

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Band:** 11 (1956)  
**Heft:** 4  
  
**Rubrik:** Literaturüberschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 08.11.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Literaturüberschau

LOTHAR HEFFTER:

*Begründung der Funktionentheorie auf alten und neuen Wegen*

63 Seiten mit 13 Figuren im Text. Springer-Verlag, Berlin, Göttingen und Heidelberg 1955

In den meisten Lehrbüchern der Funktionentheorie werden hinsichtlich der Voraussetzungen über eine Funktion  $f(z)$ , aus denen auf die Entwickelbarkeit in eine Potenzreihe geschlossen werden kann, nur die Sätze von CAUCHY und GOURSAT behandelt. HEFFTER stellt diesen beiden Wegen zur analytischen Funktion vier weitere zur Seite: denjenigen von MORERA und drei eigene. Diese sechs Wege werden ausführlich beschrieben. Der Vergleich bezieht sich auf die inneren Zusammenhänge der verschiedenen Voraussetzungssysteme sowie ihr Verhältnis zum jeweiligen Beweisgang. Es ist HEFFTER gelungen, die notwendigen und hinreichenden Bedingungen dafür, dass eine Funktion analytisch sei, so zu formulieren, dass der darauf beruhende Beweis nur sehr elementare und durchsichtige Hilfsmittel zu benützen braucht und sich weitgehend umweglos durchführen lässt. Hinsichtlich der Anwendung im konkreten Fall bleibt allerdings das von GOURSAT gegebene Kriterium (eindeutige Differenzierbarkeit) bequemer für die Handhabung.

Dem Mittelteil der Arbeit, dessen Inhalt diese Untersuchungen bilden, ist eine Zusammenstellung (mit Beweisen) der benötigten Hilfsmittel aus der Funktionentheorie vorangestellt. Der dritte Teil umfasst ein Verzeichnis von vierzig einschlägigen Originalarbeiten mit kurzen Inhaltsangaben. W. Prokop.

P. LÉVY:

*Le mouvement Brownien*

(Mémorial des sciences mathématiques, Fascicule 76) 84 pages. Gauthier-Villars, Paris 1954

Le mouvement brownien a donné lieu à un grand nombre de recherches dans le domaine des mathématiques: il pouvait sembler au premier abord sans espoir d'obtenir une description adéquate et les lois d'un phénomène en apparence dépourvu de toute régularité. Le développement moderne du calcul des probabilités, avec la notion précise de variable aléatoire, a fourni l'outil nécessaire; c'est ce que l'on trouvera dans le fascicule de Monsieur P. LÉVY, qui a réussi à donner, dans ces quelques quatre-vingts pages, l'essentiel d'une théorie à laquelle il a lui-même apporté une contribution originale décisive. Ch. Blanc.

A. MAROGER:

*Les trois étapes du problème Pythagore-Fermat*

IX et 98 pages. Librairie Vuibert, Paris 1951

A propos de la célèbre conjecture de FERMAT et d'autres questions de mathématiques élémentaires, l'auteur de cet ouvrage se livre à diverses considérations sur le raisonnement par récurrence et sur l'énoncé des réciproques; il est certainement intéressant, et même utile, de scruter avec cette attention les propositions des mathématiques élémentaires; on ne peut que gagner à faire l'effort de revision auquel M. MAROGER convie ses lecteurs. Ch. Blanc.

WILHELM BLASCHKE:

*Kreis und Kugel*

2. Auflage. 167 Seiten und 27 Figuren. Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin 1956

Erfreulicherweise ist dieses grundlegende Buch, das vor 40 Jahren erschienen ist, neu aufgelegt worden. Es hat ausserordentlich anregend auf die Forschung eingewirkt, so dürfen wir zum Beispiel die Werke von L. F. TOTH: *Lagerung in der Ebene, auf der Kugel und im Raum*, und von H. HADWIGER: *Altes und Neues über konvexe Körper* als durch das Buch von BLASCHKE inspiriert bezeichnen.

