

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 21 (1966)  
**Heft:** 4

**Rubrik:** Literaturüberschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 14.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

1. Konstruiere ein Dreieck  $ABC$  aus der Seite  $a$ , der Summe  $b + c = q$  und der Winkelhalbierenden  $w_\alpha = AD$ .

► Da mit  $a$  und  $q$  der Umfang bekannt ist, liegt es nahe, den Inkreis des Dreiecks mit dem Zentrum  $M$  und dem Berührungspunkt  $M'$  auf  $AB$  sowie den Ankreis an  $a$  mit dem Zentrum  $Z$  und dem Berührungspunkt  $Z'$  auf  $AB$  zu betrachten. Es ist

$$AZ' = \frac{q + a}{2}, \quad AM' = \frac{q - a}{2}.$$

$D'$  sei die Projektion von  $D$  auf  $AB$ .  $A$  und  $D$  sind die Ähnlichkeitszentren der beiden Kreise,  $A, D; M, Z$  bilden also eine harmonische Punktgruppe, folglich auch  $A, D'; M', Z'$ .  $D'$  ist konstruierbar und die Aufgabe leicht fertig zu lösen.

2. Auf einem Durchmesser des Kreises  $k(R)$  mit dem Zentrum  $M$  sind zwei Punkte  $A$  und  $B$  gegeben. Durch  $A$  und  $B$  sind zwei gleichlange Sehnen zu legen, die von einem Punkt  $P$  auf  $k$  ausgehen.

►  $PM$  halbiert den Winkel der Sehnen, das Verhältnis der Sehnenabschnitte  $PA$  und  $PB$  ist bekannt, also Lösung mittels des Kreises von Apollonius. Der zu  $M$  bezüglich  $A, B$  harmonische Punkt muss ausserhalb  $k$  liegen, wenn die Aufgabe lösbar sein soll, woraus sich die Bedingung

$$\frac{1}{MA} + \frac{1}{MB} \leq \frac{2}{R}$$

ergibt.

3. In einem rechtwinkligen Dreieck wird die Halbierende des rechten Winkels gezogen. Die Inkreisradien der entstehenden Teildreiecke seien  $\varrho_1$  und  $\varrho_2$ . Man konstruiere das Dreieck aus dem Verhältnis  $\varrho_1 : \varrho_2$  und dem Abstand  $d$  der Kreismittelpunkte.

► Sind  $D$  und  $E$  die Zentren der Inkreise, so ist vom Dreieck  $DEA$  die Grundlinie  $\check{d}$  und das Verhältnis der Seiten  $AD : AE = \varrho_1 : \varrho_2$  gegeben. Je nach Wahl des Verhältnisses  $\varrho_1 : \varrho_2$  sind die Bedingungen der Aufgabe für die innere oder für die äussere Winkelhalbierende erfüllt.

4. Man konstruiere ein Sehnen-Tangentenviereck  $ABCD$ , von dem der Umkreis  $k$  und die Seiten  $AB = a$ ,  $AD = b$  ( $a < b$ ) gegeben sind.

► 1. Lösung:  $C$  liegt auf der Hyperbel mit den Brennpunkten  $B, D$  und der Abstandsdifferenz  $b - a$ . Der Schnittpunkt von  $k$  und der Hyperbel kann nach Aufgabe 2, El. Math. 21, 20 (1966) leicht gefunden werden.

2. Lösung: Sei  $E$  der Schnittpunkt von  $DC$  mit dem Kreis um  $D$  und dem Radius  $b - a$ . Dann ist  $\sphericalangle DEB = 180^\circ - \alpha/2$ .

5. Gegeben sind ein Kreis  $k$  und zwei Punkte  $A$  und  $B$ . Man konstruiere auf  $k$  einen Punkt  $X$  so, dass die durch die Geraden  $AX$  und  $BX$  bestimmte Sehne ein Maximum oder ein Minimum wird.

► Zum Minimum gehört der kleinste, zum Maximum der grösste Peripheriewinkel bei  $X$ .  $X$  ist also der Berührungspunkt des Kreises durch  $A$  und  $B$ , der  $k$  berührt.

## Literaturüberschau

*Schülerversuche zur Elektrizitätslehre für höhere Schulen.* Von P. BÄCHTIGER. Heft 3 der Einzelschriften zur Gestaltung des mathematisch-physikalischen Unterrichts. 78 Seiten mit 29 Skizzen. Fr. 9.80. Räber Verlag, Luzern und Stuttgart 1965.

