Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 28 (1973)
Heft: 4

Artikel: In memoriam Heinz Hopf
Autor: Voss, Konrad
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-29453

ELEMENTE DER MATHEMATIK

Revue de mathématiques élémentaires – Rivista di matematica elementare

Zeitschrift zur Pflege der Mathematik
und zur Förderung des mathematisch-physikalischen Unterrichts

Publiziert mit Unterstützung des Schweizerischen Nationalfonds
zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung

El. Math. | Band 28 | Heft 4 | Seiten 81-104 | 10. Juli 1973

In memoriam Heinz Hopf

Vor zwei Jahren, am 3. Juni 1971, ist Heinz Hopf nach längerer Krankheit im Alter von 76 Jahren gestorben. Er war einer der bedeutendsten Mathematiker unserer Zeit, dessen Wirken weltweite Anerkennung gefunden hat und dessen Einfluss auf vielen Gebieten der Mathematik spürbar ist. Seine Anregungen als Forscher und Lehrer sind unvergesslich für alle, die Gelegenheit hatten, seine Vorlesungen und Vorträge zu hören, Gespräche mit ihm zu führen oder seine Arbeiten zu lesen.

Heinz Hopf wurde am 19. November 1894 in Breslau geboren, wo er seine Jugend- und Schulzeit verlebte und mit dem Studium der Mathematik begann. Nach dem ersten Weltkrieg setzte er seine Studien in Berlin, Heidelberg und Göttingen fort. Seine Dissertation «Über Zusammenhänge zwischen Topologie und Metrik von Mannigfaltigkeiten» in Berlin bei Erhard Schmidt ist 1925 in zwei Teilen in den Mathematischen Annalen erschienen: «Zum Clifford-Kleinschen Raumproblem» und «Über die Curvatura integra geschlossener Hyperflächen»[1]. Hiermit ist ein Themenkreis gegeben, der ihn immer wieder beschäftigt hat und zu schönen Resultaten führte: Untersuchungen des Begriffs der vollständigen differentialgeometrischen Fläche, der Flächentheorie und Riemannschen Geometrie im Grossen, die in einer Reihe von Arbeiten von ihm selbst und einer Gruppe von Schülern ihren Niederschlag gefunden haben.

Nach seiner Dissertation wandte sich Hopf weiter der Anwendung der algebraischen Topologie – soweit man damals schon von einer solchen sprechen konnte – auf die Abbildungen von Mannigfaltigkeiten zu. Auf diesem Gebiet gab es damals nur wenige, teilweise recht schwer verständliche Arbeiten von L. E. J. Brouwer und H. Poincaré. Beim Studium der Sphärenabbildungen und Vektorfelder gelangte Hopf mit seiner geometrischen Intuition zu tiefen Einsichten, die den Anstoss zu weitgehenden Entwicklungen gaben. Die Zusammenarbeit mit dem russischen Mathematiker Paul Alexandroff, den er damals kennenlernte und mit dem ihn eine lebenslange Freundschaft verbinden sollte, führte zu dem berühmten 1935 erschienenen gemeinsamen Buch «Topologie I», in dem die erreichten Fortschritte dargestellt sind: Enge Verbindung der geometrischen Methoden mit den Methoden der algebraischen Homo-

[1]) Ein Verzeichnis aller Publikationen von Heinz Hopf ist in dem Buch «Selecta Hopf» (Springer-Verlag, 1964) zu finden, das zu seinem 70. Geburtstag von der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich herausgegeben wurde.

logietheorie und eine klare Herausarbeitung der algebraischen Strukturen[2]). Gipfelpunkt dieser Entwicklung war wohl in den Vierzigerjahren die von Hopf gegebene Definition der zu einer beliebigen Gruppe gehörigen Bettischen Gruppen. Diese Entdeckung führte zur heutigen homologischen Algebra.

Aus Hopfs mathematischem Werk seien hier einige weitere Stichworte herausgegriffen[3]): Sehnen ebener Kontinuen, Faserräume, Topologie der Gruppenmannigfaltigkeiten, Maximale Toroide in Liegruppen, komplexe Mannigfaltigkeiten und ihre Modifikationen. In allen Arbeiten über diese Problemkreise kommt der unverwechselbare Hopfsche Stil zum Ausdruck. Er liebte die unübersichtlichen, komplizierten Dinge nicht. Bei allem, was er in die Hand nahm – und wenn nötig scheute er auch vor höchsten Abstraktionen nicht zurück –, fand er mit sicherem Instinkt die einfache, anschauliche Form, aus der die wesentlichen Zusammenhänge und überraschende neue Gesichtspunkte deutlich werden.

1931 folgte Heinz Hopf einem Ruf an die ETH Zürich als Nachfolger von Hermann Weyl. Der damalige Schulratspräsident fuhr selbst nach Berlin, um eine Vorlesung des jungen Privatdozenten zu besuchen und die Verhandlungen zu führen. Hopf ist der ETH bis zu seinem Rücktritt im Jahre 1965 treu geblieben.