Der Verfasser hat im wesentlichen die frühere Form beibehalten, doch ist die neuere Entwicklung durch Hinweise berücksichtigt worden. Dargestellt werden die isoperimetrischen Haupteigenschaften von Kreis und Kugel. Die beiden ersten Teile befassen sich mit den Minimumeigenschaften des Kreises und der Kugel. Der dritte Teil untersucht die Ergebnisse von SCHWARZ, BRUNN und MINKOWSKI über konvexe Körper. Der vierte Teil befasst sich mit neueren Aufgaben über Extreme bei konvexen Körpern. Im Anhang folgt ein Ausblick auf weitere Untersuchungen über konvexe Körper.

Es ist sehr zu begrüßen, dass dieses anregende Werk, das auf einfache Art in diesen Problembereich einführt, wieder erhältlich ist. P. Buchner.

A. MONJALLON:

*Initiation au calcul matriciel*

131 pages. Librairie Vuibert, Paris 1955

Dans les applications pratiques des mathématiques, les problèmes numériques portant sur des systèmes algébriques linéaires sont peut-être les plus importants: aussi les notions familières de l'algèbre linéaire: matrices, déterminants, prennent-elles une place toujours plus grande dans le bagage des utilisateurs des mathématiques. L'ouvrage de M. MONJALLON a pour but de donner un exposé aussi concret que possible du calcul matriciel, à l'usage de lecteurs qui en seraient au niveau de nos bacheliers scientifiques. Il me semble qu'il a sur ce point réussi; il est toutefois regrettable que cet ouvrage, par ailleurs si bien conçu, laisse ses lecteurs dans une complète ignorance des méthodes effectives d'emploi numérique du calcul matriciel; par exemple, le procédé de calcul pratique d'un déterminant, donné p. 35, est justement celui qu'il faut absolument écarter dans la plupart des cas; il me semble douteux que l'ouvrage de M. MONJALLON puisse à lui seul faire accéder au maniement pratique du calcul matriciel; mais il aidera certainement les débutants à faire leurs premiers pas dans ce domaine. Ch. Blanc.

R. CAMPBELL:

*Théorie générale de l'équation de Mathieu et de quelques autres équations différentielles de la mécanique*

XVI et 271 pages. Masson & Cie., Paris 1955

La mécanique pose au mathématicien des problèmes qu'il ne peut souvent résoudre, sous forme finie, qu'à condition d'adjoindre au bagage des fonctions usuelles de nouvelles transcendentes, qui se présentent en général comme intégrales d'équations différentielles. On sait qu'après les transcendentes élémentaires, les fonctions elliptiques, les fonctions de BESSEL, par exemple, permettent de donner sous forme finie la solution d'une multitude de problèmes qui se posent tout naturellement; mais d'autres problèmes exigent d'autres moyens; les équations différentielles linéaires à coefficients périodiques, par exemple, conduisent à introduire une nouvelle catégorie de transcendentes, parmi lesquelles figurent les fonctions de Mathieu. Leur étude est difficile, et la théorie n'en a pas encore pris la forme élégante de celle des fonctions de BESSEL. Il était néanmoins utile de réunir, dans une monographie, ce que l'on sait de ces fonctions. C'est ce qu'a fait M. CAMPBELL, rendant par là un grand service à la fois aux utilisateurs (dont le nombre ne peut que croître) et à ceux (qu'on souhaite nombreux) qui se laisseront tenter par le désir d'explorer d'avantage un domaine encore immense. Ch. Blanc.

W. SCHMEIDLER:

*Lineare Operatoren im Hilbertschen Raum*

(Teubners Mathematische Leitfäden, volume 46) VI + 89 pages. Verlag B.G. Teubner, Stuttgart 1954

Ce petit ouvrage constitue une remarquable introduction à la théorie de l'espace de HILBERT et des opérateurs linéaires sur ces espaces; l'exposé en est classique dans sa conception, rigoureux, succinct, mais cependant assez complet pour que le lecteur puisse passer ensuite aux applications, si importantes, en physique en particulier. Au reste, chaque chapitre se termine par une série d'exercices qui constituent en même temps des compléments à la théorie générale. Ch. Blanc.