Bestimmt bedarf kein Kapitel der Physik so sehr der Untermauerung durch ein physikalisches Praktikum wie gerade die Elektrizitätslehre. Es ist deshalb sicher richtig, dass in der Sammlung «Einzelschriften zur Gestaltung des mathematisch-physikalischen Unterrichts» schon das Heft 3 sich mit diesem Problem befasst. Dr. P. BÄCHTIGER erweist sich als guter Pädagoge, indem er nicht einfach eine Anzahl Praktikumsexperimente beschreibt, sondern er stellt dem Schüler die Aufgabe und gibt ihm die vorhandenen experi-

mentellen Hilfsmittel bekannt. Damit soll der Schüler selber einen Lösungsweg sich überlegen. Erst wenn er einen Vorschlag zur Lösung hat, kann er (einige Seiten weiter hinten) seinen Lösungsweg mit demjenigen des Verfassers vergleichen. Da Schüler und Lehrer diesen Vergleich wohl immer durchführen werden, wäre es vielleicht nützlich, wenn bei jeder Aufgabe gerade die Seite angegeben wäre, auf der die Versuchsbeschreibung zu finden ist.

Die 29 Aufgaben verteilen sich sehr gut über das Gebiet der Gleichstromkreise und Wechselstromkreise, eingeschlossen Messungen an Vakuumdiode, Vakuumtriode, Halbleiterdiode und Transistor. Der Schwierigkeitsgrad der einzelnen Aufgaben ist ziemlich verschieden, so dass der Lehrer die Aufgabe den Fähigkeiten des Schülers gut anpassen kann.

Der Fehlerrechnung wird erfreulicherweise ein grosses Gewicht gegeben. Die prinzipiellen Regeln sind in einem speziellen Kapitel zusammengefasst und werden bei den einzelnen Versuchsergebnissen immer wieder angewendet.

Die saubere Arbeit mit ihren vielen und übersichtlichen Schaltschemata wird den Lehrern der höheren Schulen neue Ideen liefern und ihre Schüler zu sorgfältigem Experimentieren und kritischem Denken anregen.

W. BANTLE

*Statistische Methoden und ihre Anwendungen.* Von ERWIN KREYSZIG. 422 Seiten. DM 32.-. Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen 1965.

Es handelt sich hier um eine Darstellung der mathematischen Statistik, in der mit Erfolg versucht wird, soweit als möglich elementar zu bleiben. Auf alle Hilfsmittel der Masstheorie wird verzichtet, Vorkenntnisse aus der Differential- und Integralrechnung reichen für das Verständnis aller Kapitel aus. Trotzdem ist der Bogen der behandelten Gebiete sehr weit gespannt, so dass der Leser eine gute Übersicht über die wichtigeren statistischen Methoden gewinnen dürfte. Schwierigere Beweise sind zum Teil im Anhang des Buches zu finden, zum Teil ist dafür auf andere Lehrbücher verwiesen. Dass der Leser gleichwohl zum vollen Verständnis der behandelten Probleme gelangen kann, liegt in den klaren Formulierungen, in der sehr übersichtlichen Darstellung des praktischen Vorgehens und in den vielen ausführlich dargestellten Beispielen begründet. Weitere Beispiele und Aufgaben, zum Teil mit Lösungen, ermöglichen eine willkommene Vertiefung. Inhalt: I. Beschreibende Statistik (Häufigkeitsverteilungen, Mittelwert und Varianz einer Stichprobe); II. Wahrscheinlichkeitstheorie (Grundbegriffe, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihre Masszahlen, spezielle diskrete Verteilungen, Normalverteilung, Wahrscheinlichkeitsverteilungen mehrerer Zufallsvariablen, Testverteilungen); III. Beurteilende Statistik (Näherungswerte, Konfidenzintervalle, Testen von Hypothesen, Tests für Verteilungsfunktionen, Varianzanalyse, Regression, Korrelation, Theorie der Messfehler und Ausgleichsrechnung, Verteilungsfreie Verfahren). Literaturangaben, Übersetzungen englischer Fachausdrücke, Formelzusammenstellungen und zahlreiche Zahlentafeln runden die Darstellung ab und machen sie als Grundlage für die praktische Arbeit oder für ein weiteres Eindringen in die behandelten Probleme gleichermaßen geeignet.

R. INEICHEN

*Allgemeine Methodenlehre der Statistik I und II.* Von J. PFANZAGL. Sammlung Göschen, Bände 746/746a und 747/747a. 266 und 315 Seiten. Je DM 5.80. Walter de Gruyter & Co., Berlin 1966.

Es handelt sich um Neuauflagen der seinerzeit in *El. Math.* 17, 116f (1962) besprochenen Bändchen. – Teil I ist in der vorliegenden dritten Auflage neu bearbeitet worden und im Umfang um rund fünfzig Seiten vermehrt. Er enthält wie bisher die elementaren Methoden und berücksichtigt in der Stoffauswahl und in den Beispielen vorzugsweise die Wirtschafts- und Sozialwissenschaften. Sein Inhalt: Die üblichen Kapitel aus der beschreibenden Statistik, ferner u.a. Indexzahlen, Analyse von Zeitreihen, Stichproben, Statistische Fehler, Gewinnung, Behandlung und Darstellung des Zahlenmaterials. – Teil II bringt die höhern Methoden und berücksichtigt in den Beispielen vor allem Anwendungen aus den Naturwissenschaften und der Technik; die vorliegende zweite Auflage ist ungefähr vom selben Umfange wie die erste. Das Schwergewicht der Darstellung liegt

im Bemühen, den Sinn und die logischen Grundlagen der behandelten Methoden möglichst vollständig herauszuarbeiten; auf die Beweisführungen ist meistens verzichtet. Zahlreiche treffende Beispiele unterstützen diese Tendenz. So stellt dieser Band ein eigentliches Kompendium für den Praktiker dar; eine wertvolle Ergänzung stellen auch die zahlreichen Literaturangaben und die vielen Tabellen dar.

