Possibilità del programma di calcolatore

### In generale

Il funzionamento del già menzionato programma interattivo APL può essere illustrato nel modo migliore con un esempio. Come risulta dalla *figura 4*, il programma, subito dopo l'immissione dei valori d'osservazione (SGSM) e della durata della previsione, segnala come ascende la componente tendenziale (progressivamente o degressivamente) e dove si trova, nel tempo, il suo vertice. Se viene richiesta la funzione esponenziale quale componente tendenziale, il programma comunica inizialmente i suoi punti base secondo la *figura 5* e stampa poi la qualità dell'approssimazione della curva esponenziale (somma minima  $S'$ ) e della parabola.



Le déplacement de  $\hat{z}$  de la valeur  $-\bar{d}$  est, selon la formule (3) ( $\hat{z} = h + p$ ), identique à un même déplacement de  $h$ :

$$h' = h - \bar{d}$$

Cela signifie que la parabole est remplacée de manière optimale par la courbe exponentielle  $h'$ . La courbe d'approximation et de pronostic  $\hat{y}'$  peut donc être calculée de façon analogue à ce qui a été stipulé dans le paragraphe 2:

$$\text{Période d'observation: } \hat{y}' = h' + p \quad (1)'$$

$$\text{Période de planification: } \hat{y}' = h'(t)r_i \quad (2)'$$

L'expérience faite jusqu'ici à l'aide d'exemples pratiques a montré que les valeurs d'observation sont parfois mieux approchées par  $\hat{y}'$  que par la régression  $\hat{y}$  calculée à l'origine.

## 5 Possibilités du programme d'ordinateur

### Généralités

Le déroulement du programme interactif APL déjà plusieurs fois mentionné peut être suivi au mieux à l'aide d'un exemple. Comme le montre la *figure 4* le programme indique immédiatement après l'entrée des valeurs d'observation (SGSM) et de la durée de pronostic de quelle façon les composantes de tendance augmentent (progressivement ou dégressivement) et où se trouve, dans le temps, la valeur extrême de la courbe. Si l'on désire la fonction exponentielle en tant que composante de tendance, le programme indique tout d'abord les points de référence selon *figure 5* et imprime ensuite la qualité de l'approximation de la courbe exponentielle (somme minimale  $S'$ ) et de la parabole.

En tant que variante des documents sortis par l'ordinateur, on peut obtenir des tableaux détaillés ou abrégés, ainsi que des graphiques (fig. 1 et 3). La figure 1 montre un agrandissement de la période d'observation de la figure 3.

### Commutations

Lorsque des réseaux ruraux sont réorganisés, des modifications de trafic peuvent apparaître brusquement sur des faisceaux de lignes isolés. Les figures 4 et 3 permettent de suivre par l'image le traitement d'une commutation de réseau. On peut entrer dans l'ordinateur les données concernant plusieurs commutations dans un ordre quelconque.

### Modifications de tendances

Lorsque le planificateur, se fondant sur ses connaissances approfondies du réseau, n'est pas satisfait des données de pronostic calculées par le programme, il peut modifier la courbe de pronostic à partir d'une année quelconque jusqu'à la fin de la période de planification, en indiquant l'accroissement annuel estimé. La modification de tendance ainsi introduite (fig. 4) peut être suivie sur le graphique correspondant (fig. 3): la courbe de tendance qui, à la fin de 1987, avait atteint 5,69 Erlang monte pendant 6 ans à la valeur  $5,69 \cdot 1,07^6 = 8,54$  Erlang. Pour obtenir une augmentation harmonieuse, on calcule pour cette portion de courbe une parabole qui reprend la pente de la courbe de tendance originale à la fin de 1987 et atteint la valeur de 8,54 Erlang après 6 ans. On

Quali varianti possono essere richieste tabelle dettagliate o ridotte oppure grafici (fig. 1 e 3). La figura 1 è un ingrandimento del periodo di osservazione della figura 3.

### Commutazioni

In caso di riorganizzazione di reti rurali, possono verificarsi improvvise modificazioni di traffico su singoli fasci. Dalle figure 4 e 3 risulta chiaramente il trattamento di una commutazione di rete. Possono essere immesse più commutazioni, in qualsiasi successione.

### Cambiamenti di tendenza

Il programmatore che, in base alle sue vaste conoscenze della rete, non è soddisfatto dei dati di previsione calcolati dal programma può regolare lui stesso la curva di previsione a partire da un anno qualsiasi fino alla fine del periodo di pianificazione, indicando la supposta crescita annuale. Il condizionamento tendenziale immesso (fig. 4) può essere seguito sul relativo grafico (fig. 3): la curva tendenziale che alla fine del 1987 ha raggiunto 5,69 Erlang sale nel corso di 6 anni a  $5,69 \cdot 1,07^6 = 8,54$  Erlang. Per realizzare una crescita armonica, si calcola per questo segmento una parabola che ha la pendenza che la curva tendenziale originale presenta alla fine del 1987 e che dopo sei anni raggiunge gli 8,54 Erlang. Allo stesso modo si continua fino alla fine del periodo di pianificazione: il segmento di parabola che inizia nel 1993 riprende la pendenza di questo periodo e raggiunge alla fine del 2003 il valore desiderato di  $8,54 \cdot 1,04^{10} = 12,64$  Erlang. La sovrapposizione dei segmenti tendenziali così definiti con le variazioni mensili avviene come per la curva tendenziale originaria secondo le formule (2) risp. (2)'.

## 6 Prospettive future

Prossimamente il programma sarà messo a disposizione delle DCT. Il suo impiego su vasta scala porterà presumibilmente a richieste di allacciamento e cambiamento di cui di tanto in tanto si terrà conto nei limiti del possibile.

► continue de cette façon jusqu'à la fin de la période de planification: la portion de parabole placée à la fin de 1993 reprend la pente existant à ce moment-là et atteint, à la fin de 2003, la valeur souhaitée de  $8,54 \cdot 1,04^{10} = 12,64$  Erlang. Le recouvrement des portions de courbe de tendance nouvellement définies par les écarts mensuels a lieu comme pour la courbe de tendance d'origine, selon les formules (2) ou (2)' respectivement.

## 6 Conclusions

Comme déjà indiqué, ce programme sera mis prochainement à la disposition des Directions d'arrondissement des télécommunications. L'utilisation plus générale de ce programme conduira probablement à des demandes d'adaptation ou de modification, dont il sera tenu compte de temps à autre dans la mesure du possible.

### Bibliographie

Billeter E. P. und Vlach V. Zeitreihen-Analyse, Einführung in die praktische Anwendung. Physica-Verlag, Würzburg/Wien, 1981, S. 59 ff.