*Scripta Mathematica*

Vierteljahresschrift, Yeshiva University, New York

Die «*Scripta Mathematica*» gehören zu den anregendsten und gleichzeitig amüsantesten Zeitschriften für elementare Mathematik. Namhafte Mitarbeiter (Artikel von COOLIDGE, COXETER, KRAITCHIK, LEHMER, VANDIVER, WEYL u. a.) bürgen für zuverlässige Darstellung grösserer Zusammenhänge, historischer Entwicklungen, neuester Ergebnisse. Darüber hinaus ist es ein besonderes Anliegen der Redaktion, das Ästhetische mathematischer Gegenstände zum Ausdruck zu bringen; beinahe jede Nummer enthält schöne Kurven, Ornamente, mathematisch definierte Flächen oder Körper in guten Abbildungen. Den Anlass zu diesem Hinweis bot eine Serie solcher Abbildungen, die als Postkarten herausgegeben werden.

Willi Lüssy.

H. WITTICH: *Neuere Untersuchungen über eindeutige analytische Funktionen*

(Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Neue Folge Heft 8). 163 Seiten. Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1955

Das achte Heft der neuen Ergebnisreihe wendet sich besonders an die Funktionentheoretiker. Der Verfasser wollte aber kein Lehrbuch schaffen, sondern vielmehr einen Ergänzungsband zum funktionentheoretischen Standardwerk der *Eindeutigen analytischen Funktionen* von ROLF NEVANLINNA schreiben. So bietet der vorliegende Band eine vielseitige und prächtige Zusammenstellung neuer Arbeiten, vorwiegend aus dem Bereiche der Wertverteilungslehre. Besondere Beachtung möchten wir dem einleitenden Kapitel schenken, in welchem in origineller Weise die Nevanlinnaschen Hauptsätze an einfachen Beispielen, nämlich mit rationalen Funktionen dargestellt werden, wodurch sich auch der Nichtfunktionentheoretiker ohne Mühe in die weiteren Gedankengänge des Buches einführen kann. Zum ersten Male wird weiter in diesem Heft die Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen mit Hilfe der Wertverteilung einer eingehenden Würdigung unterzogen.

Der neue Ergebnisband unterscheidet sich vielleicht insofern von seinen Vorgängern, als hier in vermehrtem Masse nicht bloss die Ergebnisse, sondern auch weitgehend die Beweise angegeben wurden.

H. P. Künzi.

## CENTRE BELGE DE RECHERCHES MATHÉMATIQUES

*Colloque sur les questions de réalité en géométrie* (23–26 mai 1955)

192 Seiten. Georges Thone, Liège; Masson & Cie, Paris 1956

Es ist zu begrüßen, dass die Institution des CBRM ein Kolloquium den noch zu wenig bekannten Untersuchungen widmete, die in der Hauptsache von C. JUEL inau-guriert wurden. Der vorliegende Berichtband bringt einleitend den Wiederabdruck des schönen einführenden Vortrages, den P. MONTEL im Jahre 1923 über die Juelschen Arbeiten hielt. Dann folgt eine neue Arbeit desselben Autors, in der eine Übersicht über die Entwicklung der «géométrie finie» gegeben wird. A. MARCHAUD, der seit 1932 mehrere Abhandlungen im Anschluss an JUEL publizierte, berichtet zusammenfassend über neuere Ergebnisse zum Thema *Propriétés différentielles des courbes et des surfaces d'ordre borné*. Der Vortrag von O. HAUPT, *Sur quelques problèmes de la théorie des ordres géométriques*, gibt einen ausgezeichneten Einblick in die lange Reihe seiner diesem Thema gewidmeten Arbeiten. Die Beiträge von P. VINCENSINI und W. FENCHEL behandeln insbesondere allgemeine Sätze aus der Theorie der konvexen Körper. L. BRUSOTTI und V. E. GALAFASSI bieten in gedrängter Form ausserordentlich reichhaltige Darstellungen *Su talune questioni di realtà nei loro metodi, risultati e problemi* und *Classici e recenti sviluppi sulle superficie algebriche reali*. Der Artikel von B. SEGRE, *Recouvrements de sphères et correspondances entre variétés topologiques*, enthält neuere Ergebnisse, die mit dem berühmt gewordenen Satze von BORSUK zusammenhängen. Der Band schliesst mit einer integralgeometrischen Arbeit von L. A. SANTALÓ, *Sur la mesure des espaces linéaires qui coupent un corps convexe et problèmes qui s'y rattachent*.