Seine Vorlesungen, denen er sich intensiv widmete, hatten ihren unverwechselbaren Stil. Hier kam seine faszinierende Persönlichkeit wohl noch stärker zur Geltung als in seinen Arbeiten. Man mag es bedauern, dass keine dieser Vorlesungen in Lehrbuchform noch grösseren Kreisen zugänglich geworden ist, so etwa dreisemestrige Zyklen über Lineare Algebra, Funktionentheorie, oder Vorlesungen über Algebra, Topologie und Differentialgeometrie. Aber er scheute vor der lehrbuchmässigen Fixierung zurück, die ja wohl auch letzten Endes die spontane Lebendigkeit des Vortrags beeinträchtigt hätte. Mehreren Generationen von Mathematikern, die heute in Gymnasien in der Schweiz oder an Hochschulen in aller Welt tätig sind, hat er in seinen Vorlesungen Entscheidendes mitgegeben. Von manchem berühmten Problem, von dem in der Literatur nur verwickelte Lösungen zu finden sind, existieren geniale Hopfsche Vereinfachungen, allerdings nur in Vorlesungsnotizen seiner Schüler.

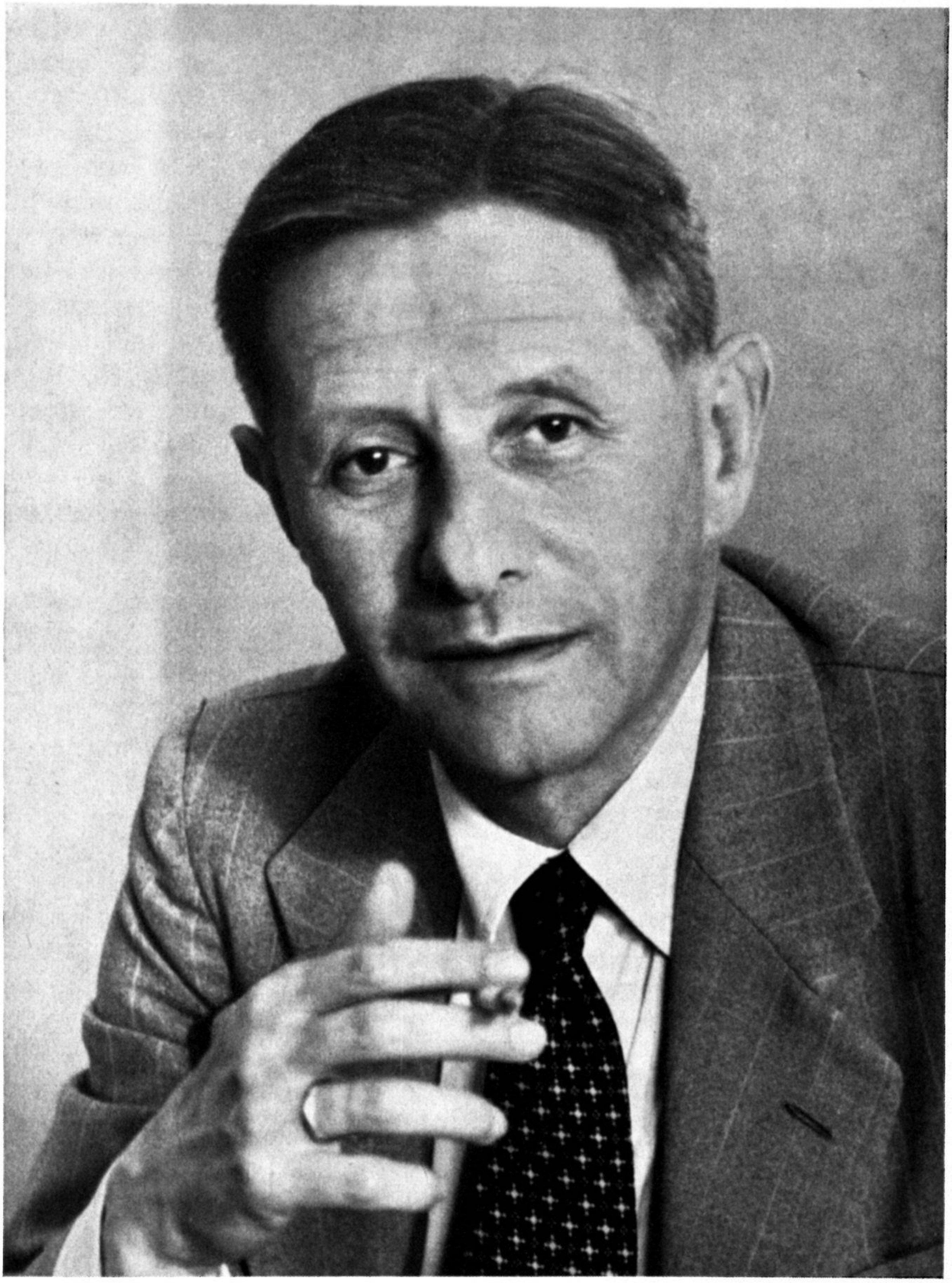
Bald hatte sich in Zürich ein Kreis von Schülern topologischer oder differentialgeometrischer Arbeitsrichtung gebildet. Das Haus in Zollikon wurde zu einem Mittelpunkt, der von Mathematikern aus aller Welt gern aufgesucht wurde, und niemand ging mit leeren Händen weg, sei es, dass er auf einem Spaziergang mathematische Anregungen oder einen dringend nötigen menschlichen Zuspruch oder tatkräftige Hilfe bekam, oder auch von Frau Hopf einen Ratschlag, wie die Zimmerpflanzen richtig zu behandeln seien. Es war dem Ehepaar Hopf nicht vergönnt, leibliche Kinder zu haben, doch hatten sie, wie wohl selten jemand, eine grosse Zahl geistiger Kinder und Enkel, die ihnen in Dankbarkeit verbunden sind.

