

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Band:** 19 (1964)  
**Heft:** 3  
  
**Rubrik:** Literaturüberschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 09.11.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

5.  $M(9; 7; 6)$  ist der Mittelpunkt einer Kugel vom Radius  $R = 3$ .  
 $A(4; 7; 9)$  und  $B(16; 7; 12)$  sind die Spitzen zweier Kegel, die beide die Kugel längs eines Kreises berühren. Zeichne die Durchdringung der beiden Kegelflächen.
- Die Schnittkurve zerfällt in zwei Ellipsen.

## Literaturüberschau

*Linear Programming and Extensions.* Von GEORGE B. DANTZIG. XVI und 625 Seiten. \$11.50. Princeton University Press, Princeton, N. J. 1963.

Der Begriff der linearen Programmierung ist in der Zeit des 2. Weltkrieges und der unmittelbaren Nachkriegszeit entstanden. Man wollte Organisationspläne unter Verwendung linearer Funktionen mathematisch formulieren und beste Lösungen ermitteln.

Ein in der Literatur häufig anzutreffendes Beispiel ist das Menüproblem. Es soll aus einer Liste von Nahrungsmitteln ein Menü so zusammengestellt werden, dass verschiedene Nebenbedingungen betr. Mindestmengen von Kalorien, Vitaminen, Eiweißstoffen und Maximalmenge von Fetten erfüllt sind. Unter allen zulässigen Kombinationen soll die preisgünstigste ausgewählt werden. Mathematisch handelt es sich darum, eine lineare Zielfunktion unter Berücksichtigung einer grösseren Zahl linearer Ungleichungen minimal werden zu lassen.

Die ersten zwei Kapitel sind der Problemstellung und der Entwicklung des kaum 20 Jahre alten Forschungsgebietes gewidmet. Der mathematisch orientierte Leser hätte sich diesen Teil etwas kürzer gewünscht.

Im Hauptteil des Buches wird die Simplex-Methode, die mit dem Namen des Verfassers verknüpft ist, als Lösungsmethode für die lineare Programmierung dargestellt. Ferner werden Vergleiche mit andern Methoden z. B. derjenigen der Lagrange-Faktoren durchgeführt. Diese ist in der praktischen Anwendung der Simplexmethode meist unterlegen, weil die Anzahl der zu betrachtenden Fälle bei der Lagrange-Methode zu gross wird. (Druckfehler in diesem Kapitel, Seite 141, Zeile 11.)

Die Methoden lassen sich ausdehnen auf Minimalisierung konvexer Funktionen sowie auf Behandlung gewisser Netzwerke und kombinatorischer Probleme, die in Form linearer Ungleichungen mit ganzzahligen Variablen auftreten. In einem besonderen Kapitel sind die in den letzten Jahren erarbeiteten Ansätze für die Fehlerrechnung zusammengestellt. In diesem Gebiet stehen für die weitere Forschung noch viele Fragen offen.

Bei einem angewandten Problem sind oft verschiedene mathematische Modelle möglich, die aber zu unterschiedlichen Lösungen führen können, da die Modelle nicht gleichwertige Näherungen der komplexen Realität sind. Bei Verbesserung des Modells wächst der Rechenaufwand meistens ungeheuer. Hier springen die modernen Rechenautomaten in die Lücke und dehnen den Bereich des Möglichen stark aus.

Eine grosse Zahl von Beispielen und Aufgaben sowie ein ausführliches Literaturverzeichnis runden das stattliche Buch ab.

E. R. BRÄNDLI

*Introduction to Calculus.* Von K. KURATOWSKI. 315 Seiten mit 29 Figuren. 35s. Pergamon Press, Oxford 1961.

Es handelt sich um die Vorlesung über Differential- und Integralrechnung, die der Verfasser an der Universität Warschau hält. Der Lehrgang hat die klassische Einteilung: Zahlbegriff und Variable, Grenzwert von Zahlenfolgen, Funktionen und von Reihen von Funktionen, gestützt auf die  $\varepsilon$ -Definition, Differential- und Integralrechnung. Interessant ist der Versuch, die Definitionen der Stetigkeit, gleichmässigen Konvergenz usw. zur Betonung ihres gleichartigen Charakters in den Symbolen der mathematischen Logik anzuschreiben und zu diskutieren. Text, Beweise und ausgerechnete Beispiele sind kurz und

klar, darum enthält das Buch auf dem kleinen Raum erstaunlich viel Stoff. Im Vordergrund steht die analytische Behandlung der Probleme; die geometrische Interpretation erfolgt fast immer als Ergänzung mit leider wenigen Figuren, die mangels der notwendigen Zugaben (Achsen- und Koordinatenbeziehungen) unfertig erscheinen. Umso interessanter sind die eingestreuten Bemerkungen über die Bedeutung der diskutierten Probleme. Nach jedem Abschnitt ist eine Anzahl leichter bis schwieriger Aufgaben angefügt. In üblicher Weise werden das unbestimmte Integral als eine Stammfunktion definiert und Regeln und Formeln hergeleitet. Aber jetzt, abweichend von der üblichen Darstellung, das bestimmte Integral durch die Gleichung