Die erste kleine lehrbuchmässige Einführung<sup>1)</sup> in die Geometrie von JUEL scheint im französischen Sprachgebiet noch nicht bekannt zu sein. Bedauerlicherweise finden die einschlägigen Arbeiten der finnischen Mathematiker E. KIVIKOSKI und L. PIMIÄ keine Erwähnung.

L. Locher-Ernst.

*Colloque sur la théorie des nombres (Bruxelles, 19-21 décembre 1955)*

204 Seiten. Georges Thone, Liège; Masson & Cie, Paris 1956

Die vorliegende Veröffentlichung der am 10. Kolloquium des CBRM gehaltenen Referate erfährt eine besondere Bereicherung durch den Abdruck der klassischen Arbeit über die Riemannsche  $\zeta$ -Funktion von DE LA VALLÉE POUSSIN aus dem Jahre 1898, die den ersten Beweis des Primzahlsatzes enthält, der unabhängig auch von HADAMARD bewiesen wurde. Mit dem «kürzesten» Beweis dieses Satzes, den 1932 LANDAU gab, befasst sich der Vortrag von ERRERA. VAN DER CORPUT gibt eine neue, konstruktive Variante des «elementaren» Erdős-Selbergschen Beweises für den Primzahlsatz mit Restabschätzung. G. RICCI untersucht die Häufungspunkte der Folge der Differenzen konsekutiver Primzahlen. Über die Anwendungen der Weylschen Summen, die sich für die additive Primzahltheorie so ungemein fruchtbar erwiesen haben, berichtet J. TEGHEM. H. DELANGE untersucht die Werteverteilung gewisser zahlentheoretischer Funktionen. Um für mit solchen Funktionen gebildete Summen die genaue Grössenordnung zu gewinnen, studiert H. RICHERT die Summierbarkeit Dirichletscher Reihen. Von besonderem Interesse ist der Bericht von K. F. ROTH über seinen kürzlich gefundenen Beweis einer Siegelschen Vermutung, durch den eine lange Entwicklungsreihe zum Abschluss gekommen ist. Ist  $\alpha$  eine algebraische Zahl und hat die Ungleichung  $|\alpha - p/q| < q^{-k}$  unendlich viele Lösungen in rationalen Zahlen  $p/q$ , so ist  $k \leq 2$  (die bisherigen Schranken für  $k$  waren vom Grad von  $\alpha$  abhängig). PISOT berichtet über die algebraischen Zahlen  $\theta > 1$ , für die es ein  $\lambda > 0$  gibt, so dass  $\lambda \theta^n$  für  $n \rightarrow \infty$  sich immer mehr einer ganzen Zahl nähert. POPKEN gibt neue Beispiele von Funktionen, die für algebraisches Argument transzendente Werte annehmen. Im Vortrag von P. ERDÖS über Resultate und Probleme der additiven Zahlentheorie ist die Verwendung von Sätzen aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung besonders bemerkenswert. Die Geometrie der Zahlen ist durch ein Referat von DAVENPORT über die Bedeckung des  $R_n$  mit Kugeln vertreten. L. J. MORDELL erledigt in zwei noch offen gebliebenen Fällen die Bestimmung der genauen Lösungsanzahl einer von HURWITZ betrachteten kubischen diophantischen Gleichung.

Die durchweg ausgezeichnet abgefassten Referate geben einen faszinierenden Querschnitt durch die heutige zahlentheoretische Forschung und ihre zahlreichen noch offenen Probleme.

E. Trost.

G. DOETSCH:

*Handbuch der Laplace-Transformation*

Band II, Anwendungen der Laplace-Transformation, 1. Abteilung

436 pages avec 48 figures. Birkhäuser Verlag, Bâle 1955

Depuis quelques années, l'expression de «Calcul symbolique» cède la place à celle, beaucoup plus justifiée, de «Transformation de LAPLACE»; il est certain que M. G. DOETSCH y a fortement contribué, en particulier par la publication, en 1937, de son magistral ouvrage *Theorie und Anwendung der Laplace-Transformation*. Aujourd'hui, on ne conçoit plus un ouvrage d'analyse pour physiciens ou ingénieurs, ni un cours de mathématiques appliquées, sans un chapitre consacré à la transformation de LAPLACE. Ses applications ne sont du reste pas seulement du domaine de la physique ou de la technique; c'est ce qui explique le développement de cette théorie, et l'utilité du nouveau traité de M. DOETSCH; nul mieux que lui ne pouvait l'écrire, et en l'écrivant, il a rendu un immense service aux analystes.

