Zeitschrift: Elemente der Mathematik

Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft

Band: 25 (1970)

Heft: 6

Rubrik: Ungelöste Probleme

Ungelöste Probleme

Nr. 52. Vermutlich gilt die folgende Aussage[1]:

Ist $k \geqslant 2$ ganz und ist ein eigentliches zentralsymmetrisches konvexes Polytop des k-dimensionalen euklidischen Raumes im Sinne der Elementargeometrie in n inhaltsgleiche Simplizes zerlegt, so ist n gerade.

Wie uns Herr J. Rätz mitteilte, wurde die Richtigkeit dieser Vermutung im ebenen Sonderfall eines Quadratbereiches sichergestellt. P. Monsky[2]) zeigte nämlich, dass sich ein Quadrat nicht in eine ungerade Anzahl flächengleicher Dreiecke zerlegen lässt. Dies wurde unter der zusätzlichen Voraussetzung, dass die Koordinaten der Dreieckseckpunkte mit der Quadratseitenlänge kommensurabel sind, schon vorher von J. Thomas[3]) nachgewiesen. Ausgangspunkt bildete eine Studie von F. Richman und J. Thomas[4]).

Es ist nicht ganz ausgeschlossen, dass unsere hier gewählte k-dimensionale sich auf beliebige zentralsymmetrische Polytope beziehende Formulierung den wesentlichen Kern des Problems besser erkennen lässt, so dass man dadurch der Lösung näher gebracht wird.

H. Hadwiger

[1]) Dieses Problem wurde u.a. im Rahmen eines Kolloquiums über spezielle geometrische Fragen im Sommersemester 1967 in Bern erörtert.

[2]) On Dividing a Square into Triangles, Amer. Math. Monthly 77, 161–164 (1970).

[3]) A Dissection Problem, Math. Mag. *41*, 187–190 (1968).

[4]) Problem 5479, Amer. Math. Monthly *74*, 329 (1967).

Kleine Mitteilungen

Zu einem Satz über räumliche Fünfecke.

In einer Arbeit[1]), die kürzlich in dieser Zeitschrift erschienen ist, beweist B. L. van der Waerden mittels gruppentheoretischer Überlegungen den Satz: *Sind in einem räumlichen Fünfeck ABCDE alle Seiten gleich a und alle Winkel gleich α[2]), so ist es eben.* Im gleichen Heft geben W. Lüssy und E. Trost einen Beweis mit rechnerischen Methoden der elementaren Schulgeometrie. Ich möchte zeigen, dass sich der Satz auch im Rahmen der Schulgeometrie gewinnen lässt, wenn man die Symmetrieeigenschaften der Figur etwas ausschöpft.

Beweis: 1. Hat ein Punkt P von den Ecken eines Dreiecks UVW in dieser Reihenfolge die Abstände x, y, z, so wollen wir sagen, P sei vom Typus (x, y, z) bezüglich U, V, W. Liegt P nicht in der Ebene des Dreiecks, so existieren genau zwei Punkte vom Typus (x, y, z). Sie liegen symmetrisch zur Ebene des Dreiecks, haben also insbesondere gleichen Abstand von ihr.

2. Im «regulären» Fünfeck $ABCDE$ haben alle Diagonalen die gleiche Länge d. Drei aufeinander folgende Ecken, etwa A, B, C, bilden ein gleichschenkliges Dreieck mit den Seiten $AB = BC = a$, $CA = d$. H bezeichne die Ebene des Dreiecks ABC. Wir zeigen nun:

[1]) El. Math. *25*, 73–78 (1970).

[2]) Ein solches räumliches Fünfeck soll im folgenden «regulär» genannt werden.