Heinz Hopf ist eine weltweite Anerkennung zuteil geworden, wie sie nur selten anzutreffen ist, und sich in zahlreichen Ehrungen bedeutender Hochschulen äusserte. 1955–1958 wurde ihm das Präsidium der Internationalen Mathematischen Union

---

[2]) Die Einleitung dieses Buches vermittelt einen guten Eindruck davon, wie die Mathematik eine Einheit darstellt.

[3]) Für eine ausführlichere Würdigung von Werk und Persönlichkeit vergleiche man den Artikel von Beno Eckmann: Zum Gedenken an Heinz Hopf, Neue Zürcher Zeitung Nr. 278 vom 18. Juni 1971.



Heinz Hopf

Dieses Klischee wurde uns freundlicherweise vom Springer-Verlag zur Verfügung gestellt.

übertragen, wo er über alle Grenzen hinweg Kontakte fördern konnte. Die hohe Wertschätzung, die ihm von allen Seiten entgegengebracht wurde, kam sehr deutlich zum Ausdruck, als einmal an einer Topologie-Tagung im Mathematischen Forschungsinstitut in Oberwolfach in einer Art Gesellschaftsspiel der bedeutendste lebende Mathematiker ermittelt werden sollte; die Wahl fiel einmütig auf Heinz Hopf.

Wenn man sich fragt, worin das Wesen dieses grossen Mannes bestand, so wird man an seine warme Menschlichkeit denken, an seine Offenheit anderen gegenüber, gepaart mit vornehmer Zurückhaltung, an seine humorvoll-pfiffige Art, mit der er sich über gute Lösungen freuen konnte, an seine überlegene Persönlichkeit, mit der er die Dinge ins richtige Verhältnis brachte. Aber irgendwo entzieht sich dies alles einer Beschreibung. Wir stossen auf das Geheimnis eines Menschen, bei dem der volle Einsatz für die Wissenschaft nicht mit einer Deformation erkauft war, bei dem die Mathematik den richtigen Platz in einem harmonischen Ganzen hatte, das Geheimnis eines Mannes, der nicht nur in der Mathematik, sondern als ganzer Mensch schöpferichs war. Die Impulse, die von ihm auf die Wissenschaft ausgegangen sind, werden weiter wirken; aber darüber hinaus hat er seinen Freunden und Schülern ein menschliches Vorbild gegeben, an dem sich zu messen und das weiterzutragen Herausforderung und Aufgabe bleibt.

Konrad Voss

Über die Zahlen der Form $\sigma(n) - n$ und $n - \varphi(n)$

Dem Andenken von Waclaw Sierpiński gewidmet

Ich traf Professor Sierpiński zuerst im August 1955 bei einer mathematischen Tagung in Prag. Sierpiński war damals schon mehr an der elementaren Zahlentheorie interessiert als an der Mengenlehre. Wir diskutierten über die Eulersche φ-Funktion und vermuteten, dass für unendlich viele m die Gleichung

$$n - \varphi(n) = m \tag{1}$$

unlösbar ist. Diese Vermutung ist noch immer unentschieden, ich werde aber zeigen, dass für unendlich viele Werte von m

$$\sigma(n) - n = m \tag{2}$$

unlösbar ist. Wir beweisen einen etwas stärkeren

Satz I. Die untere Dichte[1]) der Zahlen m, für welche (2) unlösbar ist, ist positiv.

Bevor wir unseren Satz beweisen, wollen wir einige Besonderheiten unserer Vermutung besprechen. Es sei $n = p\,q$, wo p und q verschiedene ungerade Primzahlen sind. Offenbar ist

$$n - \varphi(n) = p + q - 1\,.$$

[1]) Ist $a_1 < a_2 < a_3 < \ldots$ eine unendliche Folge natürlicher Zahlen und $A(n)$ die Anzahl der $a_i \leq n$, so ist für $n \to \infty$ $\underline{d} = \underline{\lim}\, A(n)/n$ die untere und $\bar{d} = \overline{\lim}\, A(n)/n$ die obere Dichte der Folge. Ist $\underline{d} = \bar{d} = d$, so wird d die (asymptotische) Dichte der Folge genannt.