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

eingeführt und gezeigt, dass bei stetigem Integranden die Differenz nicht abhängt von der speziellen Wahl der Stammfunktionen, die zum Integranden gehören. Hierauf werden alle Regeln über bestimmte Integrale bewiesen (auch über unendliche Reihen von Funktionen). Erst am Schluss wird das bestimmte Integral als Grenzwert von Summen mit unstetigem, aber beschränktem Integranden angesetzt. Uneigentliche Integrale und eine Skizze über Fourier-Reihen beschliessen das reichhaltige, in der Pergamonausgabe in gutem Druck und in der Übersetzung leicht lesbare Buch. A. HÄUSERMANN

*Functions of a Complex Variable.* Von B. A. FUCHS und V. I. LEVIN. Band II. X und 286 Seiten mit 29 Figuren. 50s. Pergamon Press, Oxford 1961.

Wesentlich höhere Ansprüche an den Leser stellt dieses Werk, von dem leider nur Vol. 2 zur Besprechung vorliegt. Im fehlenden ersten Buch werden die Grundlagen der Funktionentheorie entwickelt, wie die zahlreichen Hinweise aus Vol. 2 anzeigen. Im vorliegenden Band sind, in der englischen Übersetzung wieder in leicht lesbarem Text, fünf Problemkreise dargestellt, die alle für physikalische und technische Anwendungen wichtig sind. Im ersten Kapitel sind die algebraischen Funktionen behandelt, und zwar ihre Existenz, analytische Fortsetzung, Darstellung durch Reihen und ihr Verhalten in singulären Punkten. Das zweite Kapitel enthält eine kurze analytische Theorie der Differentialgleichungen erster Ordnung und einige Theoreme über lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung. Diese beiden Abschnitte wurden von B. A. FUCHS bearbeitet und mit teilweise ausführlichen Beispielen versehen. – Im dritten Kapitel findet man eine gedrängte, aber die wesentlichen Eigenschaften umfassende Darstellung der Theorie der Laplacetransformation in der komplexen Ebene und die allgemeine Umkehrregel. Neben wichtigen Transformationsformeln wird natürlich die Abbildung einer linearen Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten, aber auch die der Euler-Besselschen Gleichung, sowie die einer ganzen Anzahl nichtelementarer Funktionen begründet. Im anschliessenden vierten Kapitel werden asymptotische Entwicklungen diskutiert und an Beispielen zum Teil ausführlich demonstriert. – Während die letzten beiden Kapitel von V. I. LEVIN geschrieben wurden, so ist das fünfte Kapitel von beiden Verfassern bearbeitet. Es handelt sich um die Nullstellenverteilung eines Polynoms, insbesondere um die Vorzeichenaussage der Wurzelrealteile (das sog. Hurwitz-Problem).

Die meisten Lehrsätze sind streng bewiesen, bei den wenigen andern ist auf Begründung in Fachwerken verwiesen. Diese und andere Literaturangaben beziehen sich fast nur auf «einheimische» Autoren und sind sehr exakt zitiert, während die spärlich angeführten «westlichen» Autoren nur mit ihrem Namen (YOUNG, STODOLA in Zürich, SCHUR usw.) vorkommen, die paradoxerweise auch im Index erscheinen, oder dann sind Werke älteren Datums angeführt (APPELL & GOURSAT). A. HÄUSERMANN

*Bild der Wissenschaft*, 1. Jahrgang, Heft 1. DM 4.– (im Abonnement DM 3.50), Deutsche Verlags-Anstalt, Stuttgart 1964.

Diese von Prof. Dr. HEINZ HABER herausgegebene neue Zeitschrift will das Verständnis weiterer Kreise für die Naturwissenschaften und die Technik in unserer Zeit fördern. Führende Wissenschaftler sollen in allgemein verständlicher Weise über folgende Gebiete berichten: Mathematik, Astronomie, Weltraumforschung, Physik, Chemie, Erdwissen-

schaften, Biochemie und Biophysik, Allgemeine Biologie, Medizin, Psychologie, Technologie, Archäologie und Ethnologie, Soziologie und Naturwissenschaft, Geschichte der Naturwissenschaften.

