Zeitschrift: Elemente der Mathematik

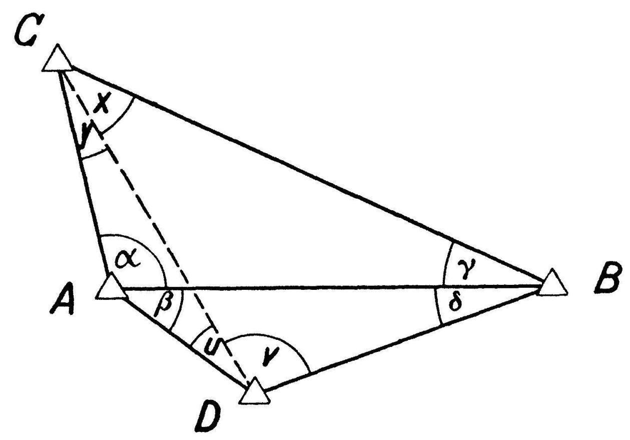
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft

Band: 4 (1949)

Heft: 4

Rubrik: Literaturüberschau

66. Anläßlich der städtischen Triangulation von Luzern ergab sich folgendes Problem: Von A und B aus (siehe Figur) sind gegenseitig alle Punkte des Triangulationsvierecks mit den Stationen A, B, C, D sichtbar, so daß die Winkel α, β, γ, δ direkt



A = Allenwinden, B = Dreilinden, C = Sedel, D = Suval (Unfallversicherungsanstalt)

gemessen werden können. Hingegen ist die Visur CD durch eine kleine Erhebung am Rande der Stadt unterbrochen, weshalb die Winkel x, y, u, v berechnet werden müssen. Distanzen sind keine gegeben. – Man stelle eine Formel zur Berechnung des Winkels x auf. Alsdann ergeben sich die übrigen gesuchten Winkel y, u, v als Ergänzungen. G. HAUSER (Luzern).

Literaturüberschau

BENIAMINO SEGRE: *Lezioni di geometria moderna*
Vol. I (Zanichelli, Bologna 1948)

Il existe déjà plusieurs ouvrages exposant les éléments de la géométrie algébrique; on en doit aux meilleurs spécialistes contemporains de cette branche mathématique: ENRIQUES, SEVERI, VAN DER WAERDEN, GODEAUX. Pourtant M. B. SEGRE a pu faire paraître récemment le premier tome d'un traité consacré à ces mêmes questions en les considérant d'un point de vue nouveau.

Les géomètres ont depuis longtemps l'habitude de représenter tous les êtres géométriques par des systèmes de relations entre des nombres ou coefficients (qui déterminent ces êtres) et des variables ou inconnues. Ils ont introduit, à côté des êtres géométriques les plus naturels (ou réels), des êtres plus abstraits (appelés complexes) représentés par des systèmes de relations analogues dont les coefficients sont des nombres complexes. Depuis plusieurs années apparaît de plus en plus l'intérêt d'élargir encore cette idée: Comme les opérations géométriques font intervenir toutes les opérations rationnelles sur les relations considérées, on est conduit à étudier généralement les êtres géométriques dont les coefficients sont des éléments d'un *corps* quelconque (corps de nombres algébriques, corps de congruences, corps de matrices, corps de fonctions,...).

Ce point de vue est connu depuis cinquante ans au moins et a été exposé notamment par HILBERT dans ses études sur les fondements de la géométrie. Mais son utilité s'est révélée surtout ces dernières années et c'est pourquoi les traités de géométrie algébrique ont pu l'ignorer jusqu'ici. Il est maintenant couramment employé dans des travaux géométriques (comme ceux de l'auteur, de VAN DER WAERDEN, de ZARISKI, d'A. WEIL,...), mais il n'en existait que des exposés fort difficiles à étudier sans initiation préalable.

Le livre de M. SEGRE comble cette lacune: il a le grand mérite d'introduire le lecteur dans ces questions très abstraites sans négliger le concret. On suivra l'auteur avec étonnement, mais avec facilité, dans des généralisations souvent inattendues de propriétés classiques. On apprendra à utiliser effectivement ces propriétés grâce aux exemples précis qui en sont donnés.

