

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 20 (1965)
Heft: 6

Rubrik: Kleine Mitteilung

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 01.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

dische Geometrie in der Kugel Ebene» befasst. Das von ihm benützte Axiomensystem weicht jedoch von dem in der vorliegenden Arbeit aufgestellten Axiomensystem in wesentlichen Punkten ab. Beim Aufbau der nichteuklidischen Geometrie in der Kugel Ebene selbst bedient sich DIECK verschiedentlich, wohl zur Abkürzung mancher Beweise, auch anschaulicher Vorstellungen aus der bekannten Kugelgeometrie. In der hier nun entwickelten Gestalt eignet sich die sphärisch-elliptische Geometrie durchaus für die Behandlung in speziellen Kursen (Arbeitsgemeinschaften) für mathematisch besonders interessierte Schüler der Oberstufe. Bei der Aufstellung des Axiomensystems wurde, wie bereits erwähnt, nicht darauf geachtet, unbedingt ein völlig unabhängiges System zu gewinnen, um den Aufbau der sphärisch-elliptischen Geometrie nicht zu kompliziert und unübersichtlich zu gestalten.

J. MALL, Weiden/BRD.

Kleine Mitteilung

Über eine Ungleichung von S. S. WAGNER

S. S. WAGNER kündigt in den Notices of the American Mathematical Society, vol. 12 (1965), p. 220 folgende Ungleichung an:

$$\left. \begin{aligned} \left(\sum a_i b_i + x \sum_{i \neq j} a_i b_j \right)^2 &\leq \left(\sum a_i^2 + 2x \sum_{i < j} a_i a_j \right) \left(\sum b_i^2 + 2x \sum_{i < j} b_i b_j \right) \\ &\quad (a_i, b_i \text{ reell, } 0 \leq x \leq 1). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Für diese Ungleichung wird ein komplizierter Induktionsbeweis angedeutet, der anscheinend mehrere hundert einzelne Rechnungen erfordert. Doch lässt sich (1) auf folgende Weise ganz einfach beweisen:

Man forme die Ungleichung mittels der Identitäten

$$\begin{aligned} \sum_{i \neq j} a_i b_j &= \sum a_i \sum b_i - \sum a_i b_i \\ 2 \sum_{i < j} a_i a_j &= (\sum a_i)^2 - \sum a_i^2 \\ 2 \sum_{i < j} b_i b_j &= (\sum b_i)^2 - \sum b_i^2 \end{aligned}$$

um und setze dabei $1 - x = y$. Es gilt $x \geq 0, y \geq 0$.

Man erhält

$$[x \sum a_i \sum b_i + y \sum a_i b_i]^2 \leq [x (\sum a_i)^2 + y \sum a_i^2] [x (\sum b_i)^2 + y \sum b_i^2]. \quad (2)$$

Ausmultipliziert ergibt das

$$xy [(\sum a_i)^2 \sum b_i^2 + (\sum b_i)^2 \sum a_i^2 - 2 \sum a_i \sum b_i \sum a_j b_j] + y^2 [\sum a_i^2 \sum b_i^2 - (\sum a_i b_i)^2] \geq 0. \quad (3)$$

Der Koeffizient von xy ist $\sum_j (b_j \sum a_i - a_j \sum b_i)^2$ und daher nicht negativ; der Koeffizient

von y^2 ist nach der Cauchy-Schwarzschen Ungleichung ebenfalls nicht negativ. Da $x \geq 0, y \geq 0$, ist damit die Ungleichung von WAGNER bewiesen.

P. FLOR, Wien