Im vorliegenden Heft beschreibt OTTO HAHN die faszinierende Geschichte der Kernspaltung. W. JENTSCHKE berichtet über die Erforschung der Elementarteilchen. Die Aufsätze von O. H. GAUER (Schwerkraft und Mensch) und S. J. GERATHEWOHL (Die Psychologie des Mondfluges) beschlagen interessante Fragen der Raumfahrt. Der vor 400 Jahren geborene GALILEO GALILEI kommt mit Auszügen aus seinem Werk «Il Saggiatore» zu Wort. Eine ständige Rubrik ist das Mathematische Kabinett, das seine Spalten mit Betrachtungen über magische Quadrate und Verallgemeinerungen des Dominospieler öffnet.

Auffallend grosszügig ist die graphische Gestaltung des reich und mehrfarbig illustrierten Heftes. Auch in dieser Hinsicht drängt sich ein Vergleich mit der bekannten Zeitschrift «Scientific American» auf. «Bild der Wissenschaft» wird zweifellos im deutschen Sprachgebiet weite Verbreitung finden. E. TROST

*Grundlagen der Geometrie*, von DAVID HILBERT. 9. Auflage, revidiert und ergänzt von P. BERNAYS. VII und 271 Seiten mit 129 Abbildungen. DM 16.80. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, 1962.

Ein wissenschaftliches Werk, das 9 Auflagen erlebt, muss ein besonderes Gewicht haben. Die grosse Bedeutung dieser Hilbertschen Publikation hat zweierlei Gründe; sie steht als ein ausstrahlender Pol in der ersten Reihe der Literatur zur geometrischen Grundlagenforschung und hat zugleich das axiomatische Denken in andern Gebieten der Mathematik wesentlich gefördert. Die ersten 7 Auflagen wurden durch HILBERT selbst besorgt, für die 8. und 9. Auflage zeichnet P. BERNAYS als Herausgeber.

Die neueste Auflage unterscheidet sich von der vorhergehenden einzig in den Supplementen; sie erfuhren durch die Aufnahme einiger Anregungen aus der Freudenthalschen Besprechung der 8. Auflage verschiedene Erweiterungen. Die Grundlagen der Geometrie von HILBERT beschreiben ein mögliches Fundament der euklidischen Geometrie. Die Zeit nach HILBERT brachte auf der einen Seite einen Stilwandel in der Darstellung von Grundlagenproblemen, zugleich aber auch eine Ausweitung über die euklidische Geometrie hinaus. Als Beispiele seien die Arbeiten der Kieler Schule über den Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegriff sowie die Untersuchungen über affine und projektive Ebenen genannt. In dieser Sicht mag vielleicht das Hilbertsche Werk heute etwas überholt erscheinen.

Von unveränderter Wichtigkeit ist es aber für die Lehrer geblieben, solange wenigstens, als der geometrische Unterricht noch weitgehend in den Geleisen Euklids abläuft. Wer traditionelle Geometrie unterrichtet, sollte die entsprechenden Grundlagen der euklidischen Geometrie kennen. Nur dieses Kenntnis kann ihn zur Einsicht bringen, wie schlecht das Hilbertsche Axiomensystem für die Schulstube selbst geeignet ist. Die interessanten geometrischen Sätze sind offensichtlich zu weit von den Axiomen entfernt. Erst dieses Wissen lässt für die Schule das adäquate Mass an Strenge finden. M. JEGER

*Lehr- und Übungsbuch der Mathematik Bd. II.* 5. Auflage. 387 Seiten mit 581 Figuren. DM 13.80. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt a. M. 1963.

Der vorliegende Band enthält den geometrischen Stoff, der im ersten Studienjahr einer Ingenieurschule behandelt wird. Unter der Redaktion von F. BEWERT schrieb H. PESTER die Abschnitte über Planimetrie und Stereometrie und W. PAULI diejenigen über Trigonometrie. Die Theorie ist klar und übersichtlich dargestellt. Besonders nützlich sind neben den zahlreichen durchgerechneten Beispielen die über 500 Aufgaben mit Lösungen, von denen viele technische Anwendungsbeispiele enthalten. Dazu kommen 150 Wiederholungsaufgaben ohne Lösung. Auch der Kenner dürfte in diesem Material manche neue Anregung finden.

Das Buch kann auch im Selbststudium verwendet werden. Es ist in jeder Beziehung geeignet, dem Ingenieurschüler zu dem nötigen Grundwissen in Geometrie zu verhelfen. E. TROST