Le premier volume actuellement paru comprend les éléments de la théorie: préliminaires algébriques nécessaires (notions de groupe, de corps, d'idéal, et leurs propriétés essentielles) et géométrie linéaire. On y remarquera les propriétés des géométries dont le corps de base n'est pas commutatif: le birapport n'est plus un nombre, mais un ensemble de nombres; le théorème de Pappus n'est plus vrai dans l'espace. Dans le cas d'un corps de base commutatif, la notion de «collinéation» introduite par l'auteur semble fort importante pour la suite: Ces transformations généralisent les homographies et les anti-homographies. Ces dernières ont été utilisées notamment par Klein et Berzolari dans l'étude de la réalité des courbes et des surfaces algébriques.

On attendra avec intérêt les deux volumes suivants de ce traité; ils doivent être consacrés respectivement à la géométrie projective non-linéaire et à la géométrie des transformations birationnelles. L'ensemble des trois volumes formera une excellente introduction aux travaux des géomètres contemporains; il facilitera la lecture des recents livres d'André Weil, et des mémoires de Van der Waerden, Zariski,...

François Châtelet, Lyon.

È questo il primo bellissimo volume di un Trattato col quale l'eminente Geometra dell'Università di Bologna si propone di dare un assetto organico, e per quanto è possibile definitivo, a quella Geometria, bene a ragione chiamata *moderna*, in cui le «coordinate» sono «numeri», cioè elementi, di un corpo qualsiasi.

Il volume, dedicato alla Geometria proiettiva lineare, si divide in due parti.

La Parte I comprende una ricca, succosa e limpida esposizione dei preliminari algebrici: che consente una chiara intelligenza di tutto il volume anche a chi possegga preventive cognizioni specifiche di Algebra moderna.

Dalle nozioni e proprietà elementari circa gruppi, anelli, corpi e campi, attraverso a quelle sui sottoinsiemi, in particolare sugli ideali, e sugli anelli di polinomi, si perviene ai concetti di caratteristica, campo fondamentale e centro di un corpo, e alla teoria della divisibilità fra polinomi in un dato corpo.

Ripartita in 12 paragrafi, la trattazione, che sin dall'inizio reca l'impronta di una completa rielaborazione dell'ampia materia da parte dell'Autore, termina studiando diffusamente, con le varie estensioni e aggiunzioni relative ad un corpo, i corpi finiti ed i campi di Galois.

Ma è senza dubbio la Parte II, di squisita indole geometrica, che per le sue novità sostanziali o di impostazione conferisce all'opera in esame un pregio veramente singolare.

Essa si inizia (§ 13) con l'introduzione sopra un corpo γ arbitrario, anche non commutativo, degli spazi lineari: le cui proprietà fondamentali si stabiliscono con elegante originalità in modo affatto indipendente dalla teoria dei sistemi di equazioni lineari su γ: il che permette all'Autore di acquisire per via geometrica vari risultati di tale teoria. Da rilevare è pure l'utile estensione della nozione di birapporto e di gruppi armonici, seguita dalla dimostrazione della proprietà che ha ogni spazio lineare su γ di essere *desarguesiano*: valendo in esso il teorema di Desargues o dei triangoli omologici.

Il succesivo § 14 verte sugli spazi, chiamati *grafici* (più generali di quelli lineari), per i quali sussistono le proprietà di appartenenza della geometria proiettiva. Premessa la definizione di spazio grafico *riducibile* (ottenibile per *composizione* da due suoi spazi subordinati) si caratterizza la irriducibilità di uno spazio grafico mediante la validità in esso del così detto Postulato di Fano, affermante che ogni retta contiene almeno tre punti.

Ogni spazio lineare sopra un corpo γ, commutativo o no, è uno spazio grafico irriducibile e desarguesiano: l'importante inversione di questo teorema, e quindi la caratterizzazione degli spazi lineari su γ entro la totalità di quelli grafici, viene ottenuta mediante speciali coordinate non omogenee, già introdotte dallo Staudt: il cui metodo geniale si espone con notevoli complementi e semplificazioni.

Lo stesso § 14 contiene, fra altro, una dimostrazione dell'indipendenza, in geometria piana, del teorema di Desargues dalle proposizioni di appartenenza della geometria proiettiva, anche se a queste si aggiunge il Postulato di FANO: invece ogni S_n grafico irriducibile di dimensione $n \geqq 3$ è desarguesiano, e quindi lineare.

