

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 25 (1970)  
**Heft:** 6

**Rubrik:** Ungelöste Probleme

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 02.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Ungelöste Probleme

**Nr. 52.** Vermutlich gilt die folgende Aussage<sup>1)</sup>:

*Ist  $k \geq 2$  ganz und ist ein eigentliches zentralsymmetrisches konvexes Polytop des  $k$ -dimensionalen euklidischen Raumes im Sinne der Elementargeometrie in  $n$  inhaltsgleiche Simplizes zerlegt, so ist  $n$  gerade.*

Wie uns Herr J. RÄTZ mitteilte, wurde die Richtigkeit dieser Vermutung im ebenen Sonderfall eines Quadratbereiches sichergestellt. P. MONSKY<sup>2)</sup> zeigte nämlich, dass sich ein Quadrat nicht in eine ungerade Anzahl flächengleicher Dreiecke zerlegen lässt. Dies wurde unter der zusätzlichen Voraussetzung, dass die Koordinaten der Dreieckseckpunkte mit der Quadratseitenlänge kommensurabel sind, schon vorher von J. THOMAS<sup>3)</sup> nachgewiesen. Ausgangspunkt bildete eine Studie von F. RICHMAN und J. THOMAS<sup>4)</sup>.

Es ist nicht ganz ausgeschlossen, dass unsere hier gewählte  $k$ -dimensionale sich auf beliebige zentralsymmetrische Polytope beziehende Formulierung den wesentlichen Kern des Problems besser erkennen lässt, so dass man dadurch der Lösung näher gebracht wird.

H. HADWIGER

1) Dieses Problem wurde u. a. im Rahmen eines Kolloquiums über spezielle geometrische Fragen im Sommersemester 1967 in Bern erörtert.

2) On Dividing a Square into Triangles, Amer. Math. Monthly 77, 161–164 (1970).

3) A Dissection Problem, Math. Mag. 41, 187–190 (1968).

4) Problem 5479, Amer. Math. Monthly 74, 329 (1967).

## Kleine Mitteilungen

### Zu einem Satz über räumliche Fünfecke.

In einer Arbeit<sup>1)</sup>, die kürzlich in dieser Zeitschrift erschienen ist, beweist B. L. VAN DER WAERDEN mittels gruppentheoretischer Überlegungen den Satz: *Sind in einem räumlichen Fünfeck  $ABCDE$  alle Seiten gleich  $a$  und alle Winkel gleich  $\alpha^2$ ), so ist es eben.* Im gleichen Heft geben W. LÜSSY und E. TROST einen Beweis mit rechnerischen Methoden der elementaren Schulgeometrie. Ich möchte zeigen, dass sich der Satz auch im Rahmen der Schulgeometrie gewinnen lässt, wenn man die Symmetrieeigenschaften der Figur etwas ausschöpft.

*Beweis:* 1. Hat ein Punkt  $P$  von den Ecken eines Dreiecks  $UVW$  in dieser Reihenfolge die Abstände  $x, y, z$ , so wollen wir sagen,  $P$  sei vom Typus  $(x, y, z)$  bezüglich  $U, V, W$ . Liegt  $P$  nicht in der Ebene des Dreiecks, so existieren genau zwei Punkte vom Typus  $(x, y, z)$ . Sie liegen symmetrisch zur Ebene des Dreiecks, haben also insbesondere gleichen Abstand von ihr.

2. Im «regulären» Fünfeck  $ABCDE$  haben alle Diagonalen die gleiche Länge  $d$ . Drei aufeinander folgende Ecken, etwa  $A, B, C$ , bilden ein gleichschenkliges Dreieck mit den Seiten  $AB = BC = a, CA = d$ .  $H$  bezeichne die Ebene des Dreiecks  $ABC$ . Wir zeigen nun:

1) El. Math. 25, 73–78 (1970).

2) Ein solches räumliches Fünfeck soll im folgenden «regulär» genannt werden.