

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Band: 1 (1946)
Heft: 1

Artikel: Ein Nomogramm für die Gleichung
Autor: Hess, A.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1194>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 08.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Ein Nomogramm für die Gleichung

$$\frac{a}{\cos \alpha} + \frac{b}{\sin \alpha} = c$$

Man begegnet dieser Gleichung bei der Aufgabe (Fig. 1): Durch einen Punkt $P(a, b)$ im ersten Quadranten eines rechtwinkligen Koordinatensystems ist eine Gerade so zu legen, daß die Strecke AB zwischen den Koordinatenachsen eine vorgeschriebene Länge c hat.

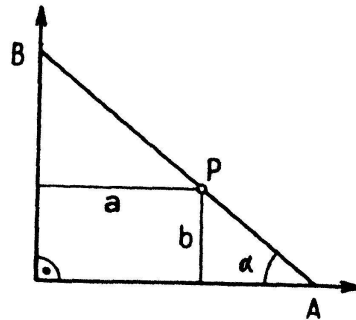


Fig. 1

Im Falle $a \neq b$ wird die Auflösung dieser Gleichung auf eine Gleichung vierten Grades in $\sin \alpha$ oder $\cos \alpha$ führen. Man kann nun aber ein einfaches Nomogramm entwerfen, aus dem gute Näherungswerte für α gefunden werden können, die man dann mit der Regula falsi verbessern kann. Zu diesem Zwecke schreiben wir die Gleichung in der Form

$$\frac{b}{c} + \frac{a}{c} \cdot \operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha. \quad (1)$$

Dies erinnert an die bekannte «Grundform» in der Nomographie:

$$f_1 + f_2 \cdot f_3 = g_3. \quad (2)$$

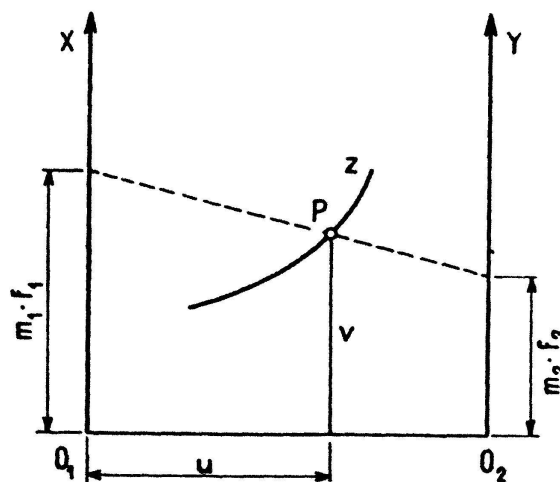


Fig. 2

Darin ist f_1 eine Funktion von x , f_2 eine Funktion von y ; f_3 und g_3 sind je Funktionen einer dritten Veränderlichen z . Formen vom Typ (2) können dargestellt wer-

den durch eine Rechentafel mit zwei parallelen geradlinigen Trägern für f_1 und f_2 und einem krummlinigen Träger für f_3, g_3 , dessen Punkte die Bezifferung z tragen (Fig. 2). Nach den Lehrbüchern über Nomographie, z. B. LIPKA: Graphical and mechanical computation (Wiley, New York), besteht die Rechenvorschrift zur Herstellung der Tafel im folgenden. Man setzt

$$X = m_1 \cdot f_1 \quad (\text{auf der } X\text{-Achse durch } O_1).$$

$$Y = m_2 \cdot f_2 \quad (\text{auf der } Y\text{-Achse durch } O_2).$$

Die Punkte der Kurve für z werden bestimmt aus

$$u = \frac{m_1 a f_3}{m_1 f_3 + m_2} \quad \text{und} \quad v = \frac{m_1 m_2 g_3}{m_1 f_3 + m_2}. \quad (3)$$

Darin bedeuten m_1, m_2 die Moduln der Skalen und a die Entfernung $O_1 O_2 = a$, alle drei Größen in cm gemessen.

Vergleichen wir nun (1) mit (2), so erkennen wir: $f_1 = \frac{b}{c}$; $f_2 = \frac{a}{c}$; $f_3 = \text{tg } \alpha$; $g_3 = \sin \alpha$.

Wir wählen $m_1 = m_2 = a = 10$ cm. Jetzt lauten die Gleichungen (3):

$$\left. \begin{aligned} X &= 10 \cdot \frac{b}{c} \\ Y &= 10 \cdot \frac{a}{c} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} u &= \frac{10 \text{ tg } \alpha}{1 + \text{tg } \alpha} \\ v &= \frac{10 \sin \alpha}{1 + \text{tg } \alpha} \end{aligned} \quad P. \quad (4)$$