R. INEICHEN

*Mathematische Olympiadeaufgaben aus der UdSSR.* Von ARTHUR ENGEL. 154 Seiten mit 132 Abbildungen. DM 6.60. Ernst Klett Verlag, Stuttgart 1965.

Auf die Bedeutung der seit 1934 regelmässig in Russland stattfindenden Mathematischen Olympiaden haben wir schon bei der Besprechung einer früher erschienenen Sammlung (El. Math. 18, 96 (1963)) hingewiesen. Es ist höchst erfreulich, dass jetzt eine für reifere Schüler, Studenten und Lehrer bestimmte Auswahl von rund 200 Aufgaben in deutscher Sprache vorliegt. Auch hier hat der Herausgeber eine Unterteilung in Aufgabenstellungen, Lösungen (dabei zwei Drittel eigene), Hinweise und Antworten gemacht, um dem Leser eine möglichst selbständige Bearbeitung der Probleme zu ermöglichen. Es werden nur geringe Kenntnisse aus Algebra, Zahlentheorie und Geometrie vorausgesetzt. Man wird aber bei den meisten Aufgaben erst nach längerer Bemühung dazu kommen, diese Kenntnisse anzuwenden. Wie wichtig eine solche Betätigung für die Entwicklung mathematischen Könnens ist, scheint noch nicht (oder nicht mehr) überall deutlich genug bekannt zu sein. Der (durch ein einfaches Druckverfahren ermöglichte) niedere Preis wird hoffentlich zu einer weiten Verbreitung dieser Sammlung führen, und viele interessierte Leser werden sich dann dem Reiz der dargebotenen Probleme kaum entziehen können.

E. TROST

*De architectura libri decem (Zehn Bücher über Architektur).* Von VITRUVIUS. Lateinisch und deutsch. Herausgegeben, übersetzt und mit Anmerkungen versehen von CURT FENSTERBUSCH. XI, 585 Seiten Text und II, 20 Seiten Abbildungen. DM 32.—. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 1964.

Diese Ausgabe ist vorzüglich gearbeitet, mit Anmerkungen und einem guten Wortregister versehen. VITRUVS Werk ist auch für den Mathematiker und den Mathematikhistoriker interessant; es enthält eine grosse Anzahl eingeflochtener Notizen über griechische Mathematiker, z.T. in anekdotischer Form, die sich in anderen Quellen nicht vorfinden. Diese «Abschweifungen» werden den Kenner kaum überraschen; denn damals (um Chr. Geburt) umfasste das, was zum mathematischen Bereich gezählt wurde, auch das gesamte Anwendungsgebiet, und es war selbstverständlich, dass ein Architekt auch ein Stück von einem Mathematiker und einem Philosophen war.

J. E. HOFMANN

*Klassische Mechanik.* Von HERBERT GOLDSTEIN. XIV und 443 Seiten mit 72 Figuren. DM 45.—. Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt am Main 1963.

Dieses Buch ist die deutsche Übersetzung der sechsten amerikanischen Ausgabe vom Juni 1959. Der Autor verfolgte das Ziel, am Beispiel der klassischen Mechanik Tauglichkeit und Eleganz moderner mathematischer Hilfsmittel zu demonstrieren. Dem Physikstudenten, der in Vorlesungen für Anfänger und Fortgeschrittene das einleitende Handgemenge mit der Mechanik unbeschädigt überstanden hat, kann das Buch die Zugänge zu den verschiedenen Gebieten der modernen Physik eröffnen. Im Rahmen der klassischen Mechanik werden u. a. behandelt die Variationsprinzipien, die spezielle Relativitätstheorie, die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen, kanonische Transformationen, die Hamilton-Jacobische Theorie mit Anschluss an die Wellenmechanik, kontinuierliche Felder und Systeme. Die vom Autor benützten komplizierteren mathematischen Hilfsmittel werden im Buch selber entwickelt, sodass i. a. lediglich jene Kenntnisse vorausgesetzt werden, die in Anfängervorlesungen über höhere Mathematik und Vektoranalysis zu erwerben sind. Sehr wertvoll sind die jedem Kapitel angefügten Literaturhinweise, in denen der Autor zu jedem der aufgeführten Werke einen kritischen, nicht übertrieben zimperlichen Kommentar beisteuert.

W. OBERLE