

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 2 (1947)  
**Heft:** 6

**Rubrik:** Mitteilung

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 01.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

der Kreislinie festgestellt wird. Es gibt zwei Möglichkeiten für solche Verallgemeinerungen.

Die erste Möglichkeit: Man gibt auf der Kugel zwei stetige Funktionen  $f_1, f_2$  und fragt nach der Existenz zweier Punkte  $p, q$ , die voneinander einen vorgegebenen sphärischen Abstand  $a$  haben und für welche  $f_i(p) = f_i(q)$  ist. Die Existenz solcher Punkte ist gesichert durch den folgenden allgemeineren Satz, den man nur auf die Kugel zu beziehen braucht:

*Satz B.*  $F$  sei eine geschlossene Fläche, die eine reguläre Differentialgeometrie besitzt; auf ihr seien  $f_1, f_2$  stetige Funktionen. Dann existiert für jedes positive  $a$  ein solcher geodätischer Bogen  $\widehat{pq}$  auf  $F$ , daß  $f_1(p) = f_1(q)$  und  $f_2(p) = f_2(q)$  ist.

Der Beweis wurde vollständig durchgeführt.

Ist in dem Satz *B* speziell  $F$  eine Kugel und  $a$  die Länge eines halben Großkreises (so daß also  $p$  und  $q$  antipodische Punkte werden), so erhält man den bekannten Satz von BORSUK-ULAM. Als Anwendung dieses Satzes wurde gezeigt: Drei Körper im Raum können durch eine Ebene gleichzeitig halbiert werden. Dies ist die Lösung einer der sogenannten «Sandwich-Aufgaben», deren einfachste so lautet: Man soll ein Schinkenbrot durch einen geradlinigen Schnitt so zerteilen, daß sowohl das Brot als auch der Schinken halbiert werden.

Die folgende Fragestellung führt zu einer zweiten Möglichkeit, den Satz A auf die Kugeloberfläche zu übertragen: Man gibt auf der Kugel nur eine Funktion  $f$ , aber man sucht drei Punkte  $p, q, r$ , die gegebene Abstände voneinander haben und in denen  $f(p) = f(q) = f(r)$  ist. Ob diese Aufgabe allgemein lösbar ist, ist nicht bekannt; jedoch gilt folgender Satz von DE MIRA FERNANDES (der gleichzeitig auch von KAKUTANI bewiesen worden ist):

*Satz C.* Wenn die drei gegebenen Abstände einander gleich sind, so ist die Aufgabe lösbar; mit anderen Worten: wenn man auf der Kugel ein sphärisches gleichseitiges Dreieck gibt, das man auf der Kugeloberfläche starr verschieben kann, so kann man ihm eine solche Lage  $pqr$  geben, daß  $f(p) = f(q) = f(r)$  wird.

Dieser Satz ist etwas schwerer zu beweisen als der Satz B. Es ist auch nicht bekannt, ob der Satz C sich auf Sphären höherer Dimension übertragen läßt, während eine solche Übertragung für den Satz B keine Schwierigkeiten macht.

J.-P. LAVANCHY, Winterthur.

#### Literatur

H. HOPF, *Comm. Math. Helv.* 9, 303–319; *Portugaliae Math.* 4, 129–139 (1944). – DE MIRA FERNANDES: *Portugaliae Math.* 4 (1944). – ALEXANDROFF-HOPF: *Topologie I*, 486 (Satz von BORSUK-ULAM).

## Mitteilung

Um den Lesern entgegenzukommen, die sich vor allem für elementare Aufgaben interessieren, werden vom nächsten Heft an einzelne *Gruppen von Prüfungsaufgaben* aus verschiedenen Gebieten mit den Lösungen veröffentlicht. Dies geschieht in der Hoffnung, den Kollegen damit Anregungen zu bieten.

Ferner sind mehrere *Beihefte* geplant, die kurze

#### *Biographien von Schweizer Mathematikern*

bringen. Umfang 24 Seiten, mit Illustrationen, Preis Fr. 3.50. Wir haben die Freude, zunächst die außerordentlich anregenden Biographien

*Jakob Steiner* von L. KOLLROS,

*Leonhard Euler* von R. FUETER

veröffentlichen zu können. In der Annahme, daß die meisten Leser der «Elemente» sich diese sehr preiswerten Hefte erwerben wollen, werden wir sie den inländischen Abonnenten zusenden.

L. LOCHER-ERNST.