<sup>1)</sup> L. LOCHER-ERNST, *Einführung in die freie Geometrie ebener Kurven* (Birkhäuser Verlag, Basel 1951).

Sommaire: Introduction. I. Développements asymptotiques. II. Développements en séries convergentes. III. Equations différentielles. Appendice. Notes historiques et bibliographiques. Index. Ch. Blanc.

W. SIERPIŃSKI:

*Trojkaty Pitagorejskie*

94 pages, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1954

*O rozwiązywaniu równan w liczbach całkowitych*

108 pages, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1956

Les Editions scientifiques de l'Etat polonais publient une collection de monographies de vulgarisation scientifique. Un certain nombre d'ouvrages de cette collection sont consacrés aux mathématiques.

L'illustre mathématicien polonais, M. WACLAW SIERPIŃSKI, chef de l'Ecole mathématique de Varsovie, a publié dans cette collection deux remarquables opuscules, tous deux en langue polonaise. Avec la clarté et la précision parfaites qui le caractérisent, M. SIERPIŃSKI présente au grand public non initié, par des procédés tout à fait élémentaires, et de façon fort attrayante les problèmes que posent les triangles pythagoréens d'une part et la façon dont on recherche les solutions entières des équations algébriques d'autre part.

On appelle triangle pythagoréen un triangle rectangle dont les côtés sont exprimés par des nombres entiers. Il y a plus de quatre mille ans, les Egyptiens connaissaient déjà un tel triangle de côtés 3, 4 et 5. Un triangle pythagoréen dont les côtés de l'angle droit sont mesurés par les nombres  $x$ ,  $y$  et l'hypoténuse par  $z$  est représenté par le symbole  $(x, y, z)$ . Un triangle pythagoréen est dit primitif si  $x$  et  $y$  sont premiers entre eux. M. SIERPIŃSKI traite, dans le premier des opuscules cités les problèmes suivants: recherche de tous les triangles pythagoréens primitifs, les triangles pythagoréens dont chaque côté est inférieur à 100, les triangles pythagoréens dont deux des côtés sont des entiers consécutifs, divisibilité par 3 ou par 5 de l'un des côtés d'un triangle pythagoréen, les valeurs des côtés d'un triangle pythagoréen, les triangles pythagoréens ayant un même côté de l'angle droit ou une même hypoténuse, triangles pythagoréens ayant le même périmètre, triangles pythagoréens ayant la même surface, triangles pythagoréens dont un ou davantage de côtés sont des carrés, les triangles dont les côtés et les aires sont des nombres naturels, triangles pythagoréens dont l'hypoténuse et la somme des côtés de l'angle droit sont des carrés, représentation des triangles pythagoréens par des points du plan, triangles rectangles dont les trois côtés sont des inverses de nombres naturels, parallélogrammes rectangles dont les arêtes et les diagonales sont des nombres naturels.

Dans le second opuscule traitant de la résolution des équations en nombres entiers, SIERPIŃSKI considère successivement les équations de degré quelconque à une inconnue, les équations linéaires à un nombre quelconque d'inconnues, les équations du second degré à deux inconnues, l'équation  $x^2 + x - 2y^2 = 0$ , l'équation  $x^2 + x + 1 = 3y^2$ , l'équation  $x^2 - Dy^2 = 1$ , les équations du second degré à plus de deux inconnues, le système d'équations  $x^2 + k = z^2$ ,  $x^2 - k = t^2$ , quelques autres équations ou systèmes d'équations du second degré, l'équation  $x^2 + y^2 + 1 = xyz$ , les équations de degrés supérieurs, les équations exponentielles, la résolution des équations en nombres rationnels. Sophie Piccard.