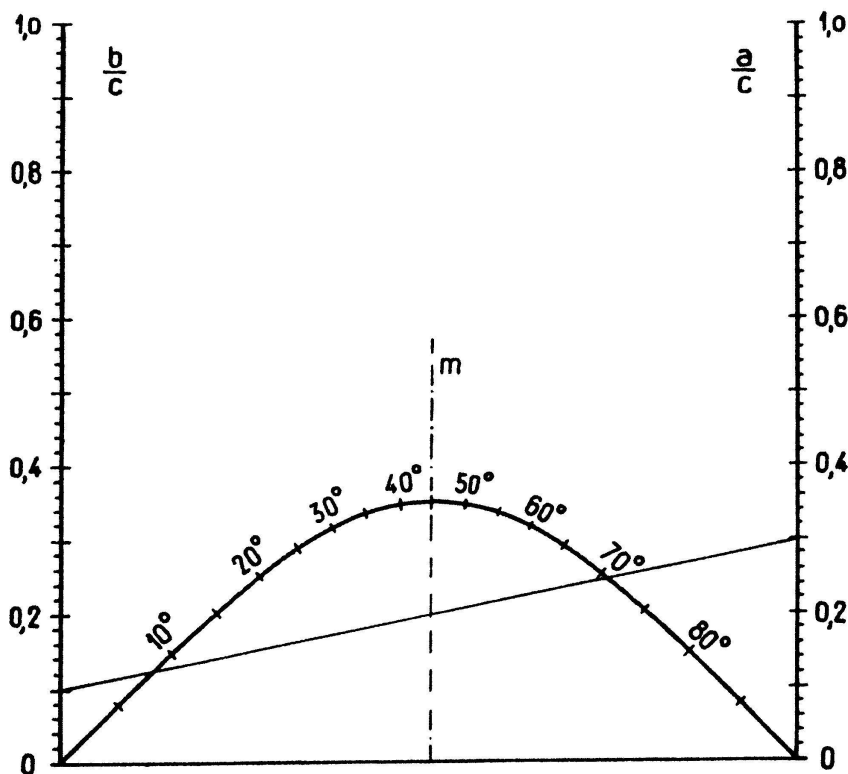


Fig. 3

Mit Hilfe dieser Gleichungen könnte das Nomogramm (Fig. 3, etwas verkleinert) hergestellt werden. Die Punkte $(u; v)$ erhalten die Bezifferung α . Die Kurve hat

aber Eigenschaften, welche die Herstellung erleichtern, im besonderen die Berechnung der Koordinaten $(u; v)$ ersparen.

- a) Die Kurve ist *symmetrisch* in bezug auf die mittlere, zur X - und Y -Achse parallelen Linie m ; denn berechnet man u_1 und u_2 für die Winkel α und $90^\circ - \alpha$, dann erhält man $u_2 = a - u_1$ und $v_1 = v_2$.

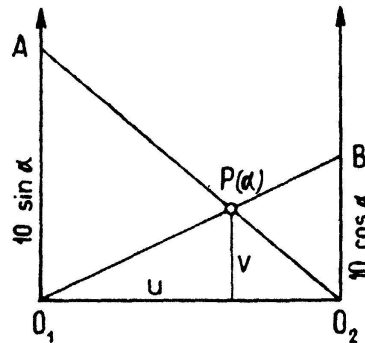


Fig. 4

- b) Die Kurve kann durch *zwei Strahlenbüschel* mit den Scheiteln O_1 und O_2 hergestellt werden (Fig. 4). Auf der X -Achse tragen wir von O_1 aus die Strecke $O_1A = 10 \cdot \sin \alpha$ und auf der Y -Achse die Strecke $O_2B = 10 \cdot \cos \alpha$ ab; dann schneiden sich die Strahlen O_1B und O_2A gerade im Punkte $P(\alpha)$, wie man aus der Ähnlichkeit gewisser Dreiecke sofort ersehen kann. Wählt man in der Überlegungsfigur 1 $a = 3 \text{ cm}$, $b = 1 \text{ cm}$ und $c = 10 \text{ cm}$, dann heißt die Gleichung $\frac{3}{\cos \alpha} + \frac{1}{\sin \alpha} = 10$. Sie hat die Lösungen $\alpha_1 = 8^\circ 15'$, $\alpha_2 = 70^\circ 32'$, wie die eingezeichnete Indexlinie in Figur 3 zeigt.

A. HESS, Zürich

Un problème de géométrie élémentaire

Tracer une droite passant par un point donné et par l'intersection inaccessible de deux droites

Dans les constructions de perspective, les points de fuite sont souvent inaccessibles; il est cependant commode de les utiliser dans les constructions. Voici quelques solutions simples de ce problème.

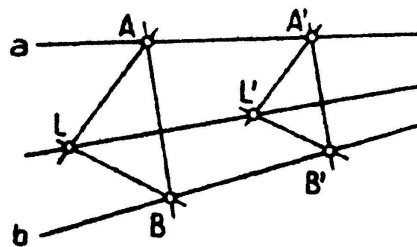


fig. 1

Soient a et b deux droites données d'intersection I inaccessible, et L le point donné par lequel doit passer un rayon du faisceau de sommet I .