I §§ 15 e 16 sono interamente dedicati agli spazi grafici irriducibili e *pascaliani*: cioè tali che per ogni loro esagono piano inscritto in una coppia di rette sussiste il teorema di PAPPO-PASCAL.

Uno spazio siffatto non è altro che uno spazio lineare S sopra un corpo commutativo γ. Con l'uso delle coordinate grassmanniane, e delle loro duali, si esprimono varie condizioni d'incidenza fra spazi subordinati di S. Essendo poi S' un altro spazio lineare sopra un corpo γ' isomorfo a γ, e Θ un qualunque isomorfismo fra γ e γ', si introducono e si studiano (utilizzando largamente la nozione di birapporto) le collineazioni e le correlazioni fra S e S' *inerenti* a Θ: che divengono omografie o reciprocità (caratterizzate dalla proprietà di conservare i birapporti) quando γ' coincide con γ e Θ riducesi all'automorfismo identico.

Ad uno studio approfondito delle omografie e reciprocità involutorie in spazi sopra un corpo commutativo qualsiasi (in particolare di caratteristica 2) seguono alcuni sviluppi, interessantissimi anche per la somma eleganza e spigliatezza dei procedimenti dimostrativi, collegati a certe estensioni iperspaziali del teorema di DESARGUES: ad esempio sulle coppie di n-simplessi, in un S_{n-1} pascaliano, polari reciproche rispetto ad una quadrica, e sulle n-uple di rette, o di spazi S_{n-3}, in posizione di SCHLÄFLI.

Chiude il volume una ricca serie di risultati, in prevalenza di natura numerativa, sugli spazi lineari finiti (§ 17), con cenni sulle configurazioni costituite dai loro spazi subordinati.

È vivamente da augurarsi che presto l'Autore completi coi successivi volumi l'opera iniziata in maniera così eccellente e ammirevole. A. LONGHI, Lugano.

Splitter

Der Absatz des *mathematischen Unterrichtswerkes* des Vereins schweizerischer Mathematiklehrer nimmt ständig zu. Bis 31. Dezember 1948 wurden 222 787 Bändchen für 794 832 Franken verkauft.

Die Zahl π ist neuerdings auf 808 Stellen nach dem Komma übereinstimmend berechnet worden von D. F. FERGUSON (England), 1946, Dr. JOHN W. WRENCH und LEVI B. SMITH (USA.). (Nach Mathematical Tables and Aids to Computation, April 1947.)

MORITZ CANTORS große *Geschichte der Mathematik* bis zum Ende des 18. Jahrhunderts besteht aus vier großen Bänden von durchschnittlich 988 Seiten. Nach R. C. ARCHIBALD, *Outline of the History of Mathematics*, Januar 1949, Supplement zum American Mathematical Monthly, hat man geschätzt, daß die Geschichte der Mathematik des 19. Jahrhunderts, mit ebenso vielen Einzelheiten geschrieben, 14 bis 15 derartige Bände füllen würde. *E. V.*

Ein Leser macht uns auf folgenden Satz eines Zeitungsartikels, in dem die Königsfrage in Belgien behandelt wird, aufmerksam: «Ministerpräsident PAUL-HENRI SPAAK dagegen ist immer noch der gleichen Meinung: das Problem gehört zu denen, die gleich der Dreiteilung des Kreises unlösbar sind.»

(Basler Nachrichten, 25. Mai 1949, Nr. 220)

Berichtigung

In der Mitteilung *Eine exakte Eierkurvenkonstruktion mit technischen Anwendungen* von H. SCHMIDBAUER (Bd. III, Heft 3, S. 67) muß die Gleichung der Kurve auf S. 68 heißen:

$$\left(\frac{y+e}{H/2}\right)^2 + \left(\frac{x}{B/2}\right)^2 - \left(\frac{x}{k}\right)^2 \left(\frac{2y}{e} + 1\right) = 1.$$

Wir verdanken die Richtigstellung den Zuschriften der Herren J. BRUNNER (Zürich) und L. DESCLOUX (Fribourg).